

空間分布適合度指標 (SFI s) に基づく絶対評価の方法*

An Absolute Evaluation Method based on Spatial Fit Indicators (SFIs)

宮本和明**・土田一雄***・三浦良平****

By Kazuaki MIYAMOTO, Kazuo TSUCHIDA and Ryouhei MIURA

1. はじめに

都市内の人口分布をはじめとする空間分布を計量的に予測するモデルは数多く使われているが、その予測値分布と観測値分布の適合度を適切に評価できる指標が存在しない。この問題意識のもとに、著者達は空間分布を対象とした計量モデルの予測性能を、一般的に用いられている相関係数等と比べてより適切に評価するための指標として、空間分布適合度指標 (SFI s) を提案している¹⁾。

この指標は予測値分布から観測値分布を再現するために要する「誤差の輸送費用」に基づいて、予測値分布の観測値分布に対する適合度を評価するものである。この輸送費用には、個々の配分要素が特定化できる時に唯一値が確定する場合 (確定SFI)、個々の配分要素が特定化できない時の最小値 (最小SFI)、平均値 (平均SFI)、最大値 (最大SFI) の4種類が存在することを示している。そして、いくつかの予測値分布を相対的に比較する場合は、評価の目的にあった特定のSFIをそれぞれの分布に対して計算するだけで、その値が小さいものの方が適合度の高い分布と評価できる。さらに、各分布の適合度を絶対的に評価する必要がある場合には、SFIの母分布を求める必要があるが、SFIの母分布は解析的導出が極めて困難であるため数値シミュレーションが必要となる。

本稿は、その絶対的な評価方法に関して、参考文献1で用いた考え方と異なる考え方に基いて求める方法に関して報告するものである。

2. 最小SFI (SFIL) の求め方

最小SFIは、配分要素が特定化されない場合、いいかえると無差別の場合には、空間分布間の最も一般的な類似度を示すと考えられ、他の最大および平均SFIと比べ、最も必要性が高い指標と考えられる。たとえば、3次元地形の類似度といった物理的な空間分布に対して最も解釈が容易な指標としての適用が考えられる。

最小SFIの意味は、各ゾーンにおける予測値と観測値の差すなわち「誤差」を最も効率よく移動させて観測値分布を再現するとした場合の総輸送費用である。すなわち過大予測ゾーン*i*の過剰量を*a_i*、過小予測ゾーン*j*の過小量を*b_j*とする。ここで過大予測ゾーン数と過小予測ゾーン数をそれぞれ*I*、*m*とする。さらに、過大予測ゾーンを供給値、過小予測ゾーンを需要値とみなすことにより、供給値*i*から需要値*j*への輸送量を*X_{ij}*、*i*、*j*ゾーン数間の輸送費用をゾーン間距離*d_{ij}*で表す。最適輸送量を求める問題は、総輸送費用を表す目的関数を*S*として、以下の線形計画の輸送問題として定式化でき、SFILはこの*S*の最小値として求められる。

$$(\text{供給制約}) \sum X_{ij} \leq a_i$$

$$(\text{需要制約}) \sum X_{ij} \geq b_j$$

$$(\text{非負条件}) X_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, m)$$

$$S = \sum d_{ij} X_{ij} \rightarrow \min$$

3. 絶対評価の考え方

本研究における絶対評価においてはまず、観測値分布に対して存在し得る全ての予測値分布の集合を考える。そして、絶対評価指標としてはその集合に対するSFIの全分布において、「評価対象の予測値分布のSFIが上位からどの位置にあるのかを示

*キーワード：空間分布、適合度指標、土地利用モデル

**正員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科
(〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台 TEL045-335-1451)

***学生員 横浜国立大学大学院工学研究科

****正員 工修 建設省都市局

す指標」と考えている。はじめに示した4種類のSFI sに対応する絶対評価指標を絶対評価指標 (SFG s : Spatial Fit Grades) と表し、SFI sの母分布に基づいて以下のように求めている。

SFI sの母分布の縦軸を相対比率に置き換えて全面積を1に正規化した分布を用いた場合図1のように横軸に(-SFI)をとると(-SFI)が小さい方からの累積相対比率、いいかえると、図1の斜線部分の面積の大きさが絶対的な適合度を示す指標として用いられると考えられる。

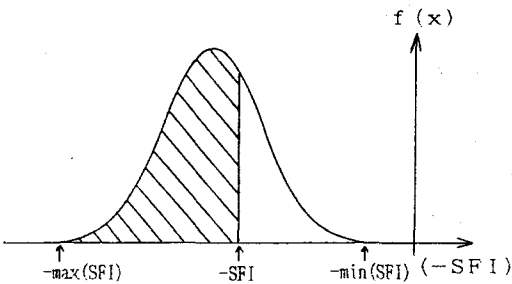


図1 空間分布適合度の絶対評価指数の導出方法

本研究ではこの累積比率を用いて、SFG sとしている。SFG sは基準の設定の仕方によりその値域が設定されるが、後に述べるような解釈をするために、先の累積比率が0の場合を-1、1の場合を1となるように設定する。すなわち、図1に示す相対比率の密度関数を $f(X)$ 、SFIの最大値を $max(SFI)$ とおくと、式(1)のようになる。

$$SFG(SFI) = 2 * \int_{-max(SFI)}^{-SFI} f(x) dx - 1 \quad \text{式(1)}$$

SFGは、相関係数と同じ値域であり、また、同様の意味に解釈することができる。すなわち、1の場合は最良の適合度を示し、0の場合は相関係数の無相関に相当し、-1の場合には全く観測値分布と逆の分布とみなせる。一方、SFGも各SFIに対応して複数個定義できるという意味で一般的にSFG sと表している。

4. SFI sの母分布の求め方

(1) シミュレーションの考え方

このように、SFG sを求めるためには、各SFI

Iの母分布、すなわち、観測値分布に対して存在し得る全ての予測値分布の集合から求められるSFIの母分布を知る必要がある。しかるに、SFI L等は線形計画法を用いて求められることから、その母分布を解析的に導出することは不可能である。さらに、予測値分布のパターン数は場合の数だけ存在し極めて膨大となることから、母分布の近似形を求め代替せざるを得ない。

参考文献1では、この母分布の作成の際に個々の「配分対象」に着目していた。これはいわば「非集計分析の視点から」個々の配分対象をゾーンに配分するとした場合の、「存在し得る予測値分布の集合」を作成するものである。本稿ではこの「存在し得る予測値分布」を「ゾーン」に着目して作成するものである。いわば、「集計分析の視点」に対応するものである。すなわち、各ゾーンの特性からそのゾーンの評価値が求められその評価値に比例して配分対象を配分する場合である。両者の考え方を図2、図3に示す。

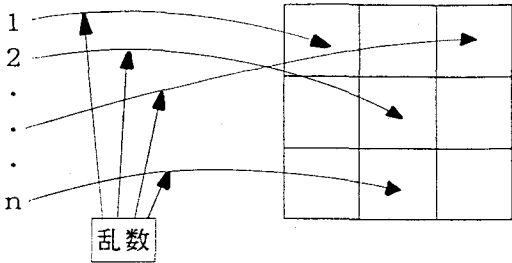


図2 配分要素に着目したシミュレーション

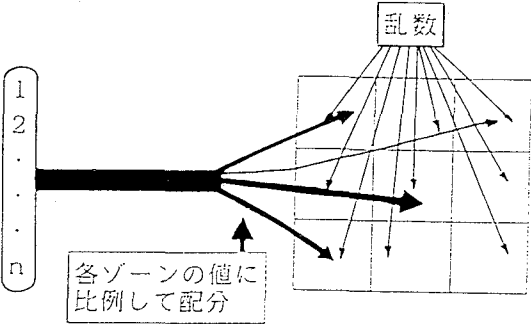


図3 ゾーンに着目したシミュレーション

評価対象の配分モデルが、個々の要素に着目したものであり、また、個々の要素が厳密に個体として識別される場合は、配分対象に着目したシミュレー

ションで求められる分布が評価に用いるべき母分布と考えられる。しかるに、配分対象の単位が確定しない場合、たとえば、先に示した3次元地形や、人口としても千人単位や万人単位といったような場合には、その単位の取り方により、シミュレーション結果が異なることとなる。この場合は、基本的な配分モデルの考え方からして、後者の「ゾーンに着目したシミュレーション」により求めるべきと考えられる。ゾーンに着目したシミュレーションにおいては、配分対象の単位に無関係に母分布が求められる。

(2) ゾーンに着目したシミュレーション方法

本研究では、ゾーンに着目したシミュレーションを行っているが、観測値分布に対して想定される予測値分布の作成は以下のように乱数を用いて行っている。ここで、ゾーン数を n とおく。各ゾーンのシェアを求める問題と考えると、0から1の数直線を n 個に分割する乱数シミュレーションと考えることが出来る。すなわち、一つの予測値分布を求めるには以下のように行う。まず、① $(n-1)$ 個の乱数を0～1の間に発生させ、数直線上に落とす。次いで、②数直線上で0から最初の乱数値までをゾーン1のシェア、次の乱数値間の間隔をゾーン2のシェアというように n 個のゾーンのシェアを得る。そして、③各ゾーンのシェアに観測値合計を乗ずることにより予測値分布が求められる。

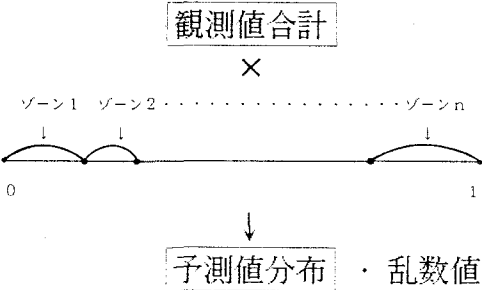


図4 ゾーンに着目したシミュレーションにおける各ゾーンのシェアの求め方

5. プログラムパッケージの作成

SFIS、SFGsの実用可能性を向上させるためにプログラムパッケージ化が不可欠と考え、現在その整備を進めている。基本的なシステムは完成しており、現在そのウィンドウズ対応で操作性の向上を図っているところである。このパッケージを用い

ると、従来の統計パッケージのように容易に数値シミュレーションを発生させ絶対評価を行うことができるようになる。

6. 適用結果

ここでは、SFILを対象に数値計算した例を示す。SFISの母分布を導出するためには、以上述べたような数値シミュレーションが必要である。その際どの程度の数の観測値分布を発生させる必要があるのかをみるために、図5に示す簡単な観測値分布と予測値分布を用いて数値実験を行った。これは観測値分布の発生回数とそれに基づいて求められるSFGの変動係数の違いを求めたものである。乱数から得られる観測値分布の数が100、500、1000、2000の場合をそれぞれ10ケース行い、各観測値分布の数における、SFG L (SFILに対応するSFGという意味で用いる)の変動を表1に示している。

9	7	5
7	7	5
5	5	5

(観測値)

5	5	5
5	7	7
5	7	9

(予測値)

観測値合計 55
隣合うゾーンの中心距離 1

図4 観測値分布の数によるSFG Lの変動をみるために用いた観測値分布と予測値分布

表1 予測値分布の発生回数とSFG Lの変動

回数	50	100	500	1000
平均値	0.763	0.786	0.820	0.820
標準偏差	0.047	0.027	0.017	0.004
変動係数	0.061	0.034	0.020	0.005

表1の例に見られるように、予測値分布の発生シミュレーション回数を増加させるとSFG Lの値が安定し変動係数の値が小さくなる傾向が確認される。この場合は、変動係数から判断するとおよそ1000個程度の予測値分布を発生させると、十分な精度でSFG Lが求められると判断される。

7. 多数ゾーンへの適用

多数ゾーンにおけるSFIの適用可能性に関して確認するため、実際問題において想定されるゾーン数として図5に示す121(11×11)ゾーンの例を用いて計算を行った。

3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3
3	5	5	5	3	0	3	5	5	5	3
3	5	7	5	3	0	3	5	7	5	3
3	5	5	5	3	3	3	5	5	5	3
3	3	3	3	5	5	5	3	3	3	3
0	0	0	3	5	7	5	3	0	0	0
3	3	3	3	5	5	5	3	3	3	3
3	5	5	5	3	3	3	5	5	5	3
3	5	7	5	3	0	3	5	7	5	3
3	5	5	5	3	0	3	5	5	5	3
3	3	3	3	3	0	3	3	3	3	3

(観測値)

4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4
3	5	5	5	3	0	3	5	5	5	3
3	5	7	5	3	0	3	5	7	5	3
3	5	5	5	3	3	3	5	5	5	3
3	3	3	3	5	5	5	3	3	3	3
0	0	0	3	5	7	5	3	0	0	0
3	3	3	3	5	5	5	3	3	3	3
3	5	5	5	3	3	3	5	5	5	3
3	5	7	5	3	0	3	5	7	5	3
3	5	5	5	3	0	3	5	5	5	3
2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2

(予測値)

観測値合計 427
隣合うゾーン間の中心距離 2

図5 多数ゾーンの例として用いた観測値分布と予測値分布

その結果SFI_L=400、SFG_L=0.64という値が得られた。SFG_Lの算出には、100個の予測値分布を発生させることにより得られた母分布の推定分布を用いている。その計算時間はPC9821AP2を用いておよそ200分であった。一般にSFI_Lを算出する場合においてその値は最小値0から最大値SFI_{Lmax}まで分布する。ここでSFI_{Lmax}は、ゾーン間距離、観測値合計に比

例するものである。よってゾーン数が増加していった場合には、実分布におけるSFI_Lのパターンはより膨大となる。絶対評価を行う際の数値シミュレーションで発生できる予測値分布はそのなかの極一部分に過ぎず、絶対評価の信頼性という点が問題となる。多数ゾーンの場合は各予測値分布に対するSFIの計算にかなりの時間を要することから、シミュレーション回数が必然的に制約を受けることとなる。十分な精度を確保するためには、SFIの計算速度の向上といった計算アルゴリズムの改良の他、その母分布の特性をより明確にすることにより、少ないシミュレーション回数で精度を向上させる方法の開発が課題である。

8. おわりに

本研究においては、空間分布適合度指標SFI_sに基づく絶対評価指標であるSFG_sについてその基本的な考え方と実際の求め方についてSFI_Lを例に検討を行った。その結果、ゾーンに着目した絶対評価の方法に関して、その特性がある程度明らかになり、また実際問題への適用可能性が示された。

SFI_sは人口分布等の土地利用予測に限らず、空間分布に関する他の多くの分野にも適用可能である。その絶対評価指標であるSFG_sもSFI_sの母分布形の特性をさらに明確にすることにより、その適用可能性も向上するものと思われる。その母分布を導出するには数値シミュレーションを必要とすることから、単独にプログラムを作成することは、相関係数の場合とは大きく異なり、容易ではない。現在開発中のプログラムパッケージは、空間分布の計量予測に携わる方々に広く提供することを目的としているものである。

参考文献

1) 宮本和明、三浦良平：空間分布適合度指標(SFI_s)の提案、土木計画学研究・論文集、No10、pp135-142、1992
2) 三浦良平、宮本和明：空間分布適合度指標(SFI_s)に基づく絶対評価におけるもう1つの考え方、土木学会第48回年次講演会概要集、1993