

AHPにおける新しい考え方に関する —手法の提案*

A Proposal of a Method concerning new Way of Thinking in Analytic Hierarchy Process

木下 栄蔵**

By Eizo KINOSHITA

1 はじめに

土木計画の分野において多目的システムを取り扱う場合が多い。その際、ある目的水準を上げようとすると他の目的水準が下がるといったコンフリクトが生ずる。このコンフリクトをいかに処理して、総合的にバランスのとれた決定を行うかが重要な課題となる。多目的意思決定モデルは、まさにこのような多目的システムに対するシステム科学的技法である。

ところで、この種のモデルとして、多目的線形計画法、目標計画法、DEA、多属性効用理論等が考えられる。

しかし、この種のモデルを社会システム（土木計画等）の中で適用するには、人間的価値判断（トレードオフ分析等）をどのように科学的技法の中に取り入れるかが重要な点になる。すなわち、社会システムにおける多目的意思決定は、単に数値計画の目的関数を複数にしたというのではなく、人間の価値判断をも対象とするシステムの内にいれ、総合的な立場からシステムを見ようとする点がその本質と考えられる。

一方、このような観点からThomas L. Saatyは、「階層分析法（AHP）」¹⁾という、不確実な状況や多様な評価基準における意思決定手法を提唱した。この手法は、問題の分析において、主観的判断とシステムアプローチをうまくミックスした問題解決型意思決定手法の1つである。

そして、このAHPは、Saatyを中心として米国・ヨーロッパで数多く適用されている¹⁾。例えば、経

済問題と経営問題をはじめ、エネルギー問題、医療と健康、紛争処理、軍縮問題、国際関係、人事と評価、プロジェクト選定、ポートフォリオ選択、政策決定、社会学、都市計画などがある。

また、日本におけるAHPの適用例は、辻穀一郎の「階層分析法による高層住宅用エネルギーシステムの評価」²⁾、刀根薫の「租税構成の検討」³⁾、今野浩他の「新エネルギーシステムの評価」⁴⁾、寺野隆雄の「ダムゲート診断エキスパート・システムとAHP」⁵⁾、等がある。

一方、木下はAHPに関する研究を以下のように行っている。すなわち、AHPとISM(Interpretive Structural Modeling)との組み合わせによる分析、AHPにおける費用/便益分析・感度解析等である⁶⁾。さらにAHPと線形計画法との比較分析、不完全一対比較行列における間接的近似法の紹介である⁷⁾。また、AHPとファジイ積分とを組み合わせた具体的手法を提案している⁸⁾。

しかし、以上の分析の結果、課題として次の2つが考えられる。1つは、新しく代替案を付け加えることによって、いままでの代替案の順序が逆転する例が指摘されているが、このような場合、どのように対処すればよいのか。もう1つは、代替案の数が多くなると、ペア比較の数が極めて多くなり、1度にペア比較するのが困難となる。しかも首尾一貫性を欠く場合がある。このような場合、どのように対処すればよいのか。

そこで、木下は、このような課題を解決するための具体的手法を、文献9)で提案している。しかし、AHPにおいて、各評価項目間、各代替案間、あるいは評価項目と代替案の間に従属性がある場合について検討しなければならない。そこでこのような課題を解決するための具体的手法を文献10)、文献11)で提案している。以上の分析の結果、著者は、AH

* キーワード AHP, 計画基礎論, 計画手法論

** 正会員 工博 名城大学教授 学部新設準備室

(〒468 名古屋市天白区塩釜口丁目501番地)

Pにおいて新しい考え方を導入する必要性を認識した。

そこで、本研究は、AHPにおいて、評価項目の重要度と各評価項目から見た各代替案の評価に対する考え方に新しい概念を導入し、1つの計算手法を提案するものである。

2 従来のAHP

従来のAHPは次に示すように行う。

(手順)

AHPはこれまでのOR手法では対処しきれなかった問題の解決を計って行うもので、まず、問題の要素を

総合目的…評価項目…代替案

の関係でとらえて階層構造を作り上げる。ただし、評価項目は複数のレベルでも構わない。そして、まず総合目的から見た各評価項目の重要度を求め、次に各評価項目から見た各代替案の評価値を求め、最終的には、これらは総合目的から見た各代替案の総合評価に換算する。(AHPはこの評価の過程で、経験や感を生かして、これまではモデル化したり定量化したりするのが難しかったことも扱えるようにしているのが特徴である)

(計算)

総合目的から見た各評価項目の重要度、並びに、各評価項目から見た各代替案の評価値はペア比較を行うことにより求める。 n を比較要素数(評価項目の数あるいは代替案の数)とすると意思決定者は、 $n(n-1)/2$ 個のペア比較をすることになる。さらに、このペア比較に用いられる値は、基本的には、 $1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 8, 9$ とする(個々の数字の意味は文献6), 7)参照)。ただし、分数は重要でないときに用いる。

以上のように得られたペア比較マトリックスを $A(a_{ij})$ で表すとき、 w_i (各評価項目の重要度あるいは各評価項目から見た各代替案の評価値) は次式になることがSaatyにより証明されている。

$$w_i = \lim_{k \rightarrow \infty} w_i' = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}^k}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^k} \quad (i, j=1, \dots, n) \quad \dots\dots (1)$$

また、(1)式の w_i は、 $A(a_{ij})$ の最大固有値に対する固有ベクトルであることがわかる。(文献6)参照)。

(総合評価)

w_i が計算されると、この結果を用いて階層全体の重みを計算する。これにより、総合目的に対する各代替案の総合評価が決定する。例えば、代替案Kの総合評価値 w_K は、

$$w_K = \sum_{i=1}^n w_i \cdot w_{ik} \quad \dots\dots (2)$$

となる。ただし、 w_i は各評価項目の重要度であり、 w_{ik} は i 番目の評価項目に対する代替案Kの評価値である。

3 AHPによる新しい考え方と計算手法

本章で提案するAHPにおける新しい考え方の特徴は次のようになる。

- (1) 従来のAHPでは各評価項目の重要度は総合目的から一意的に決定した。しかし、本稿では、各評価項目の重要度は、ある特定の(基準となる)代替案を念頭において決定する。したがって、基準となる代替案が変われば、各評価項目の重要度は変化する。(前の基準に基づいた各評価項目の重要度から導出可能)。しかし、総合評価値は変わらない(証明は後述)。
- (2) 従来のAHPでは、各評価項目から見た各代替案の評価は、各代替案間のペア比較で決定した。しかし、本稿では、各代替案の評価はある特定の(基準となる)代替案を選び、この代替案と他の代替案とのペア比較で行う。したがって、ペア比較の数は、 $n(n-1)/2$ から $(n-1)$ に減少し、意思決定者の負担を軽くする。
- (3) このような計算法は、そもそも各評価項目の重要度、並びに、各代替案の評価が、特定の(具体的な)代替案を基準に(イメージ)して初めて決定できるという著者の考えによるものである。

次に、この新しい考え方による計算法を述べる。

STEP1) 総合目的・評価項目・代替案からなる階層構

造を作る。(従来のAHPと同じ)

STEP2) 評価項目 $B_i (i=1, \dots, n)$, 代替案 $C_j (j=1, \dots, m)$ とし、各評価項目間のペア比較を行う。ただし、このペア比較は基準となる代替案 C_j^* に関するものである。そして、このペア比較は (1) 式より評価項目 B_i の重要度 $B_i(w)$ を導出する。

STEP3) 各評価項目 B_i に対する各代替案 C_j の評価 (C_{ji}) を行う。ただし、この評価値は、基準となる代替案 C_j^* とペア比較するものである。ところで、基準となる代替案 C_j^* の各評価項目に対する評価値はすべて 1 とする。この結果、各代替案の総合評価値 E_j を求めることができる。(表-1 参照)

表-1

C_j^*	$B_1 \dots B_i \dots B_n$	E_j
C_1	$C_{11} \dots C_{1i} \dots C_{1n}$	$\sum_{i=1}^n B_i \cdot C_{1i}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
C_j	$C_{j1} \dots C_{ji} \dots C_{jn}$	$\sum_{i=1}^n B_i \cdot C_{ji}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
C_j^*	$1 \dots 1 \dots 1$	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
C_m	$C_{m1} \dots C_{mi} \dots C_{mn}$	$\sum_{i=1}^n B_i \cdot C_{mi}$

次に、基準となる代替案が変化したときの各評価項目の重要度を導出する。例えば、評価項目 $B_i (i=1, \dots, n)$ の中から任意の 2 項目 (B_{i1}, B_{i2}) を選び、基準となる代替案 C_j^* と新しく基準となる代替案 C_j^{**} を選ぶ。このとき STEP2) より、 C_j^* を基準とした評価項目 B_{i1}, B_{i2} の重要度 ($B_{i1}(C_j^*), B_{i2}(C_j^*)$) は既知である。

$$\frac{B_{i2}(C_j^*)}{B_{i1}(C_j^*)} = x_{j^*} \text{ (既知)} \quad \dots (3)$$

一方、代替案 C_j^* と C_j^{**} を基準とした評価項目 B_{i1} の重要度の比は、評価項目 B_{i1} からみた代替案 C_j^* と C_j^{**} の評価値の比とする。すなわち、

$$\frac{B_{i1}(C_j^{**})}{B_{i1}(C_j^*)} = \frac{C_{j^{**}, i1}}{C_{j^*, i1}} = x_{i1} \text{ (既知)} \quad (4)$$

となる。同様に、

$$\frac{B_{i2}(C_j^{**})}{B_{i2}(C_j^*)} = \frac{C_{j^{**}, i2}}{C_{j^*, i2}} = x_{i2} \text{ (既知)} \quad (5)$$

となる。

したがって、(4), (5) 式より、代替案 C_j^{**} を新しい基準とした評価項目 B_{i1}, B_{i2} の重要度 ($B_{i1}(C_j^{**}), B_{i2}(C_j^{**})$) の比は以下のようになる。

$$\frac{B_{i2}(C_j^{**})}{B_{i1}(C_j^{**})} = \frac{x_{i2} \cdot B_{i2}(C_j^*)}{x_{i1} \cdot B_{i1}(C_j^*)} = x_{j^{**}} \quad \dots (6)$$

次に、評価項目 $B_i (i=1, \dots, n)$ に関して、同様の計算を行えば、新しい基準となる代替案 C_j^{**} に関する B_i の重要度が決定する。

以上の結果、代替案 C_j^{**} を基準とする総合評価値が表-1 と同様に求めることができる。ただし、この場合は C_j^{**} の総合評価値が 1 である。

4 例題

本章は、3 章で提案した AHP における新しい考え方 (計算法) に関する例題を記述する。

STEP1) 階層構造は 2 つの評価基準 (B_1, B_2), 3 つの代替案 (C_1, C_2, C_3) からなる。

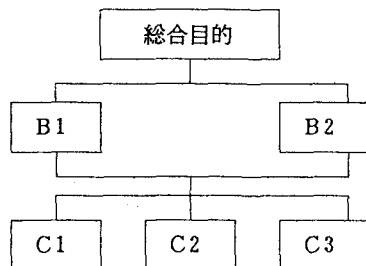


図-1

STEP2) 評価項目 (B_1, B_2) 間のペア比較を代替案 C_1 を基準として行う。その結果、(1) 式より、 $B_1(C_1) = 0.4$, $B_2(C_1) = 0.6$ になったとする。

STEP3) 評価項目 B_1, B_2 に対する代替案 C_1, C_2, C_3 の評価を C_1 を基準として行う。(表-2) この結果、代替案 C_1, C_2, C_3 の総合評価値が求まる。(表-2)

次に、基準となる代替案が C_2 に変化したときの B_1, B_2 の重要度を求める。

$$\frac{B_2(C_1)}{B_1(C_1)} = \frac{0.6}{0.4}$$

表-2

C1	B1	B2	E
C1	1	1	1
C2	2	0.5	1.1
C3	3	0.17	1.3

$$\frac{B1(C2)}{B1(C1)} = \frac{2}{1}, \quad \frac{B2(C2)}{B2(C1)} = \frac{0.5}{1}$$

したがって、

$$\frac{B2(C2)}{B1(C2)} = \frac{0.5 \times B2(C1)}{2 \times B1(C1)}$$

$$= \frac{0.5 \times 0.6}{2 \times 0.4} = \frac{3}{8}$$

となる。この結果、 $B1(C2) = 8/11$, $B2(C2) = 3/11$ となる。また、表-2より代替案C1, C2, C3の評価値をC2を基準にして換算し、総合評価値を求める。(表-3)

次に、基準となる代替案がC3に変化したときの $B1(0.922)$, $B2(0.078)$ の重要度、C1, C2, C3の総合評価値を同様にして求める。それらの結果は表-4に示した通りである。

表-3

C2	B1	B2	E
C1	0.5	2	0.909
C2	1	1	1
C3	1.5	0.34	1.184

表-4

C3	B1	B2	E
C1	0.333	5.88	0.766
C2	0.667	2.94	0.844
C3	1	1	1

ところで、表-2～表-4の総合評価値を正規化すると、いずれもC1(0.294), C2(0.324), C3(0.382)となり、総合評価値は基準となる代替案が変わっても一定であることがわかる。

5 おわりに

本研究においては、AHPにおいて評価項目の重要度と各評価項目から見た各代替案の評価に対する考え方に新しい概念を導入し、1つの計算手法を提案した。その結果以下のことが分かった。

- (1) AHPにおいて、評価項目間の重要度並びに代替案の評価が特定の代替案を基準にして初めて決定できるという考えを提案した。この

新しい手法は、計算上不都合が起きず、評価項目の重要度と代替案の総合評価に新しい視点を与えた。

- (2) 代替案の評価の際、ペア比較の数を著しく減少させることができる。したがって整合性を検討する必要がなく、多くの代替案を同時に評価できる。また新しく代替案を付け加えることによって、いままでの代替案の順序が逆転する例が指摘されているが、この方法ではこのような不都合が起こらない。

参考文献

- 1) Thomas L. Saaty: "The Analytic Hierarchy Process", Mc Grau-Hill, 1980
- 2) 辻越一郎: 「階層分析法による高層住宅用エネルギーシステムの評価」, エネルギー資源研究会, pp.63~70, 1985.6
- 3) 刀根薫: 「租税構成の検討」, OR学会誌, Vol.31, No.8, pp.24~29, 1986.8
- 4) 今野浩他: 「新エネルギーシステムの評価」, OR学会誌, Vol.31, No.8, pp.12~17, 1986.8
- 5) 寺野隆雄: 「ダムゲート診断エキスパート・システムとAHP」, OR学会誌, Vol.31, No.8, pp.30~34, 1986.8
- 6) 木下栄蔵: 「階層分析法による道路の整備優先順位決定に関する研究」, 交通工学, Vol.25, No.2, pp.9~16, 1990.3
- 7) 木下栄蔵: 「階層分析法による高速道路路線の建設優先順位決定に関する研究」, 交通工学, Vol.26, No.6, pp.21~27, 1991.11
- 8) 木下栄蔵: 「ファジィ積分による高速道路路線の建設優先順位決定に関する研究」, 国際交通安全学会誌, Vol.19, No.1, pp.58~65, 1993.3
- 9) 木下栄蔵: 「階層分析法による多目的意思決定問題への適用に関する研究」, 交通工学, Vol.28, No.1, pp.35~44, 1993.1
- 10) 木下栄蔵: 「多目的意思決定手法による高速道路路線の建設優先順位決定に関する研究」, 土木計画学研究・講演集, No.15(1), pp.137~144, 1992.11
- 11) 木下栄蔵: 「階層分析法による代替案優先順位決定に関する研究」, 高速道路と自動車, Vol.35, No.12, pp.19~25, 1992.12