

構造化プロビットモデルの発展性

Applicability of Multinomial Probit Model with Structured Covariance

屋井 鉄雄* 中川 隆広**

By Tetsuo Yai, Takahiro Nakagawa

1. はじめに

鉄道ネットワークの高密度化が進む大都市域を対象とする鉄道経路選択モデルでは、各経路間の重複区間の増加に伴いその類似性を無視できない。これに従来のロジットモデル等の考え方では対応できないことに着目して、筆者らは既に構造化プロビットモデルを考案しその有用性を示してきた。経路選択モデルでは個人毎に出発地・目的地が異なるため従来のプロビットモデルでもそのままでは利用できないが、共分散項の構造化により簡便な適用が可能になった。本研究では、構造化プロビットモデルを経路選択ばかりではなく他の選択対象へ応用する可能性を示すこととする。この際、パラメータ推定に関しては、近年のシミュレーション法の発展が適用可能性を広げつつあることを付記しておく。

2. 構造化された共分散項をもつ

プロビットモデル

2-1. 鉄道経路選択モデル

大都市域においては個人毎に様々な経路集合が存在する。経路間の任意の類似性を考慮しプロビットモデルの複雑さを軽減させたモデルについてまず説明する。

各経路に関する誤差を長さ依存する誤差 ε^1 と経路固有の誤差 ε^0 に分離して考える。 ε^1 は単位長さ毎に独立に分布すると仮定することにより、その分散は経路の長さに比例し共分散は経路間の重複区間の長さに比例することを示せる。なお ε^0 は各経路毎に発生するために共分散は0とする。以上により構造化プロビットモデルの分散共分散行列は未知なパラメータ2つ $\sigma^2(x)$ 、 σ_0^2 を含む次の式で表される。

$$\Sigma = \sigma^2(x) \begin{pmatrix} n_1(x) & n_{12}(x) & \cdots & n_{1k}(x) \\ n_{12}(x) & n_2(x) & \cdots & n_{2k}(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{1k}(x) & n_{2k}(x) & \cdots & n_k(x) \end{pmatrix} + \sigma_0^2 I \quad (1)$$

$\sigma^2(x)$: 単位長さあたりの分散

$\sigma_0^2(x)$: 経路固有の分散

$n_1(x)$: 経路1の単位長さの数

$n_{12}(x)$: 経路1, 2の重複区間の単位長さの数

x を距離で定義すれば、 n_1, n_{12} は経路長、重複区間長に置き換えられる。また計算上の負荷を減らすために誤差分散は各経路で等しく、地理学上の長さとは独立、さらに個人毎に分散は等しいと仮定し、経路間の類似性を表す指標として重複率 w を図1式(4)の様に定義する。先の仮定と重複率を用いて、パラメータ1つを含み経路間の類似性を表現できる分散共分散行列が以下の様に得られる。

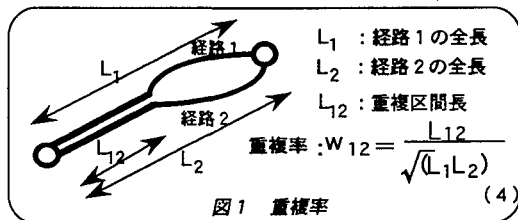
$$\Sigma = (n(x)\sigma^2(x) + \sigma_0^2) \begin{pmatrix} 1 & \theta w_{12} & \cdots & \theta w_{1k} \\ \theta w_{12} & 1 & \cdots & \theta w_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta w_{1k} & \theta w_{2k} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\theta = \frac{n(x)\sigma^2(x)}{n(x)\sigma^2(x) + \sigma_0^2} \quad (3)$$

以上によって、分散の比率 θ を未知パラメータとする構造化プロビットモデルが導出された。

2-2. 列車選択を考慮した鉄道経路選択モデル

2-1 では類似性が重複区間の長さで決定される構造を考えたが、ここでは重複区間内における選択列車の違いを考慮し、急行と各駅停車との選択の様に、よりきめ細やかに類似性の高い状況を表現できるモデル化を提案する。図2のケースでは重複率は1



Key Words: プロビットモデル、類似性

* 正会員 工博 東京工業大学 土木工学科

** 学生員 院生 東京工業大学 社会開発工学専攻

[〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1,

Tel 03(5734)2693, Fax 03(3726)2201]

だが、停車駅が異なるためサービスが完全に重複しているとは言えない。そこで重複区間内停車駅数に着目し重複区間長に重みを付ける。重みの定義として、

$$\delta_{12} = (\text{急行停車駅数} / \text{各駅停車駅数}) = 2/6 \quad (\text{図2において}) \quad (5)$$

式(4)、(5)より重複率を式(6)で表す。

$$w_{12} = \frac{\delta_{12} L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (6)$$

分散共分散行列は重複率を式(6)として、式(1)に代入し得られる。

2-3. 交通機関の組み合わせ選択モデル

幹線旅客純流動データの整備により都市間交通の選択特性が把握可能となった。このデータを活用して、例えば従来から代表交通機関選択として捉えられてきた、図3の様な組み合わせ選択のモデル化を考えてみる。図1の空間的重複率の考え方を導入すれば、経路2, 3は山形～東京間で重複しており、経路1, 2は東京～広島間で重複していると考えられる。区間長は一般的に用いられる空間距離を利用する。また各経路共に全長が長い空港やインターから駅までの距離は相対的に無視できる可能性は高い。以上より分散共分散行列は式(2)(3)と同様に設定でき、代表交通手段に集約することなく複数の幹線交通機関を明示的に考慮したモデル化が可能である。

2-4. 目的地選択モデル

目的地選択に対してBolduc³⁾が提案した自己回帰

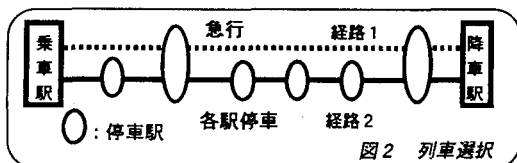


図2 列車選択

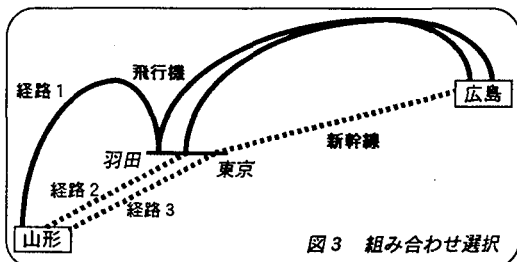


図3 組み合わせ選択

誤差項は以下で表される。

$$\varepsilon_i = \rho \sum_{j \neq i} v_{ij} \varepsilon_j + \xi_i \quad \xi_i \sim \text{i.i.d. } N(0,1) \quad (7)$$

ρ : パラメータ

v_{ij} : 選択肢*i, j*間の重み

v_{ij} は目的地*i, j*間の距離 d_{ij} とパラメータ α を用いて $d_{ij}^{-\alpha}$ と簡単に定義する。この式は α が大きければ、目的地間の距離が短く親近性が高いことを表している。しかしこのモデルでは出発地から目的地までの距離は考慮されていないが、目的地までの距離が長い程、目的地に対する空間的認識が曖昧になると考えられる。そこで α の分散が目的地までの距離 l に依存すると考え、

$$\xi_i \sim \text{i.i.d. } N(0, \eta_i^2) \quad \eta_i^2 \propto f(l_i) \quad (8)$$

なる誤差項を導入することで、図4の様な状況で出発地からの距離と目的地間の距離との相対的な大きさの違いを考慮した構造化プロビットモデルを定義できる。例えば、目的地までの距離の等しい2肢選択を考えると、その共分散項は式(9)で表される。

$$\sigma_{ij} = \frac{2\rho v_{ij} \eta_i^2}{(1 - \rho^2 v_{ij}^2)^2} \quad (9)$$

共分散項は、目的地までの距離が長い程大きく、目的地間の距離が短い程大きくなる。

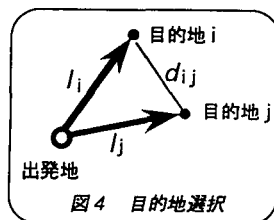


図4 目的地選択

3. おわりに

選択肢間の類似性を直接かつ簡便に構造化することによりプロビットモデルの取り扱いの難しさは解消できる。一方、計算時間については近年様々なシミュレーション法が発展しており、実用性が増しつつある。構造化のアイデアは上記以外の様々な選択対象に応用可能であり、計算時間の改善も含め構造化プロビットモデルは今後、益々発展すると考えられる。

<参考文献>

- 1) 屋井, 岩倉, 伊東: 鉄道ネットワークの需要と余剰の推計法について (1993): 土木計画学研究論文集11, 81-88.
- 2) Yai, Iwakura, Morichi: Multinomial probit model with structured covariance matrix for route choice behavior : Transportation Research B: forthcoming.
- 3) Denis Bolduc: Generalized autoregressive errors in the multinomial Probit Model(1992) : Transportation Research 26B No.2, 155-170.