【土木計画学研究・講演集 No.18(2) 1995年12月】

危険回避選好を考慮した2段階離散選択モデルに関する研究*

A Two-Staged Discrete Choice Model with Risk Preferences*

多々納裕一**・小林潔司**・喜多秀行**

By Hirokazu TATANO**, Kiyoshi KOBAYASHI** and Hideyuki KITA**

1. はじめに

ランダム効用モデル[1)2)]は効用理論と整合のとれた形で個人の離散的選択行動を表現できるという利点を持っている。このため、土木計画学の分野でも交通・立地行動分析をはじめとして各種の理論的・実証的研究が蓄積されてきた[3)]。また、個人が直面する選択問題の多様性を反映して、ランダム効用モデルの各種の拡張が試みられている[3)-5)]。例えば、確率誤差項の相関構造の多様化、多段階選択行動のモデル化、選択肢集合の割当メカニズムの内生化、個人間の合意形成メカニズムのモデル化等の拡張が試みられている。

本研究では、自家用車等の耐久消費財やバス・鉄道定期券のように繰り返して利用可能な財の選択行動を表現するようなランダム効用モデルを提案する。従来より自家用車保有行動や公共交通定期券の購入行動に関しては、ネスティッドロジットモデルやGEVモデルによるモデル化が試みられてきた[2)-5)]。この種のモデルは形式的には多段階選択行動をモデル化しているが、選択行動のネスティングはあくまでも確率誤差項の相関構造の結果を反映しているものであり、選択行動の階層性を表現しているのではない。さらに、本稿で示すようにネスティッドロジットモデルでは危険回避選好を有する個人の多段階選択行動を期待効用理論と整合のとれる形で十分に表現出来ないという問題が生じる。

本研究では、不確実性下における長期的・短期的な2段階選択問題に直面する個人の選択行動を期待効用理論と整合のとれる形で表現しるようなランダム効用モデルを提案する。従来から提案されてきたネスティッド型のロジットモデルは、危険中立型の個人の選択行動を表現しているものであり、本研究で提案するモデルの1つの特殊な場合に該当することを示す。以下、2．では、本研究が対象とする2段階選択問題の構造と特性を記述する。3．では、期待効用理論に基づく2段階選択行動モデルの定式化を試みる。4. では、数値計算を通じてモデルの挙動について思考実験を行なう。

2. 本研究の考え方

本研究では、自家用車等の耐久消費財やバス・鉄道定期券のように繰り返して利用可能な財の選択行動について考察する。この種の財は、1）財の購入の有無が個人の短期的な選択行動問題の内容を不可逆的に変化させる、2）その財がもたらす効用は個人が短期的な繰り返し選択行動の結果の集計値として決定される、3）個人の危険回避の程度が選択行動に影響を及ぼすという特徴を有する。

短期的選択問題の意思決定環境は長期的選択の結果に依存している。たとえば、ある主体がバス定期券を購入したとしよう。この場合には、短期的には定期券購入のコストはすでにサンクされており、交通費用はゼロである。一方、定期券を購入しない場合、バスを利用するためには対価を支払わなければならない。このように長期的選択の結果は、個人の短期的な意思決定環境を不可逆的に変化させる。

長期的意思決定は、短期的な選択行動が開始される以前の時点でなされる。長期的意思決定がなされる時点を本研究では初期時点と呼ぶ。初期時点では以後繰り返しなされる短期的選択の結果を確定的に把握できない。各主体は短期的選択の結果に対して期待を形成し、期待効用を最大にするような長期的選択肢を選択する。さらに、意思決定主体が有する

*キーワーズ：交通行動分析、交通手段選択
**正員　工博　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
(〒680 鳥取市湖山町南4丁目101、TEL 0857-31-5310, FAX 0857-31-0882)

危険回避選好や主体が直面するリスクの程度は、主体の長期的選択行動に大きな影響を及ぼすことが予想される。本稿で示すように従来から用いられたネスティッド型離散選択モデルは危険中立型の意思決定者を想定しており、本研究でとりあげるような２段階選択問題に関わる危険回避行動を表現できないという限界がある。本論文では、意思決定者のリスク回避行動を明示的に考慮にいれたような２段階離散選択モデルを提案することとする。

２段階選択問題では、短期的な選択回数の取り扱いによって問題の構造は以下のように異なってくる。すなわち、１）選択回数が個人の意思とは無関係に外生的に決定される場合、２）個人の選択行動の結果として内生的に決定される場合である。前者の場合、トリップ生成の回数 n は個人の意思とは無関係に制度や慣習の結果として外生的に決定される。この場合、n を確定値と考えるか、確率変数と考えるかによって異なったアプローチが可能である。本稿では、選択回数が外生的かつ確実に与えられる場合に分析の焦点を絞る。選択回数が不確実性を伴いながら外生的に与えられる場合についても検討しているが、本稿では紙幅の都合により省略する。選択回数の内生化の問題は今後の課題としておきたい。

3. モデルの定式化

(1) 問題の定型化

長期的選択は短期的な意思決定環境を決定し、その環境のもとで短期的な選択が繰り返される。個人が直面する長期的選択問題の選択肢を k $(k = 1,\cdots,K)$ で表わそう。さらに、長期的選択肢 kが選択された意思決定環境における短期的選択肢を i $(i=1,\cdots,I_k)$ で表わす。

初期時点で長期的選択が行なわれ、期間中に合計 n 回の短期的選択が行なわれると仮定する。長期的選択肢 kの属性は特性ベクトルx_kと観測誤差ξ_kで表現される。ξ_kは個人にとっては既知であるが、観測者に観測できない属性を表現する確率変数であり、観測者はその確率分布を知っていると考える。つぎに、長期的選択肢 kの下における t 期の短期的選択肢 i_t $(i_t=1,\cdots,I_k; t=1,\cdots,n)$ が、属性ベクトル$y^k_{i_t}$と状況依存的な確率誤差項$\varepsilon^k_{i_t}$によって記述できると考える。ここで、短期的選択肢 i_t に対応する属性 $x^k_{i_t}$ は短期的選択のみならず長期的選択にも依存して定まるが、これは長期的選択の内容が短期的選択における意思決定環境を不可逆に変化させることを表現したものである。また、属性ベクトルy^k_tは期間中を通じて一定であるが、確率誤差項$\varepsilon^k_{i_t}$は各期において変動する状況依存的な確率変数である。短期的選択がなされる直前において$\varepsilon^k_{i_t}$の値は確定しているが、長期的選択がなされる初期時点では確定していない。長期的選択の時点では、個人と観測者の双方にとって$\varepsilon^k_{i_t}$の値は確定的には把握できず、その確率分布のみが把握可能である。

(2) 短期的選択問題

短期的選択問題においては長期的選択はすでに終了している。長期的選択肢 kが選ばれ、長期的確率変数ξ_kは短期的選択の全体を通じて$\bar{\xi}_k$に確定しているとしよう。さらに、t 期の短期的選択の直前において短期的確率変数が$\bar{\varepsilon}^k_{i_t}$に確定しているとしよう。短期において、個人が部分効用関数$\bar{v}(y^k_{i_t})+\bar{\varepsilon}^k_{i_t}$に基づいて短期的選択を行なう時、当該個人が選択する条件付き短期的選択肢 $i^*_t(k)$ は次式で与えられる。

$$i^*_t(k) = \arg\max_{i_t}\{\bar{v}(y^k_{i_t})+\bar{\varepsilon}^k_{i_t}\} \tag{1}$$

一方、観測者にとっては短期的確率変数の確定値$\bar{\varepsilon}^k_{i_t}$は不可知である。観測者にはその確率分布のみが既知である。このとき、確率変数 $\varepsilon^k_{i_t}$ が、独立かつ同一のガンベル分布 $(F(\varepsilon^k_{i_t})$, 平均 γ/λ, 分散 $\pi^2/(6\lambda^2))$ に従うと仮定する。

$$F(\varepsilon) = \mathrm{Prob}\{\varepsilon^k_{i_t} \le \varepsilon\} = \exp(-\exp(-\lambda\varepsilon)) \tag{2}$$

このとき、長期的選択肢 kの下で t 期に短期的選択肢 $i_t(k)$ が選択される確率 $P(i_t|k)$ は、観測者にとって次式のロジットモデルで与えられることになる。

$$P(i_t|k) = \exp\{\bar{v}(y^k_{i_t})\}/\sum_j \exp\{\bar{v}(y^k_j)\} \tag{3}$$

(3) 長期的選択問題

長期的選択問題では将来繰り返される短期的選択行動の結果を勘案しながら長期的選択肢が選択される。選択の当事者である個人にとっても長期的選択が実行される初期時点では、各期に実現する確率変数$\varepsilon^k_{i_t}$の値を確定的に把握できない。ここで、観測者の場合と同様に、$\varepsilon^k_{i_t}$がそれぞれ独立なガンベル分布

$F(\varepsilon_{i_t}^k)$ に従って分布すると考える。この時、各短期的選択問題において獲得できる最大効用値

$$\chi_t^k = \max_{i_t}\{\bar{v}(y_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k\} \quad (4)$$

も確率変数となる。$\varepsilon_{i_t}^k$の分布に関する仮定より、χ_t^k の分布関数 $G(\chi_t^k)$ は次式で与えられる。

$$G(\chi_t^k) = \exp(-\exp(-\lambda\chi_t^k \sum_{i_t}\exp(\lambda\bar{v}(y_{i_t}^k)))) \quad (5)$$

長期的選択肢 kに対する個人の期待効用を

$$EU(k:n) = E_\chi[U(x_k, \chi_1^k, \cdots, \chi_n^k)] + \bar{\xi}_k$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} U(x_k, \chi_1^k, \cdots, \chi_n^k) \prod_{t=1}^{n} dG(\chi_t^k) + \bar{\xi}_k \quad (6)$$

と表そう。ここに、$U(\cdot)$ は、長期的選択における効用関数であり、部分効用の最大値 χ_t^k に関して非減少関数であると仮定する。また、$\bar{\xi}_k$は観測者に観測できない固有の変数の実現値であり、各個人にとっては定数である。ここで、留意すべき点は、効用関数 $u(\cdot)$ に短期的確率変数$\varepsilon_{i_t}^k$が短期的最適化行動を通じて部分効用の最大値を規定し、それが（確率）変数として効用関数に含まれていることである。本研究では、状況依存的に変化する短期的選択の変動が長期的選択における不確実性をつくりだしているような長期的選択問題をとりあげている。したがって、効用関数に短期的確率変数が変数として含まれることにより、個人のリスクに対する危険回避行動を表現することが可能になるわけである。

個人は長期において次式に示すように期待効用を最大にする選択肢 k^*を選択する。

$$k^* = arg\max_k\{E_\chi[U(x_k, \chi_1^k, \cdots, \chi_n^k) + \bar{\xi}_k]\} \quad (7)$$

観測者にとって$\bar{\xi}_k$は確率変数である。ξ_kが平均 ν/λ、分散 $\pi^2/(6\nu^2)$ を有するガンベル分布に従うと仮定すれば、観測者が予測する選択肢 kの選択確率 $P(k:n)$ は次式により定義できる。

$$P(k:n) = \frac{\exp\{\nu E_\chi[U(x_k, \chi_1^k, \cdots, \chi_n^k)]\}}{\sum_j \exp\{\nu E_\chi[U(x_j, \chi_1^j, \cdots, \chi_n^j)]\}} \quad (8)$$

(4) 長期効用関数の特定化

長期的選択行動においては、短期的選択に関わる不確実性に対する個人のリスク選好が重要な影響を及ぼす。効用関数 Uは個人の危険回避行動を表現できるような関数形であることが望ましい。そこで、効用関数 U を以下のように特定化した。

$$U(x_k, \chi_1^k, \cdots, \chi_n^k) = u[w(x_k) + \sum_{t=1}^{n}\chi_t^k] \quad (9)$$

ここで、効用関数 $u(x)$ として絶対危険回避度一定の効用関数を用いることにする。

$$u(x) = \begin{cases} -\exp(-\eta\cdot x) & (\eta > 0) \\ x & (\eta = 0) \\ \exp(-\eta\cdot x) & (\eta < 0) \end{cases} \quad (10)$$

危険回避度$\eta = (-d^2U(x)/dx^2)/(dU(x)/dx)$ は x の値いかんに関わらず一定値ηをとるパラメータである。このような特定化により、個人の危険回避度が明示的に考慮される。

(5) 期待効用の導出

効用関数 $u(x)$ として上式を用いれば、効用関数 (9) を次式のように表現できる。

$$u[w(x_k) + \sum_t \chi_t^k]$$
$$= \begin{cases} -\Phi_k \prod_t \exp(-\eta\cdot\chi_t^k) & (\eta > 0) \\ w(x_k) + \sum_t \chi_t^k & (\eta = 0) \\ \Phi_k \prod_t \exp(-\eta\cdot\chi_t^k) & (\eta < 0) \end{cases} \quad (11)$$

ただし、$\Phi_k = \exp(-\eta\cdot w(x_k))$ である。

式 (11), (5) より、若干の計算により期待効用関数 (6) の右辺第 1 項は以下のようになる。

$$E_\chi[u[w(x_k) + \sum_{t=1}^{n}\chi_t^k]]$$
$$= \begin{cases} -\exp\{-\eta A(n, x_k, y^k)\}\Gamma\left(\frac{\eta+\lambda}{\lambda}\right)^n & (\eta > 0) \\ A(n, x_k, y^k) & (\eta = 0) \\ \exp\{-\eta A(n, x_k, y^k)\}\Gamma\left(\frac{\eta+\lambda}{\lambda}\right)^n & (\eta < 0) \end{cases} \quad (12)$$

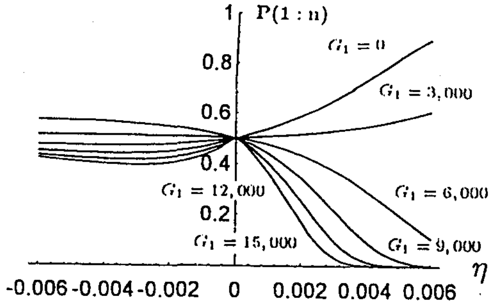
ここに、$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。ガンマ関数値は長期選択における個人のリスクプレミアムと密接な関係があることを示すことができるが、紙面の都合上それに関する記述は省略する。また、

$$A(n, x_k, y^k) = w(x_k) + \frac{n}{\lambda}\ln\sum_i \exp(\lambda\bar{v}(y_i^k)) \quad (13)$$

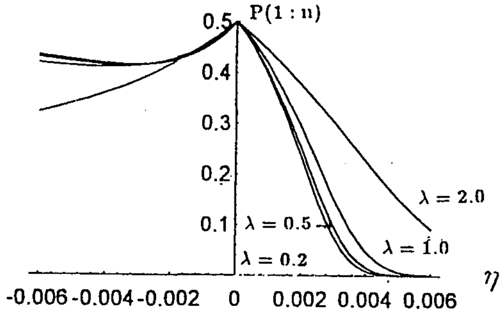
であり、右辺第 1 項は長期的選択肢に関する便益、第 2 項は短期選択肢に関わる合成効用項を選択回数 n を用いて重み付けしたものとなっており、通常のネスティッドロジットモデルの自然な拡張になっている。式 (12) において$\eta = 0, n = 1$とおけば、周知のネスティッドロジットモデルと同一であり、同モデルは危険中立型の効用関数を想定した本 2 段階選択モデルの特殊例に該当することがわかる。以下、$A(n, x_k, y^k)$ を選択肢 kの便益と呼ぶ。

4. 数値計算

2 段階離散選択モデルの挙動を数値計算を通じて



図－１　危険回避度と定期券の選択確率



図－２　短期の選択に伴うリスクと定期券の選択確率

分析してみよう。ここでは、バス定期券の購入行動を例にとって数値計算を行う。長期的選択肢として１）定期券を購入しない (A_0)、２）定期券を購入する (A_1) を考える。また、短期的選択肢としては１）バスを利用しない (B_0^k)、２）バスを利用する (B_1^k) の２通りを考える。さらに、短期的効用関数の確定効用項を次式のように定式化しよう。

$$\bar{v}_i^k = \alpha_T T_i^k + \alpha_C C_i^k \tag{14}$$

ここに、T_i^k, C_i^kはそれぞれ長期的選択肢 A_kの下で短期的選択肢 B_i^kを選択した場合の所要時間、所要費用を表わしている。さらに、長期的選択問題における長期的選択肢の部分効用を $w(x_k) = \alpha G_k$ と特定化する。ここに、G_kは定期券の費用（ただし、$G_0 = 0$）である。ここで、参考文献[3]に基づいてパラメータ値を仮想的に$\lambda = 1, \nu = 1.5, \alpha_T = -0.17, \alpha = \alpha_C = -0.0023$ とした。さらに、選択肢に対応した属性の標準ケースを以下のように設定した。$n = 50, G_1 = 120000, T_0^k = 20, T_1^k = 30, C_0^k = 100, C_1^0 = 300, C_1^1 = 0$ $(k = 0, 1)$。

ａ）危険回避度の影響　図－１は、危険回避度と定期券の選択確率の関係を示している。定期券の価格が変化すれば定期券の便益も変化する。定期券が有する相対的な便益を$\Delta = A_1 - A_0$で評価しよう。ただし、$A_k = A(n, x_k, y^k)$ である。定期券の購入確率は定期券が有する相対的な便益 Δ により規定される。$\Delta > 0$ の時、危険回避度が増加すれば購入確率は減少するが、$\Delta < 0$ の時は危険回避度の増加により購入確率は減少する。すなわち、危険回避的な人間ほど定期券の購入に関する決定がより確定的に行われるようになる。

ｂ）リスク変化の影響　個人が直面するリスクを支配する要因として、短期的選択における確率誤差項の分散の程度が考えられる。図－２は短期的誤差項の分散を変化させた時に長期的選択肢の選択確率が危険回避度と対応してどのように変化するかを示している。この結果から、$\Delta < 0$ の場合には、短期的誤差項の分散が小さいほど危険回避度が増加すれば定期券の購入確率がより大きく減少することが理解できる。

5．おわりに

本研究では、不確実性下における長期的・短期的な多段階選択問題に直面する個人の選択行動を期待効用理論と整合のとれる形で表現しるようなランダム効用モデルを提案した。本研究により、従来のネスティッド型のロジットモデルは、本研究で提案したモデルの１つの特殊ケースである危険中立型の個人の選択行動を表現していることが明らかになった。今後は、選択回数の内生化等のモデルの精緻化を図るとともに、本研究で提案したモデルを用いた実証研究を発展させていく予定である。なお、本研究の遂行にあたり奥山育英教授（鳥取大学）から貴重なご示唆を賜っている。ここに感謝の意を表します。

参考文献

1) McFadden, D.: Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior, In P. Zarembka (ed.), *Frontiers in Econometrics*, Academic, 1973.
2) Manski, C.F.: The structure of random utility models, *Theory and Decision*, 8, pp. 229-254, 1977.
3) 土木学会: 非集計行動モデルの理論と実際、土木学会, 1995.
4) Pudney, S.E.: *Modelling Individual Choice, The Econometrics of Corners, Kinks and Holes*, Basil Blackwell, 1989.
5) Maddala, G.S.: *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge Unversity Press, 1983.
6) Amemiya, T.: *Advanced Econometrics*, Basil Blackwell, 1985.