安定的な均衡解を保証するための3つの交通施策問題

Three Models for Transportation Managemant Policy which Ensures a Stable Equilibrium

赤松 隆*・広瀬 誠**

1．はじめに

交通ネットワークの改善あるいは運用計画を考える際に，局所的な交通流のみを考慮した"最適化"は，ネットワーク全体としてのパフォーマンスをかえって悪化させることがある．この事実は，従来から多くの研究者等によって指摘されてきた[1)2)3)]．

このことを考慮した一般性のある交通ネットワーク計画理論のひとつに，(連続変数)最適ネットワーク・デザイン・モデル[4)5)6)7)]がある．この枠組みでは，通常，交通流パターンはネットワーク均衡状態で表現されると仮定される．ネットワーク計画・管理者は，これを制約条件とし，リンク容量の増強や信号制御パラメータ等を操作変数として，適当な目的関数の最適化を図るという問題構造となる．利用者の経路選択による交通流均衡状態は，いくつかの仮定の下では等価な最適化問題によって表現可能であるから，通常，その等価最適化問題を下位に持つ二段階最適化問題として定式化されることになる．

この方法は，概念的な枠組みとしては明快，一般的でかつ合理的なものである．しかし，このアプローチは，現状では，2つの問題点を抱えている．

第一の問題点は，実際の大規模ネットワークにおいて適用可能な信頼性の高い解法が存在しないことである．通常，二段階最適化問題として定式化されたネットワーク最適化問題は，非凸な数理計画問題となるため，従来提案されている解法では大域的な最適解を求めることが困難である．その結果，非常に貧弱な解しか求められないということがしばしば生じる．

Key Words: ﾈｯﾄﾜｰｸ交通流，交通網計画，交通容量

* 正会員 工博 豊橋技術科学大学 知識情報工学系
(〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1，0532-47-0111)
** 学生会員 豊橋技術科学大学 知識情報工学系

第二は，総走行費用最小化あるいは社会的余剰最大化のような単一指標の最適化に関わる問題点である．従来提案されてきた二段階最適化問題タイプのネットワーク・デザイン問題では，通常，ネットワーク総走行費用の最小化を上位問題の目的関数とした定式化がなされている．しかし，交通計画の本来の目的は，総走行費用の最小化のみで表現され得るものではない．例えば，非常に混雑したネットワークにおいて，わずかな総走行費用の減少を図ることの現実的な意味は薄く，むしろ，利用者が"円滑な移動ができた"と感じられるような走行条件を実現するための方策を考えるほうが本来の交通計画の目的として妥当であろう．このような問題点に対する理論的に素直な改善策としては，例えば，多目的計画法等によるアプローチが考えられよう．しかし，問題の規模と複雑さを考えると，そのようなアプローチは適用不可能である．

本研究は，交通ネットワーク計画の方法論確立のためのひとつのアプローチを示すものである．ただし，従来の最適ネットワーク・デザイン・モデルの問題点に鑑み，本研究では，総走行費用最小化のような単一尺度による直接的な最適化を考えない．その代わりに，"交通計画上望ましいと考えられる条件を満たしたネットワーク・フロー（あるいはコスト）・パターンを達成するためには如何なる方策があり得るか?"という問題設定から考え始める．より具体的には，本研究では，"安定的なネットワーク均衡状態"(この定義・解説については次節で行う)が成立することを"望ましいネットワーク・フロー・パターンが満たすべき条件"と考える．そして，その均衡状態を保証するための方策として考えられる3つの交通施策問題を設定する．その各問題は，容易に解くことが可能な数理計画問題として定式化され，その解析法が示される．

2．基本的な３つの問題

本研究で考える基本的な枠組みを，図１のような１ODペア・１リンクのネットワークで説明する．本研究では，リンク交通量は，リンク毎に決まる容量以上は流れ得ないと考え，リンク・パフォーマンス関数が図２中に示す "Supply" 曲線のような折れ線で表現されるとする．この場合，区間ABは，渋滞領域に相当すると解釈される．従来のいくつかの研究[8)9)]では，この垂直線と需要曲線との交点Eを渋滞(待ち行列)がある場合の均衡状態と考え，AEの長さ(コスト)を渋滞(待ち行列)遅れと解釈している．しかし，渋滞現象は本質的に動学的で不安定な現象であるため，そのメカニズムを静的な均衡モデルに明示的に取り込むことができない．その結果として，この解釈にはやや無理が生じていると考えられる．実際，一般ネットワークにおいては，点Eで均衡すると考えても静的な均衡条件のみからは "均衡渋滞遅れ" を一意的に決めることができない．

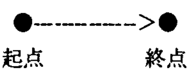

図１　例題ネットワーク

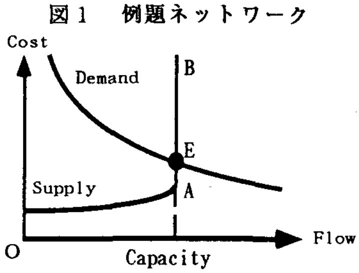

図２　需要関数と容量付きリンクコスト関数

本研究では，この垂直線上の区間ABのコストの値や意味を無理に評価・解釈することはせず，むしろ，"このような不安定な状態空間上に交通量・コストの状態があることは望ましくない" との考え方から解くべき問題を設定する．つまり，渋滞状態の予測を静的なモデルで行うことを放棄する．そして，このような予測の困難な状態に交通量・コスト・パターンが陥らないためにはどのようにすればよいかを中心の問題として考える．言い換えれば，通常のオーソドックスな計画プロセスのように予測を経た後に施策問題を考えるのではなく，困難の生じる予測を避け，直接的に施策問題を解くことを考える．

本研究では，交通サービス供給曲線（パフォーマンス関数）と需要曲線が不安定領域（供給曲線がその容量で垂直線となっている部分）を除いた範囲で交わる状態を"安定的な交通ネットワーク均衡状態"であると定義する．図２をみれば明らかなように，安定的な交通ネットワーク均衡状態の存在を保証するためには，以下の３つの方策が考えられる：

1)供給曲線の上方シフト（図３－1）
2)供給曲線の右方向シフト（図３－2）
3)需要曲線の左(下)方向シフト（図３－3）

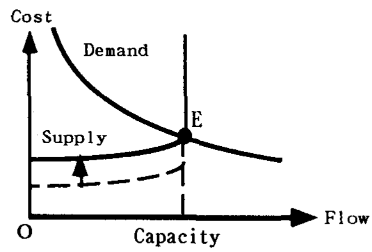

図３-1　供給曲線の上方シフト

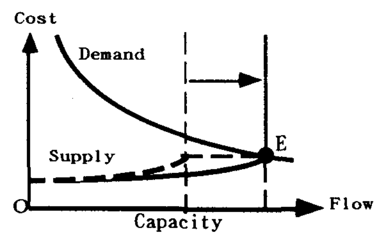

図３-2　供給曲線の右方向シフト

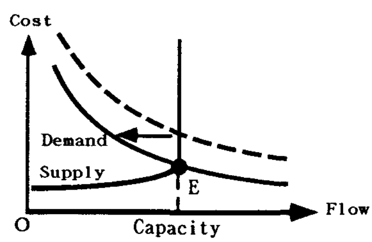

図３-3　需要曲線の左方向シフト

これらの方策は，より具体的には，以下のような問題と解釈される．まず，1)は，適当な"料金"を賦課することで利用者の認知する供給関数を上方にシフトできるから，混雑料金問題の一種であると解釈できる．従来の混雑料金問題の理論的検討は，社会的余剰最大化や総交通費用最小化の観点のみからなされてきているため，本研究の問題での最適混雑料金は，従来とは異なった結果を与えるであろう．

次に，2)は，リンク容量増強問題であり，従来の

典型的な最適ネットワーク・デザイン問題とほぼ同じ操作変数を考えた問題である．この場合も，1)と同様，従来の総交通費用最小化を目的とした最適解と本研究の問題の最適解は異なったものとなる．

最後に，3)については，最低限どこまで需要曲線を左にシフトすれば安定的均衡解が得られるかという問題設定で考えれば，ネットワーク最大容量問題の一種である．また，需要関数が例えば(人口)×(交通発生率）の形式で与えられるとするなら，人口抑制は左方向シフト問題であり，交通発生率抑制は下方向シフト問題である．人口や交通発生率は土地利用パターンに大きく依存するから，この問題は，立地パターン最適化問題に帰着させることができる．その場合は，左方向・下方向シフトを同時に考えることになる．

なお，以上では，1)-3）を実現するための手段として信号制御を挙げなかったが，これを用いる場合，方策 1),2)を同時に扱うような問題の設定が可能である．この場合，いくつかのバリエーションが考えられるが，この考え方に近い方法のひとつとして Smith [10)11)12)]の研究がある．

以下の節では，1)-3)の各問題について順に，その定式化・解法の概略を述べる

3．供給関数の上方シフト問題

混雑料金を賦課することによってリンク・パフォーマンス関数を上方にシフトさせ，図3-1 の例における点Eに相当する状態を均衡点とする（i.e.安定的な均衡の"境界点"を求める）場合を考える．一般ネットワークにおいてそのような状態を達成するリンク料金パターンｅを求める問題は，以下の数理計画問題：[P-Toll] として表現される．

$$Max. Z(\mathbf{e},\mathbf{t}) = \sum_{od} q_{od} S_{od} - \sum_{ij} e_{ij}\,\bar{x}_{ij} - \sum_{ij}\int_0^{t_{ij}} t_{ij}^{-1}(v)dv$$

$$subject\ to \quad e_{ij} \ge 0 \quad \forall ij$$

$$where \quad S_{od} = -\frac{1}{\theta}\ln\sum_r \exp[-\theta(C_r^{od} + E_r^{od})]$$

$$C_r^{od} = \sum_{ij} t_{ij}\delta_{r,ij}^{od},\ \ E_r^{od} = \sum_{ij} e_{ij}\delta_{r,ij}^{od}$$

ここで，$\mathbf{q}, \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{t}, \mathbf{t}^{-1}, \boldsymbol{\delta}$は，各々，ＯＤ交通量，リンク容量，リンクコスト，リンクコスト関数の逆関数，およびリンク・経路接続行列である．また，この問題では確率的均衡状態を想定しているが，$\theta \rightarrow \infty$の場合には Wardrop均衡に帰着する．その場合，この問題は，井上[9]による "渋滞ネットワークでの均衡問題" の双対問題となる．すなわち，ここで明示的な未知変数となっている混雑料金ｅは，井上のモデルにおける容量制約条件式のLagrange乗数に相当する．従って，この問題の解は，図3-1の例で言えば，もとのリンクパフォーマンス曲線と需要曲線の交点となっており，ｅは区間ＡＥの長さを表している．つまり，問題[P-Toll]の解ｅは，我々がいま求めたい賦課料金額となっていることが容易に理解できる．

問題[P-Toll]は，目的関数がｅに関して線形である（凸ではあるが狭義凸ではない）ため，一意的なリンク料金パターンを求めることはできない．しかし，Leblanc[13)]や赤松[14)] において示されている方法と全く同様の手法により，一意的な解を決定することができる．より具体的には，ある適当なｅのみについての関数の最適化を上位問題，[P-Toll]を下位問題とする二段階最適化問題を部分双対化法により解けばよい．この場合，通常の最適ネットワーク・デザイン問題における二段階最適化問題とは異なり，大域的な最適解を容易に計算することができる．これは，[P-Toll]の（解は一意的ではないが）目的関数値が一意的に決まるためである．

4．供給関数の右方向シフト問題

ここでは，簡単のため，容量増強によりリンクコスト関数が完全に水平に右方向にだけシフトしたと考える（上方向や下方向へのシフトはないとする）．この仮定下で，固定ＯＤ交通量に対する安定的な均衡解の存在を保証する最低限のリンク容量増強量を求める問題を考える．

この問題は，ネットワークの各リンクに交通量によらず一定のコスト値を持つダミーリンクを付加して考えれば容易に解ける．ここで，ダミーリンクのコストの値はもとのリンクのコスト関数の容量以内でのコスト最大値 t_{max} （コスト関数の垂直線の最下端部の高さ）に設定する．そして，このダミーリンクを追加したネットワークで通常の均衡配分を行えば，最小費用経路選択原則から，もとのリンクに流れ得ない "超過交通量" のみがダミーリンクに流

れた状態で均衡する．従って，このダミーリンクに流れる交通量パターンが，まさに求めたいリンク容量増強パターンとなる．ただし，この問題は，確率的均衡状態を仮定するなら一意的な解（リンク容量増強パターン）が決まるが，Wardrop 均衡状態を仮定する場合，3節の問題[P-Toll]と同様，最適解は一意的に決まらない．しかし，3節で述べた方法と同様に，例えば総建設費用の最小化を上位問題，上記均衡配分を下位問題をとする二段階最適化問題を考えれば一意的に解が決まる．その二段階最適化問題は，部分双対化法により容易に解を求めることができる．

5．需要関数の左下方向シフト問題

ここでは，需要関数左下方向シフト問題の最も基本となる最大ネットワーク容量問題（i.e.最低限どれだけ左にシフトすれば安定的な均衡解が保証されるかという問題）について説明する．ただし，最大ネットワーク容量問題に対するひとつの定式化・解析は，赤松等[14]が詳しく議論しているため，ここでは，14）では議論されていない点についてのみ述べる．なお，最適土地利用計画問題と絡めた需要関数左下方シフト問題については，紙面の都合もあるため，ここでは割愛する（別の機会に報告する）．

14）で議論したネットワーク最大容量問題では，容量を漸近線とする双曲線型のリンクコスト関数が仮定されている．しかし，本研究のリンクコスト関数は，双曲線ではなく容量で折線となっている．そこで，14）の方法を以下のように修正する．まず，Excess Demand Formulation において付加された各ODペア毎の超過需要リンクのコスト関数を次の様な他のリンクフローに依存した関数とする：

$$t_{od}(\mathbf{x}) = \min_{r} . \sum_{ij} t_{ij}(x_{ij})\delta_{ij,r}^{od}$$

ここで，t，δは各々，リンクコスト関数，リンク・経路接続行列である．この様な修正をおこなった上で，14）と同様，変換ネットワークにおける固定需要型の均衡配分を行えば，オリジナルネットワークに流れるOD交通量が求めたい最大OD容量となる．ただし，この場合，最適化問題としての定式化はできず，変分不等式問題[15]として扱うこととなる．解法も緩和法等を用いた方法に修正する必要があるだろう．

6．おわりに

本稿では，安定的な均衡状態を達成するための3種類の交通施策問題を考え，その簡単な解析を示した．ここでは，各問題の基本的な場合について独立に考えたが，例えば，これらの方策を同時に考えた問題やより実際的な条件等を考慮にいれた場合についても比較的簡単に拡張できる．今後，この枠組みをより具体的なケースへと拡張し，実際ネットワークにおける適用可能性の検討等をすすめてゆきたい．

参考文献

1) D.Braess, "Uber ein paradoxen der verkehsplanung", Unternehmenforshung,12, 258-268, 1968.
2) R.E.Allsop, "Some possibilities for using traffic control to influence trip distribution and route choice", Proc. of the 6th ISTTT, 345-375, 1974.
3) M.J.Smith, "In a road network, increasing delay locally can reduce delay globally", Transpn. Res., 12, 419-422, 1978.
4) M.Abudulaal et al, "Continuous equilibrium network design models", Transpn. Res., 13B, 19-32, 1979.
5) T.L.Magnanti, "Network design and transportationplanning", Transpn. Sci., 18, 1-55, 1984.
6) C.Fisk, "Conceptual framework for optimal transportatin systems planning with integrated supply and demand models", Transpn. Sci., 20, 37-46, 1986.
7)朝倉康夫，"利用者均衡を制約とする交通ﾈｯﾄﾜｰｸの最適計画モデル"，土木計画学研究・論文集6, 1-19, 1988.
8) I. Okutani, "Equilibrium flows in a network with congested links", Proc. of the 9th ISTTT, 253-271, 1984.
9)井上博司，"混雑した道路網における交通均衡およびその数値解法"，土木学会論文集, No.365, 125-132, 1986.
10) M.J.Smith, "A local traffic control policy which automatically maximises the overall travel capacity of an urban network", Traffic Engineering and control, 21, 298-302, 1980.
11) M.J.Smith, "Properties of a traffic control policy which ensures the existence of a traffic equilibrium consistent with the policy", Transpn. Res., 15B, 453-462, 1981.
12) M.J.Smith, "Traffic control and traffic assignment in a signal controlled network with queing", Proc. of the 10th ISTTT, 61-77, 1987.
13) L.Leblanc et al, "Selection of a trip table which reproduces observed link flows", Transpn. Res., 16B, 83-88, 1982.
14)赤松隆・宮脇治，"交通均衡ﾓﾃﾞﾙとﾈｯﾄﾜｰｸ容量"，土木計画学研究, 1995.
15) M.J.Smith, "The existence,uniqueness and stability of traffic equilibria", Transpn. Res., 17B, 295-304, 1979.