【土木計画学研究・講演集 No.18(2) 1995年12月】

所要時間に関するNM効用関数*

Von-Neumann Morgenstern Utility Function of travel time

山下智志 **
Yamasita Satosi

1．はじめに

交通機関選択問題および経路選択問題において、実用的な交通需要予測モデルでは所要時間の平均値を旅行者行動の決定要因として扱っている。しかし現実には、遅刻を回避するなどの理由で、所要時間の分散値が旅行者にとって不効用をもたらす原因の一つとなっている。この点に注目して、近年いくつかの研究がなされていた。例えば 1970 年代に Golob が「交通機関の信頼性」の重要性の主張があり、1980 年代には Jackson and Jucker[1)2)]の所要時間の不確実性の認識に関する研究があった。また、需要予測モデル以外での遅刻回避行動のモデル化の試みとして Hall[3)]や内田 [4)]らの研究がある。また、本研究で扱った空港アクセスについての遅刻回避行動についての研究には角ら [5)]の研究がある。しかし、これらの成果をもとに実際に交通需要予測を行うにとき、旅行者の効用関数の設定方法について種々の問題がある。以下ではこれらの問題点を明らかにするとともに、改良の着眼点について解説する。

2．時間基準の効用関数と時刻基準の効用関数

交通需要予測を行う場合、旅行者の効用関数を同定する必要がある。とくに不確実性を扱う選択問題では、確定効用関数（NM 効用関数）と不確実性を内包した期待効用関数の２つの関数が存在する。

von-Neumann and Morgenstern の不確実性下の意志決定の理論 [6)]を応用すれば、所要時間に対する期待効用関数は、所要時間に関する NM 効用関数と所要時間分布により得ることができる。

$$u^e = E\left[u(\tilde{t})\right] = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) f(t) dt$$

ただし、u^e は期待効用、$\tilde{t}$ は所要時間の確率変数、$u(t)$ 所要時間に対する NM 効用関数、$f(t)$ 所要時間の確率分布である。

計画者が交通計画を立案する場合、操作変数は交通機関の所要時間であり、交通需要予測を行うとき所要時間を変数とする期待効用関数を同定する必要がある。それに対して、旅行者の所要時間に対する期待は、目的の時刻に目的地に到着できるかどうかである。その期待を最適にするために旅行者は交通機関と出発時刻を同時に決定しているとすれば、NM 効用関数は時刻に対して設定することが自然なモデル化といえよう。 ただし、所要時間に関してその平均値のみを期待効用の決定要因とみなすアプローチではこの２つの考え方は同一のものとなるため、これまでの研究ではこの点について深く言及されることはなかった。しかし、所要時間の分散が旅行者の期間選択に対して影響があるとした遅刻回避行動等のモデルにおいては、この２つの考え方は同一のものとはならない。

以下の章では、所要時間ベースのリスク回避型効用関数と出発・到着時刻ベースの効用関数の関係について解説する。その後、リスク回避行動を前提とした行動モデルおいて、いかなる効用関数型を設定することが予測精度の向上に貢献するかを検討する。

* kye words : NM 効用関数、遅刻、需要予測
** 工修 文部省統計数理研究所
統計教育情報センター
〒106 東京都港区南麻布 4-6-7 03-3446-1501

3. 時刻基準の効用関数の基本構造

3.1 時刻ベースの効用関数

時刻ベースのNM効用関数を考えよう。

旅行者が交通機関の所要時間を意識するのは、主たる要因は所要時間の大小により出発時刻に対する制約が発生することと、目的地に到着する時刻が左右されるためである。そこで旅行者のNM効用関数を出発時刻ベースの効用関数と到着時刻ベースの効用関数に分解する。$u_s(T_s)$ を時刻 T_s に出発地を出発する事象のNM効用関数、$u_l(T_l)$ を時刻 T_l に到着地に到着する事象のNM効用関数とすれば

$$u(T_s,\tilde{T}) = u_s(T_s) + u_l(\tilde{T}_l)$$
$$= u_s(T_s) + u_l(T_s + \tilde{T})$$

交通機関の所要時間が不確定なとき、期待効用関数は上式の期待値で表される。

交通機関 j の出発時刻 T_S に対する期待効用関数は、

$$E\left[u_j(T_S,\tilde{T})\right] = \int f(T_l|T_S,j)u(T_s,t)dt$$

そして機関別所要時間分布に対する期待効用関数 u_j^e は、

$$u_j^e = u(T_S^*,j)$$

となる。このとき T_S^* は期待効用関数 $E\left[u_j(T_S,\tilde{T})\right]$ を最大化する出発時刻である。

$$u(T_S^*,j) = \max_{T_S} u(T_S,j)$$

このようにして $u_s(T_s)$、$u_l(T_l)$、$f(T_l|T_S,j)$ を知ることにより、交通期間ごとの効用期間を算定することができる。以下ではこの3点について解説する。

3.2 出発時刻のNM効用関数

出発時刻に対して旅行者が知覚する効用の要因となるのは、出発地における時間価値であり、$u_s(T_s) = -\int^{T_s} w(T)dT$, ただし $w_s(T)$ は出発地における時刻Tの時間価値である。しかし、出発時刻を決定しスケジューリングを終えた後であるならば、出発時刻前後で大きく時間価値が変化する可能性があるが、ここで議論されるべき効用関数はスケジュール作成以前の時間価値である。個別事情により時間価値は時刻の関数となることが一般的であるが、その要因はきわめて複雑かつ個別的であり、これを探究することは本研究の範囲を超えているものと思われる。そこで、本研究では出発地における旅行者の時間価値は、時刻に対して一定であると仮定する。（$w_s(T) = const$）これにより出発時刻の効用関数は、時刻に対して線形であると仮定される。

$$u_S = a_i T_S$$

3.3 到着時刻のNM効用関数

出発時刻の場合と同じように、到着時刻の効用関数も到着地における時間価値によって表される。（積分可能であれば時間価値の時刻に対する積分値）ただし、帰宅トリップをのぞく一般の交通現象は到着地において時刻に関する制約をもっている。このことは到着地における時間価値は時刻に対して独立ではないことを示しており、出発時刻に関するNM効用関数のように線形では表現できない。本研究では到着時刻の効用関数について複数の仮定をおき、それらの有意性について検討する。今回候補となるNM効用関数は①遅刻型②制約時刻帯型③ Logistic 型である。

①遅刻型効用関数

$$u_l(T_l) = \begin{cases} 0 & T_l < T_d \\ r & T_l \geq T_d \end{cases}$$

②制約時刻帯型

$$u_l(T_l) = \begin{cases} 0 & T_l < T_{d1} \\ r\dfrac{T_{d2}-T_l}{T_{d2}-T_{d1}} & T_{d1} \leq T_l < T_{d2} \\ r & T_l \geq T_{d2} \end{cases}$$

③ Logistic 型

$$u_l(T_l) = r\Big/\left\{1+\exp(-\frac{t-b}{c})\right\}$$

3.4 交通機関の所要時間分布

交通機関の所要時間分布については、機関、ルート等の特性が大きい。本来ならば選択肢ごとの所要時間分布を仮定するべきであるが、計算能力およびデータの制約より今回は以下の分布を想定した分析を行う。①分布しない（定時性が確保されている）②正規分布③一様分布。ただし、到着時刻NM効用関数と所要時間分布の組み合わせのうち、代数的に期待効用関数が求められないものがある。

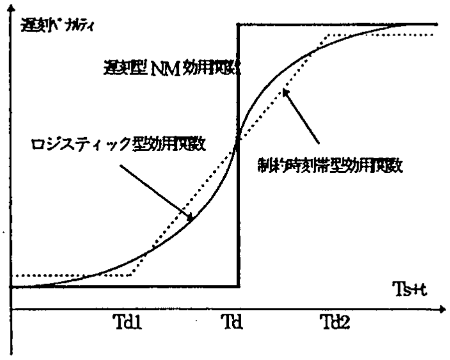

図1　到着時刻のNM効用関数

3.5　交通機関別期待効用関数の導出

旅行者は出発時刻に関する効用関数、到着時刻に関する効用関数、交通機関の所要時間分布の３つの要因より期待効用を最大化するよう、出発時刻および交通機関を決定する。交通機関の需要推計をする場合交通機関別の期待効用を求めなければならない。以下に遅刻型効用関数の場合を示す。まず最適出発時刻を求めるために期待効用関数を Ts で微分する。

$$\frac{\partial}{\partial T_s}\int_{-\infty}^{\infty}\{u_s(T_s)+u_l(T_s+t)\}\cdot f(t)dt$$

$$=\frac{\partial}{\partial T_s}\left[\int_{-\infty}^{\infty}u_s(T_s)\cdot f(t)dt + \int_{-\infty}^{T_d-T_s}u_l(T_s+t)\cdot f(t)dt + \int_{T_d-T_s}^{\infty}u_l(T_s+t)\cdot f(t)dt\right]$$

$u_s(T_s)$ が線形、$f(t)$ は平均 u の対称分布であるとすると、$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)dt=1$　かつ

$$u_l(T_s+t)=\begin{cases}0 & T_s+t\le T_d\\ r & T_s+t>T_d\end{cases}$$ であるので、

$$=\frac{\partial}{\partial T_s}\left[u_s(T_s)+0+r\int_{T_d-T_s}^{\infty}f(t)dt\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial T_s}u_s(T_s)-rf(T_d-T_s)$$

ここで、式 $u_s(T_s)$ の傾きを a とすると

$$=a-rf(T_d-T_s)$$

よって、$T_s^*=T_d-f^{-1}(r/a)$　である。ただし f^{-1} は分布関数の逆関数なので、その解は通常２つまたはそれ以上存在する。一般に解が２つのとき、小さい解が最適出発時刻を、大きい解が出発臨界時刻（それよりも遅ければ出発しない時刻）を与える。

交通機関 j の期待効用は

$$u_j^e=u_s(T_s^*)-r\int_{T_d-T_s^*}^{\infty}f_j(t)dt$$

$$=a\{T_d-f_j^{-1}(r/a)\}-r\left[1-F_j\{f_j^{-1}(r/a)\}\right]$$

遅刻の時間価値 $r/a=\rho$ とすると

$u_j^e/a=T_d-f_j^{-1}(\rho)-\rho\left[1-F_j\{f_j^{-1}(\rho)\}\right]$ となり、

交通機関の所要時間分布を与えることにより、期待効用を求めることができる。

4．モデルの評価

4.1　Logitモデルによるパラメータ推計

前節で構築した効用関数の説明力を確認するため、非集計Logitモデルによるパラメータ推計を行った。使用したデータは大阪空港アクセス交通のアンケートデータを利用した。これは、空港アクセス交通は遅刻に対するペナルティーが明確に定義可能であり不確定性を回避する行動を計量化するのに優れている例と思われるからである。今、旅行者 i の交通機関 j に対する期待効用を U_{ij} とし、以下のように定義する。X_{jk} は所要時間以外の要因（料金など）であり、α はパラメータである。

$$U_{ij}=V_{ij}+\varepsilon_{ij}=u_j^e+\sum_k\alpha_k X_{jk}+\varepsilon_{ij}$$

ε_{ij} がLogit分布に従うランダム項とすれば、旅行者が最適効用を得る交通機関を選択していると仮定すると、各交通機関の選択確率は以下のようになる。

$$P_{ij}=\frac{\exp(-V_{ij})}{\sum_{j\in J_i}\exp(-V_{ij})}$$

このとき尤度関数は

$$L=\prod_{i\in N}\prod_{j\in J_i}P_{ij}^{\delta_{ij}}$$

となる。ただし、i：個人番号、δ_{ij}：個人 i が交通機関 j を選択していれば１、選択していなければ０の離散変数。N：データ集合、J_i：個人 i の選択肢集合である。最尤法により到着時刻効用関数および所要時間以外の要因のパラメータ α を推計する。

4.2　AICによる比較[7)8)]

モデルの優劣はAICを用いて比較する。計算結果に

ついては発表会において提示する。

5　今後の課題

本研究では到着時刻の効用関数や所要時間分布について、候補として適切な組み合わせの全てを検討しなかった。これは組み合わせによっては期待効用関数が代数的に求められない場合があるからである。今後はより現実的な効用関数と所要時間分布の組み合わせを探求する必要がある。

また、モデルの優劣については、予測対象となる交通によって結果が異なる可能性が考えられ、多くのデータについて同様の検討を行う必要がある。

Reference

1) W.B.Jackson and J.V.Jucker , An Empirical Study of Travel Time Variability and Travel Choice Behavior , *Transportation Science* ,pp460-475, 1982

2) W.C.Brastow, J.V.Jucker,"Use of a Mean-Variance Criterion for Traffic Assignment," unpublished manuscript, Department of Industrial Engineering, Stanford University, 1977.

3) Hall,R.W.:Traveloutcome and performance the effect of uncertainly on accessibility, *Transpn. Res.*, Vol.17B, pp.275-290, 1983.

4) 内田敬, 飯田恭敬, 松下晃：通勤ドライバーの出発時刻決定行動の実証分析, 土木計画学研究論文集 NO.11,1990,

5) 角知憲,木村邦久,島崎敏一,松本嘉司：空港アクセス交通の一般化出発時刻と交通行動の経験依存性、土木学会論文集第 365 Ⅳ-4、pp115-pp124,1986

6) Von Neumann , J. , and O. Morgenstern , Theory of Games and Economic Behavior (second edition) *Princeton University Press,* Princeton , NJ, 1947

7) 赤池弘次：情報量規準 AIC とは何か, 数理科学 NO.153, pp.5-11, 1976.

8) 竹内　啓：情報統計量の分布とモデルの適切さの規準, 数理科学 NO.153, pp.12-18, 1976.

9) 山下智志：交通機関選択問題における定時性評価と遅刻回避行動分析の関係、*The Institute of Statistical Mathematics Research Memorandum* , No541 , 1995

10) 山下智志, 黒田勝彦：ブーストラップ法によるリスクモデルの安定性に関する研究, 土木計画学研究講演集(1),pp751-758,1993.