【土木計画学研究・講演集 No.17 1995年1月】

ＤＰを用いた鉄道縦断線設計の最適化モデル

An Optimization Model for Railway Profile Design Based on Dynamic Programming

叶 霞飛** 青島 縮次郎*** 宿 良****

by Xiafei YE, Naojiro AOSHIMA and Liang SU

1．はじめに

近年，計算技術とコンピュータ技術の進歩に伴って，コンピュータの支援により，鉄道路線設計の最適化モデルを構築することが重要な課題となっている．そこで本研究ではまず，その体系的な最適化の一断面としての，ある鉄道平面線設計を与件としたときの鉄道縦断線設計の最適化モデルについて検討する．

さて，当該分野に関連する既往研究の主要なものを見ると，国内・国外を問わず，道路路線計画・設計に関するものが多い（例えば，参考文献[1)-3)]）．そして，それらの研究では，縦断設計線の勾配変更点は手作業によって求めるか，あるいは等間隔（例えば100m）の形で取るかであった．また，鉄道縦断線設計の最適化に関する先駆的な研究としては，Б．К．Маляовский[4)]の提案になる勾配射影法による方法があるが，それは等間隔の勾配変更点をベースにして，主に縦断線の設計標高を最適化させるための方法について検討したものであった．その研究によれば，約２０kmの鉄道縦断線設計の最適化問題に説明変数が２００以上，制約条件が８００以上もあることになり，計算時間がかなりかかるし，縮退する可能性もある．一方，自然地形の状況から，勾配変更点の位置分布が必ずしも等間隔の形にならないので，上述の方法により，最適な縦断設計線を得られる保証がなかったと言えよう．これに対して，筆者らは設計専門家の経験を考慮しつつ，実用的な勾配変更点をコンピュータで自動的に決めた上で，高速処理が可能であるという特徴を持つＢスプライン関数を用いた鉄道縦断線設計の最適化モデル（以下では，前モデルと略す）を提案した[5)]．しかし，それは最適な勾配変更点を得る保証がないという問題点が残されている．そこで，本研究では以上の研究成果を参考にしつつ，最適な勾配変更点と設計標高を同時に決めるための鉄道縦断線設計最適化の新しいモデルの構築を目的とする．

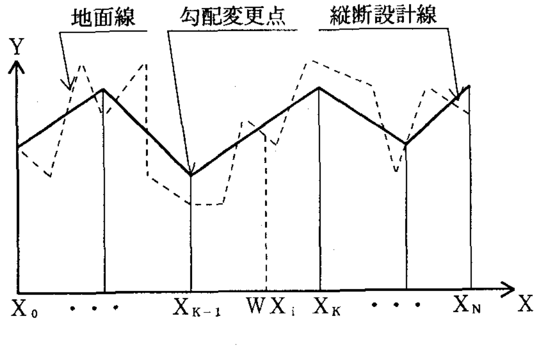
*ｷｰﾜｰﾄﾞ:鉄道計画，縦断線設計，ＤＰ

**学生員 群馬大学大学院博士課程 工学研究科
（〒376 群馬県桐生市天神町1-5-1）
***正会員 工博 群馬大学教授 工学部建設工学科
****正会員 工博 群馬大学助手 工学部建設工学科

2．本研究のフレームと位置づけ

本研究では，鉄道縦断線設計に関する総工事コストを目的関数とし，そして勾配変更点（対象路線の始点と終点を含む勾配変更点の数をＮ＋１とする）を境にして，鉄道縦断設計線の長さをＮ区間に分けると（図－１を参照），対象路線の総工事コストは次式(１)のように，各区間の工事コストの総和で表すことができる．ここで，鉄道縦断線設計の最適化とは設計の制約条件[5)]を満たした上で，これを最小にすることである．即ち，

$$G=\sum_{K=1}^{N}\{G1(K)+G2(K)+G3(K)\} \longrightarrow min \qquad (1)$$



図－１　鉄道縦断線設計略図

ここに，Gは総工事コストであり，$G1(K)$，$G2(K)$，$G3(K)$はそれぞれK番目の縦断線設計区間における土工コスト，橋梁コスト，トンネルコストであるが，それぞれの具体的な表現式は次のとおりである（図－1を参照）．

$$G1(K)=\sum_{WX_i \in (X_{K-1}, X_K)} (P_{i-1} \cdot S_{i-1} + P_i \cdot S_i) \cdot \triangle WX_i / 2 \quad (i=1,2,\cdots,K0)$$

$$G2(K)=\sum_{B_r \in (X_{K-1}, X_K)} (e_r \cdot h_r^2 + f_r \cdot |h_r| + g_r) \quad (r=1,2,\cdots,r0)$$

$$G3(K)=\sum_{j=1}^{T} PT(L_j) \cdot TK_j$$

ここに，

P_i：i番目の横断面部の土工費用の単価(元/m^3)

S_i：i番目の横断面における土工量面積(m^2)

WX_i：i番目の横断面部のキロ程(m)

$\triangle WX_i$：i番目の横断面とi＋1番目の横断面間の距離(m)

X_K:K番目の勾配変更点のキロ程(m)

K0:横断面数の総和

e_r，f_r，g_r:主要な橋梁のタイプとスパンごとに，予め最小自乗法で得られたr番目の橋脚，または橋台の工事コストに関する係数

h_r：r番目の橋脚，または橋台部の設計標高と地面標高との差(m)

B_r：r番目の橋脚，または橋台部のキロ程(m)

r0:橋梁の橋脚，橋台数の総和

$PT(L_j)$:第j本目のトンネルの単価（元／m）

L_j:第j本目のトンネルの長さ（m）

TK_j:第j本目のトンネルで区間(X_{K-1}，X_K)における長さ（m）

T:トンネルの総本数

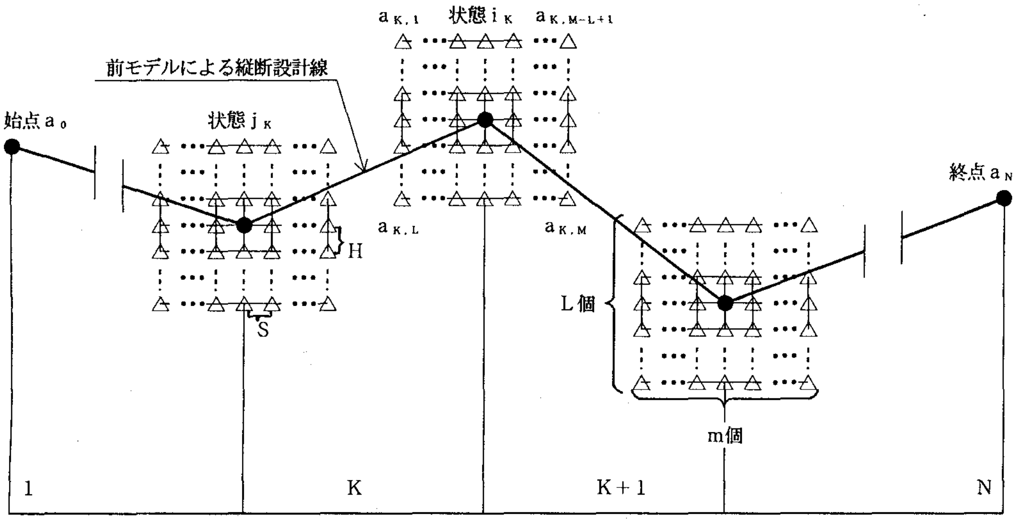
さて，実務的な鉄道縦断設計線の勾配変更点間の距離は普通50mの倍数を取るのが望ましいので，勾配変更点を決める際，できる限りその原則に従うべきである．そして，勾配変更点の位置とそれに対する設計標高を含む最適な鉄道縦断設計線を捜すような問題は離散的問題である．

本研究では，最適な勾配変更点を探索するための解析的な定式化の複雑性を避けながら，そして本最適化問題の目的関数の構造が分離可能性の特徴を持つことを考慮に入れ，上述のような鉄道縦断線設計の最適化問題に適用できる動的計画法[6]（DPと略す）を導入するものである．なお，DPの手法を実際の最適化問題に適用する際，状態ベクトルの次元という障害が生じる場合があるので，DPモデルにおける状態ベクトルの次元の節減は重要な課題になる．

一方，鉄道縦断線設計の最適化に関する従来の研究では，勾配変更点は等間隔の形によって与えられていたので，比較的良い縦断設計線を得るために，勾配変更点間の長さを短く取るのが通常であった．しかしそうすると，対象最適化問題における説明変数の数が急速に増え，求解に要する計算時間がかなりかかることになる．そして，上述の条件下での最適解が得られたとしても，勾配変更点間の長さが制約条件を満たさないので，真の最適解が得られたという保証がないと言えよう．これに対し本研究では，既往研究[5]に示してあるBスプライン関数を用いた鉄道縦断線設計の最適化モデルで得た縦断設計線を本モデルの出発解とすることにより，DPモデルにおける状態ベクトルの次元を大いに減少させることができる．また，DP法を用いることにより，目的関数と勾配変更点との関係を陽関数の形で定式化する必要がないことから，鉄道縦断設計線の勾配変更点と設計標高を同時に最適化させるような効率的なモデルの構築が可能になるところに本研究の特色がある．

3．本研究におけるDPモデルの定式化

図－1に示すような鉄道縦断設計線のN区間をDPにおけるN段階とするならば，以上のような最適化問題はDP法におけるN段階決定過程とみなすことができる（図－2を参照）．本研究では前モデルにより得られた勾配変更点（総個数はN＋1個である）とそれに対する設計標高をベースとし，対象縦断設計線をN段階に分け，そして，始点，終点を除いた各勾配変更点における縦断設計線の位置を中心に，それぞれ横幅をS(例えば，50m)，縦幅をh(例えば，0.1m)とするような，$(m-1)\times(L-1)$個の格子を作る．本研究では，このように作った格子の



図－2　本研究におけるＤＰモデルの構築図

$M=m\times L$ 個の交差点 $\{a_{K,1}, a_{K,2}, \cdots, a_{K,M}\}$ を当該勾配変更点における鉄道縦断設計線の代替案とする．ここで，$a_{K,t}$ $(K=1, 2, \cdots, N-1; t=1, 2, \cdots, M)$，及び a_N を状態変数という．そして，第K段階における状態変数の集合 i_K $(K=1, 2, \cdots, N)$ を $\{a_{K,1}, a_{K,2}, \cdots, a_{K,M}\}$（但し，$i_N=a_N$），第K段階における決定変数の集合 j_K を $\{a_{K-1,1}, a_{K-1,2}, \cdots, a_{K-1,M}\}$（但し，$j_1=a_0$）として定義する．そこから，$i_{K-1}=j_K$ となる．

ここで，第K段階における状態 i_K から最適政策をとって，その状態から始点状態 a_0 までの工事コストの総和を $f_K(i_K)$ とすると，その $f_K(i_K)$ と一時点前の段階における $f_{K-1}(j_K)[=f_{K-1}(i_{K-1})]$ との間に次の関係式（２）が成り立つ．

$$f_K(i_K)=\min_{j_K}\{G_K(i_K, j_K)+f_{K-1}(j_K)\} \qquad \text{---(2)}$$

ここに，

$i_K=\{a_{K,1}, a_{K,2}, \cdots, a_{K,M}\}$

$j_K=\{a_{K-1,1}, a_{K-1,2}, \cdots, a_{K-1,M}\}$

$(K=1, 2, \cdots, N)$

但し，$i_N=a_N$，$j_1=a_0$ である．

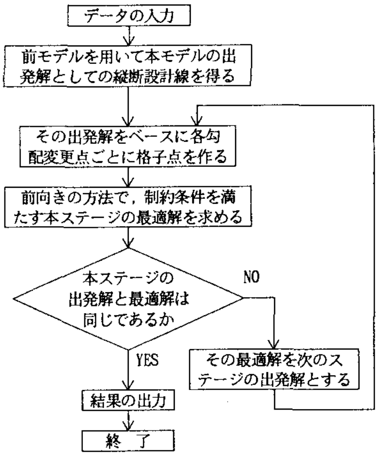
また(２)式における $f_0(j_1)=0$ であり，$G_K(i_K, j_K)$ は状態 j_K から状態 i_K への工事コストである．

そして式(１)より，$G_K(i_K, j_K)=G1(K)+G2(K)+G3(K)$ であり，これが制約条件を満たさない場合，$G_K(i_K, j_K)=+\infty$ とする．そうすることにより，図－２に示す条件下での最適な鉄道縦断設計線を式(２)から求めることができる．

さらに，本研究では最適な鉄道縦断設計線が必ずしも予め作った格子点の範囲内に留まらないことを考慮しながら，反復ステージを利用する．つまり，図－２に示す条件下でのＤＰ過程をステージ１とし，そして前ステージの結果を次ステージの出発解とすることにより，前ステージと同じような方法で新しい格子を作って，次々とＤＰ過程を繰り返すということである．そして，終了条件については前後２ステージで得られた鉄道縦断設計線が同じならば，その設計線を求めようとする最適な鉄道縦断設計線とすることになる．また，本研究におけるＤＰモデルのフローは図－３に示してある．

４．本モデルの検証

本研究ではケース・スタディとして，中国において手作業で設計され，設計の品質が非常に良いと考えられている在来路線を二本取り上げている．そして，本モデルに相応する鉄道縦断線設計の最適化FO



図－３　ＤＰを用いた鉄道縦断線設計の最適化フロー

RTRANプログラムを作り，HP9000/S730ワークステーションを用いて，対象ケース路線について本モデルの検証を行った．

また，本ケース・スタディを行う際，隣勾配変更点間の距離を５０ｍの倍数に取るとしたので，格子の横幅Ｓも５０ｍとし，そして原始資料の精度により，格子の縦幅を０．１ｍとした．毎ステージにおける勾配変更点の変動範囲を４００ｍ，設計標高の変動範囲を５ｍとすることによって，各勾配変更点における格子点(即ち状態変数)の数は４５９個ということになる．

手作業による縦断線設計及び前モデルによる設計と本モデルによる設計との結果を比較するために，最終の工事コストの計算を全く同じ精度で行った．その計算結果は表－１に示すとおりである．

以上の計算結果によると，本モデルによる鉄道縦断設計線の総工事コストは前モデルによる鉄道縦断設計線の総工事コストよりさらに下がった．それは鉄道縦断設計線の勾配変更点と設計標高を同時に最適化させることより生じた結果であると考えることができる．

表－１　ケースの計算結果

種別	項目　＼　路線別	路線－１ (10.7km)	路線－２ (12.5km)
手作業	総工事コスト　A(万元*)	739.8	879.8
前モデル	総工事コスト　B(万元)	735.4	855.3
	節約百分比　(A-B)/A(%)	0.59	2.78
本モデル	総工事コスト　C(万元)	714.3	841.5
	格子点(状態変数)の数**	14×9×51	13×9×51
	所要計算時間(秒)	735	752
	所要ステージ数	4	5
	節約百分比　(A-C)/A(%)	3.45	4.35

*１元≒１２円
**格子点(状態変数)の数＝（Ｎ－１）×ｍ×Ｌ

５．結論

本研究では，Ｂスプライン関数を用いた鉄道縦断線設計の最適化モデルを踏まえ，さらにＤＰの手法を適用した鉄道縦断線設計最適化の新しいモデルを提案した．また，本モデルの特徴をまとめると，次のようになる．

（１）本モデルでは鉄道縦断設計線の勾配変更点と設計標高を同時に最適化させることが可能であることを示すことができた．

（２）本モデルでは，前モデルで得られた鉄道縦断設計線を出発解とすることにより，状態変数ベクトルの次元が大いに節減できるので，最適な鉄道縦断設計線を決めるための所要計算時間も普通のＤＰモデルよりかなり短縮できることが分かった．

参 考 文 献

1)Amkeutz, Emde, Hamester : "EPOP-I (Entwurfsfindung und Optimierung im Strassenbau Benutzerhandbuch)" Beratende Ingenieure Heusch/Boesefeldt, Aachen, 1980.
2)C.J. Goh, E.P. Chew, and T.F. Fwa : Discrete and continuous models for computation of optimal vertical highway alignment, Transpn. Res, Vol.22B, No.6, pp.399～409, 1988.
3)枝村俊郎・長尾克宏・笹川耕司：道路路線計画システムの開発，土木学会論文集，No.464/Ⅳ-19, pp.83～90, 1993.
4)Б.К.Малявский : Использование математических методов оптимизации и эвм при проектировании продольного профиля железных дорог, Трансжелдориздат, 1977.
5)叶 霞飛・青島 縮次郎・宿 良：Bスプライン関数を用いた鉄道縦断線設計の最適化モデル，土木学会論文集，No.488/Ⅳ-23, pp.101～110, 1994.
6)岩本誠一 著：動的計画論，九州大学出版会，1987.