ＧＡによるグラフ分割を用いた部分グラフ集約化による全点間信頼度の近似解法*

An approximate method of overall reliability by means of subgraph intensive inducted into Graph-Parting performed by Genetic Algorithm

高山純一**、石井信通***
By Jun-ichi TAKAYAMA** and Nobumichi ISHII***

１．はじめに

第１次道路整備５ヶ年計画の閣議決定以後、高度経済成長の追い風を受けながらわが国では道路整備が急激に進められてきた。しかし、1980年代を境に空間的，経済的にも道路建設が困難になってきたこともあり、道路単独の評価だけではなく、道路網全体の持つサービスレベルの評価の必要性が高まってきた。この評価指標の一つとして信頼性が挙げられ、特に震災後の道路寸断による孤立地域発生を防ぐための道路網計画、あるいは都市内の防災拠点の整備計画[1)]に対し、全点間信頼度（グラフＧに含まれる全ての節点間が互いに到達可能である確率）による評価が行われている。この際、道路網の信頼性を厳密に評価する場合、道路網規模が増大するにつれて計算時間や計算機記憶容量が指数関数的に増加するため、大規模道路網に対する評価が困難であるという問題点があった。これに対し、著者ら[2)]は基本ネットワークに含まれる部分グラフを数個のノードに集約し、ネットワークを簡略化することによって全点間信頼度の近似解を計算する方法（部分グラフ集約化法）を以前に提案しており、計算時間や記憶容量の大幅な節約が可能であることを確認している。しかし、この手法では最初の段階のグラフ分割を人間の目で主観的に行うため、リンクが複雑に入り組んだネットワークに対しては最適分割が保証され難い。そうなると、効率的な計算という視点からも問題が残る。

そこで、本研究では組合せ最適化問題に対して高い探索能力を持つとされている遺伝的アルゴリズム（以下、ＧＡと記す）を応用したグラフ分割法を導入することにより、効率的なグラフ分割を行う新しい近似計算法を提案するとともに、簡単なシミュレーションによりその適用性を検討する。

２．部分グラフ集約化法による全点間信頼度の近似計算

まず、著者らが提案した近似計算法について概説する。本手法は対象となるネットワーク内のノードをいくつかの組にグループ分けをすることによってもとのネットワークの簡略化を図るものであるが、この段階で、次の３つの仮定が成り立つものする。

(ア)部分グラフが連結であれば、１つのノードに置換できる。

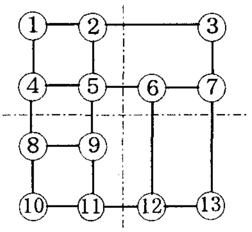
(イ)部分グラフが非連結（部分グラフが更に数個の連結でないグラフに分割される）であれば、２つ以上のノードに置換できる。

(ウ)部分グラフが非連結で、数個のグラフに分割されるとき、その分割数が部分グラフに接続しているリンク数より多ければ、その基本ネットワークは非連結となる。

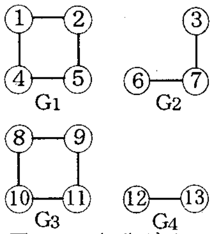
本手法の適用例を図－１の基本ネットワークを用いて説明する。まず、ネットワークを図のように４分割し、図－２のような４つの部分グラフを設定する。次に、各部分グラフを集約ノードに置換し、図－３に示す変換ネットワーク１を作成する。さらに各部分グラフ間を結ぶ複数のリンクを連結確率の等しい１本のリンクに置換し、図－４の変換ネットワーク２を作成する。このとき、２つ以上の部分グラフが同時に非連結となる場合は、対象ネットワークが非連結になるものとして考える。ここで、全点間

*キーワーズ：遺伝的アルゴリズム、部分グラフ集約化、全点間信頼度、グラフ分割問題

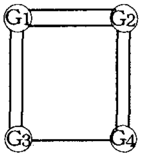
**正員、工博、金沢大学工学部土木建設工学科
（金沢市小立野２丁目40－20 TEL 0762-34-4650）
***学生員、金沢大学大学院工学研究科
（金沢市小立野２丁目40－20 TEL 0762-34-4650）



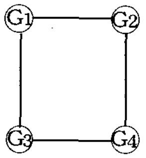
図－1　基本ネットワーク



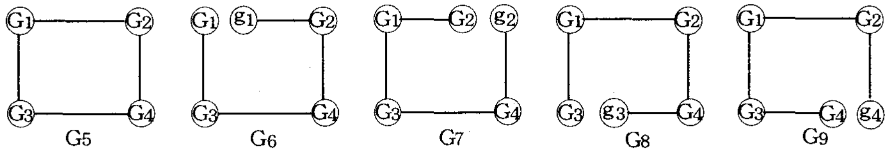
図－2　部分グラフ



図－3　変換ネットワーク1



図－4　変換ネットワーク2



図－5　簡略ネットワーク

信頼度の近似解は各簡略ネットワークの生起確率とその連結確率の積和で表される。すなわち、R_1～R_4をG_1～G_4に示す簡略ネットワークの全点間連結確率とし、S_5～S_9をG_5～G_9（図－5）に示す部分グラフの全点間連結確率とすると、式(1) によって近似解REが計算される。

$$RE=R_1R_2R_3R_4S_5+(1-R_1)R_2R_3R_4S_6 +R_1(1-R_2)R_3R_4S_7+R_1R_2(1-R_3)R_4S_8 +R_1R_2R_3(1-R_4)S_9 \quad (1)$$

3．ＧＡの概略

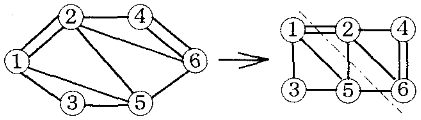
ＧＡは1960年代にJ. Hollandらによって提唱されたアルゴリズムで、生物進化の過程をコンピュータシミュレーション上での実践によって最適解探索を行うモデルである[3]。

まず、ＧＡが適用できるように対象となる問題に対してコーディングを行う。このとき、解候補となる線列をいくつか作成し、初期集団とする。次に、あらかじめ設定しておいた評価関数によって各線列に対する評価値を計算する。ここで、評価値の低い線列はこの問題の解としては不向きであると判断して一定の確率で淘汰し、残った線列の中から増殖させることによって、最初の線列数を保つ。さらに集団において一定の確率で交差や突然変異を行い、現段階よりも評価値の高い個体を創り出すことを試みる。これを一世代とし、さらに淘汰，増殖，交差，突然変異を繰り返していくことにより、解空間を探索していく。そして数世代進化させたところで適当な解が得られたら計算を終了する。

ＧＡにおける評価関数の設定方法や各オペレーションの種類、あるいは淘汰，交差や突然変異の確率の設定などはすべて設計者の意志に任されており、どのオペレーションをどんな方法で、どの程度の確率で実行させれば効率的に最適解が探索できるかに関しては未だ知られていない部分が多く、現在もその研究が行われている段階である。また、ＧＡは最適解探索の確率的手法であるので、得られる解は問題に対する最適解であるとは限らないが、比較的簡単なオペレーションで、かつ非常に短時間で工学的に意味のある準最適解が求められる解法として様々な適用に対する研究が進められており、最近では既存の最適解探索手法と組み合わせた例[4]もいくつか発表されている。

4．グラフ分割問題とＧＡの適用

部分グラフの集約化によって全点間信頼度の近似解が得られるが、本手法は近似解法を重複して使用するため、誤差が拡大する危険性を含んでいる。この時、最初の段階でのグラフ分割をいかに効率的に行うかが近似解を求める際の計算時間や記憶容量の節約、しいては解の精度にも影響を及ぼすものと考えられる。ここで、グラフ分割問題[5]とは図－6に示すように、いくつかのノードとノード間を結ぶ何本かのリンクで構成されたグラフのノードをいくつかのグループに分割し（各グループに割り当てられるべきノード数は決められている）、グループ間に



図－6　グラフ分割問題

またがるリンク数（以下、カットリンク数と呼ぶ）が最小となるような分割（この時のカットリンク数を最適解と呼ぶ）を求める問題である。なお、図－6は6つのノードを3つずつの2つのグループに分割する例を示したものであり、このネットワークではグラフ分割における最小のカットリンク数は4である。これより、グラフ分割のカットリンク数を求める従来の方法と、本研究において用いたGAについて述べることにする。

（1）Minimum－Cut法

グラフ分割問題に対するヒューリスティックアルゴリズムとしてMin－Cut法[6]が提案されている。本手法の概要は以下の通りである。

STEP1：ネットワークを任意に2分割し、一方を部分グラフA，他方を部分グラフBとする。

STEP2：部分グラフAの1つのノードを部分グラフBに、部分グラフBの1つのノードを部分グラフAに移動したときのカットリンク数を探索する。

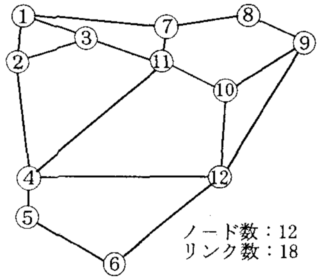
STEP3：STEP2の作業を部分グラフA，Bのすべてのノードの組み合わせについて行い、最もカットリンク数の少なかったノードの組み合わせを選択してそれぞれ移動させる。

STEP4：移動させたノード以外のノードを用いて、STEP2，STEP3を行う。このとき、各操作段階におけるカットリンク数を記憶しておく。

STEP5：記憶しておいたカットリンク数の中から最小のものを選択し、対応する段階のネットワーク状況について、新たに部分ネットワークA，Bとする。

STEP6：カットリンク数の減少が得られなくなるまでSTEP1～5を繰り返して行う。

この操作においては基のグラフの規模の増大に伴ってノードの組み合わせも急激に増大するので、大規模なグラフに対して厳密な最適解を探索するのはかなり困難であると考えられる。



図－7　基本ネットワーク

（2）GAによるグラフ分割

本研究では図－7のネットワークを対象とし、これをそれぞれ6つのノードを持つ2つの部分グラフに分割するため、以下のようにコーディングを行い、GAを適用した。

まず、ノード数12に等しいビット長を持つ線列を乱数を用いて発生させる。線列は0と1のみから構成されるバイナリコードを採用した。ここでの0，1はグループ0に属するノード，グループ1に属するノードという意味を持たせるため、任意に発生させた線列の中から0，1のビットをそれぞれ6つずつ持つ線列を10個選択し、初期線列とした。

次に、評価関数の設定であるが、本研究では単純にカットリンク数をそのまま評価の対象とし、カットリンク数の少ない線列ほど良い評価を与えた。淘汰，増殖については最も評価値の悪いものを淘汰し、最も評価値の良いものを増殖させた。

また、交差，突然変異についてであるが、本研究では交差によって線列中の0，1の数が6つを保てず、本問題における致死遺伝子となる場合が多いと考えられるので、交差は行わず、次の操作を実行した。ここでは評価値の順に線列を並べ替えた後、ある線列に対しては第1ビットから見ていって最初に現れる01の部分を10に変換したり、別の線列に対しては第12ビットから見ていって最初に現れる10の部分を01に変換するなどの操作を行った。また、突然変異については、線列の中の1つを選び出し、第1ビットから見て最初に現れる0を1に、第12ビットから見て最初に現れる1を0に変換するという操作を実行した。これらの操作によって、各線列のビットにおける0，1の数をそれぞれ6つずつに保つことが可能となる。なお、探索は20世代をもって打ち切った。

表－１　Min-Cut法を用いたときのグラフ分割

	計算時間(Sec)	記憶容量(kB)	分割パターン
初期分割１	０．８５２	３５．２	モデル１
初期分割２	０．８６４	３５．２	モデル１
初期分割３	０．８５２	３５．２	モデル２
初期分割４	０．８４８	３５．２	モデル１
平均	０．８５４	３５．２	

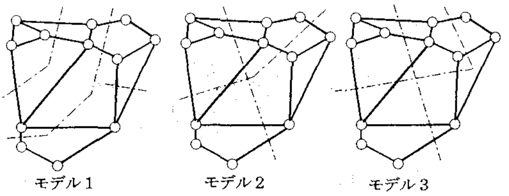
表－２　ＧＡを用いたときのグラフ分割

	計算時間(Sec)	記憶容量(kB)	分割パターン
乱数パターン１	０．３２０	７２．０	モデル２
乱数パターン２	０．２５６	５７．６	モデル１
乱数パターン３	０．０９６	２１．６	モデル１
乱数パターン４	０．３２０	７２．０	モデル１
乱数パターン５	０．２５６	５７．６	モデル３
乱数パターン６	０．１６０	３６．０	モデル２
乱数パターン７	０．１６０	３６．０	モデル１
乱数パターン８	０．０６４	１４．４	モデル２
乱数パターン９	０．１９５	４３．２	モデル２
乱数パターン10	０．０６４	１４．４	モデル２
平均	０．１８９	４２．５	

５．シミュレーション結果

グラフ分割を４通りの初期カットを与えたMin－Cut法で行った場合の結果を表－１に、10通りの乱数を発生させることによるＧＡで行った場合の結果を表－２に示す。これらを比較すると、まず、ＧＡによるグラフ分割は記憶容量ではMin－Cut法にやや劣るものの、計算時間では平均で約２／９の時間で解に到達していることがわかる。この点で、ＧＡを用いることによる計算時間の短縮が見られた。

次に、Min－Cut法では図－８のモデル１，２の、また、ＧＡではモデル１，２，３のグラフ分割パターンがそれぞれ得られているが、これらのモデルを用いて実際に全点間信頼度を計算した結果を表－３に示す。表中の近似解の％は厳密解との比率誤差を表す。なお、リンク導通確率は平均値を0.5，0.8の２通り、標準偏差を0.03，0.08の２通りで組み合わされる合計４通りのケースについて、正規乱数を用いて与えた。これより、モデル２の分割パターンが信頼度の厳密解に対して最も優れていることがわかるが、Min－Cut法では４つの初期カット中１つしかこの分割パターンに到達していないのに対し、ＧＡでは10通りの乱数発生パターンの内、５通りにおいてこれに到達している。これより、本シミュレーションにおいてはＧＡを用いることによって厳密解に近い解が得られやすい、すなわち比較的効率的な分割パターンが得られる確率が高いといえる。



図－８　グラフ分割パターン

表－３　全点間信頼度の比較

リンクの導通確率	厳密解	モデル１による近似解	モデル２による近似解	モデル３による近似解
平均値＝0.5 標準偏差＝0.03	0.0518334	0.0310802 40.03%	0.0485404 6.35%	0.0351978 32.09%
平均値＝0.5 標準偏差＝0.08	0.0426776	0.0303940 28.78%	0.0421676 1.20%	0.0350893 12.78%
平均値＝0.8 標準偏差＝0.03	0.6501412	0.5868776 9.73%	0.6866808 5.62%	0.5985094 7.94%
平均値＝0.8 標準偏差＝0.08	0.6355438	0.6002901 5.54%	0.6879934 8.25%	0.6225835 2.04%

６．まとめ

本研究では、全点間信頼度の近似解法である部分グラフ集約化法を適用するにあたって、第一段階で行うグラフ分割をいかにして効率的に行うかという課題にアプローチする一つの方法として、ＧＡを用いた分割方法を提案した。そして、その適用性をシミュレーションによって検討した。その結果、本シミュレーションにおいてはＧＡによるグラフ分割が計算時間や最適分割への到達可能性という点で従来用いられてきたMin－Cut法よりも優れているということがわかった。また、今後の課題としては、より大規模なネットワークへの適用，ＧＡの各オペレーションの改良などに取り組む必要があると考えられる。

＜参考文献＞

１）木俣　昇，石橋　聡；地震時緊急路網のシステム信頼性評価に関する基礎的研究，土木計画学研究・講演集，NO.6，pp.145～152，1988年11月.
２）高山純一，大野　隆，中島良光；部分グラフ集約化法を用いた全点間信頼度の近似解法，土木学会第43回年次学術講演集，pp.342～343，1988年10月.
３）藤田喜久雄；遺伝的アルゴリズムによる最適化問題へのアプローチ，日本機械学会関西支部設計ＡＩ研究懇話会第４回資料，1992年７月.
４）小圷成一，須貝康雄，平田廣則：遺伝的要素を取り入れた改良型アニーリング法によるブロック配置手法，電子通信情報学会論文誌Ａ，Vol.J 73-A，No.1，pp.87～94，1990年１月.
５）北野宏明編；遺伝的アルゴリズム，産業図書.
６）Kernighan，B.W. and Lin，S. ；An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs，Bell Systems Technical Journal，Vol.49，pp.291～307，1970.