3つの動的交通配分原則の特性比較

Comaparative Study of Three Dynamic Assignment Principles

赤松 隆*・太田 敏史**

1．はじめに

近年，動的な交通ネットワーク・フローに関して多くの研究がなされている[1)]．その研究は，多岐にわたるが，現在，数理モデルとして理論的解析が可能で，かつ今後拡張モデルを構築してゆく上でも基本的と考えられる配分原則は，以下の３つであろう．

①動的利用者均衡配分（ＤＵＥ：Dynamic User Equilibrium）[2)3)4)]

②動的利用者最適配分（ＤＵＯ：Dynamic User Optimal）[5)6)]

③動的システム最適配分（ＤＳＯ：Dynamic System Optimal）[7)8)9)]

これらの配分原則は，最近の研究により，一般的な定式化については妥当な表現がほぼ固まり，また，数理解析によってわかる簡単な特性についてはある程度明らかになってきた．しかしながら，より踏み込んで，各配分原則に固有の一般的特徴あるいは各配分原則で実現されるフロー・コスト・パターンの違いに関する一般的法則（例えば，各配分原則において総走行時間はどの程度異なるのか？）となると，現状では，ほとんど知られていない．

本研究の目的は，上記３種類の配分原則によって実現されるるフロー・コスト・パターンを比較・検討し，各原則のもつ特徴を把握することにある．そのために，まず，先に述べた３種類の配分原則の解法を整理・提案する．次に，各動的配分原則のもつ特徴を抽出するためのいくつかの比較指標を検討する．最後に，提案されたアルゴリズムを用いた数値実験を行い，各動的配分原則のもつ特徴を比較・検討する．

Key Words: ﾈｯﾄﾜｰｸ交通流，交通網計画，交通容量

* 正会員 工博 豊橋技術科学大学 知識情報工学系
（〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1，0532-47-0111）
** 学生会員 豊橋技術科学大学 知識情報工学系

2．動的配分原則の定義

本研究で検討されるＤＵＥ，ＤＵＯ，ＤＳＯの各配分原則の定義は以下の通りである：

①ＤＵＥ：全ての時刻・全ての利用者に対して，各利用者が自分だけ経路を変更することによって，*事後的に経験する*ＯＤペア間の所要時間が減らせない様なフロー・パターン，

②ＤＵＯ：全ての利用者が，目的地までの通過ノード毎に，*その通過時点で実現している*目的地までの所要時間が最小になる経路を選択した結果として成立するフローパターン，

③ＤＳＯ：ある計画時間内における利用者のネットワーク全体での総走行時間を最小化するフロー・パターン．

ここで，①②は，いずれも利用者が "最短所要時間" の経路を選択する（あるいは，そうなるように誘導・制御される）と考えた場合の配分原則である．両者の違いは，"最短所要時間"の定義にある．①では，目的地に到着するまでの将来時間内において自分が選択する経路上で実現する所要時間を完全に予想した上での最短経路を選択する．それに対して，②では，時々刻々変化する所要時間を"近視眼的に"見て "最短経路" を選択するため，事後的に見ると必ずしも最短所要時間経路を選んだことにならない．

なお，ＤＵＯの定義については，ここで示したもの他に，Wie et al[5)] ,Ran et al[6)]の様な定式化・定義がある．彼らのＤＵＯモデルは，リンクコスト関数を時間・フローに関して積分した目的関数を持つ最適制御問題として定式化されている．そして，その問題に現れるLagrange乗数を "予測旅行時間"（ただし，これはＤＵＥにおける事後的に実際に経験される予想旅行時間に一致するものではない）と強引に解釈し，"各瞬間々々の予測旅行時間が最小に

なる経路を選択する”という定義されている．しかし，これは，その定式化に交通流モデルとしては致命的な欠陥（後述するMerchant et al[7]のＤＳＯモデルと同様）を含んでいることから生じた不自然な定義である．従って，本研究でのＤＵＯは，あくまでも，上の②に述べたもののみを対象とし，Wie et al のような定義は考察の対象外とする．

さて，動的配分の解法は，ﾈｯﾄﾜｰｸ構造およびＯＤペア構造によって難易度が異なる．各配分原則について，<u>*理論的に最適解への収束の保証されたアルゴリズム(i.e. ヒューリスティックスは除く)*</u>が存在するケースを整理すると以下の通りである：

①ＤＵＥ：１起点・多終点および多終点・１起点の一般構造ﾈｯﾄﾜｰｸ，
②ＤＵＯ：多起点・多終点の一般構造ﾈｯﾄﾜｰｸ，
③ＤＳＯ：１起点・１終点の特殊構造ﾈｯﾄﾜｰｸ．

ここで，③における特殊構造ﾈｯﾄﾜｰｸとは，図１の様なパラレル・リンク・ネットワークを意味する．

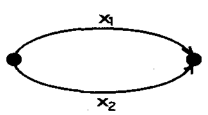

図１　パラレル・リンク・ネットワーク

また，ここでは，赤松・桑原[2] や 河上・劉[9]によって示されている様なリンクの流入・流出関係の表現を行ったモデルを対象とした解法についてのみ述べている．Merchant et al[7]のＤＳＯモデルように交通現象を表現する上で極端な問題点の生じるモデルについては（数学的には解けるにしても）含めていない．

３．動的利用者均衡配分の解法

ＤＵＥモデルの定式化・解析・解法の詳細については，赤松・桑原[2]に述べられている．ここでは，１起点・多終点ＯＤペアの一般構造ネットワークに対する解法のみ簡単にまとめておく（多起点・１終点ＯＤペアの場合については，１起点・多終点ＯＤペアの場合のアルゴリズムにおける起点出発時刻別変数を終点到着時刻変数に変更すれば，全く同様の扱いが可能となる[2]）．

for s=0 **to** T **do** {*出発時刻ループ*}
begin
・繰り返し回数 i:= 0; τ^i(s)の初期値設定；
・**While** (**not** (η (τ^i(s)) ≒ τ^i(s)))
begin
・τ^i(s)をlink cost関数パラメータに含む静的均衡配分を行い，リンクフロー y (s)，最短経路費用 η (τ^i(s))を設定；
・τ^i(s)を次式で改訂：

$$\tau^{i+1}(s) := \tau^{i}(s) - [\nabla_{\tau}\phi(\tau^{i}(s))]^{-1}\phi(\tau^{i}(s));$$

$$\textit{where}\ \nabla_{\tau}\phi(\tau) = I - [\Delta^{T}J^{-1}\Delta]^{-1}\Delta^{T}J^{-1}\Delta,$$

Δ :link-node接続行列，
J :link cost関数Jacobian，

・i:=i+1;
end;
・累積リンク流入台数A (τ (s))，
累積リンク流出台数D (τ (s))，
リンク内存在台数X (τ (s))等の値をセット；
end;

なお，図１の様なパラレル・リンク・ネットワークでは，上のアルゴリズムにおけるτとηの調整プロセスは不要となる．従って，出発時刻毎に静的な利用者均衡配分と同形式の問題を逐次的に解いて行くだけでＤＵＥ状態のフローパターンが求められる．

４．動的利用者最適配分の解法

ＤＵＯ配分モデルは，極めて単純である．そのため，いくつかのシミュレーション・モデルにおいてもＤＵＯと同様の配分原則が採用されている．この配分原則の場合，多起点・多終点の一般ネットワークにおいても容易に解を求めることができる．そのアルゴリズムは以下の様にまとめられる（ただし，時間は離散化されているものとした）．

for t=0 **to** T **do** {*絶対時刻ループ*}
begin
for n=1 **to** N **do** {*ノードのループ*}
begin
・時点 t-1でのリンク・コストC (t-1)に基づいて，各ノード i から終点 d までの最短経路探索を行う；

・その最短経路の最初のリンクおよび，関連リンクの状態変数改訂:

begin

・リンクフロー保存則に基づいたフローを流入させ，A (t), L (t)を計算；

・リンク内存在台数X (t)をリンクの状態方程式：X (t) = A (t) - L (t)；によって計算;

・リンクコストC (X (t))を計算；

end

end

end.

なお，このアルゴリズムでは，時点tにおいて利用者が考慮する所要時間は，時点tよりも微小時刻だけ前 (t-1) に実現している所要時間としている．これをより厳密に時点tに実現する所要時間とするなら，選択者自身の交通量による所要時間増加を考える（ただし，利用者が選ぶ経路上の最初のリンクの所要時間増だけを考える）必要がある．その場合は，上のアルゴリズムにおける最短経路を，静的な利用者均衡配分とほぼ同様の問題を解いて得られる最短経路に置き換えて考えればよい．

5．動的システム最適配分の解法

DSO配分モデルは，Merchant et al[7] に始まりFriesz et al[8] に至るまで，いくつかの定式化・解析・アルゴリズムの提案がなされている．しかし，それらのいずれの研究においても，リンクの流入・流出関係の表現に重大な欠陥がある（例えば，起点から終点まで所要時間0で到着するトリップが生じる）ため，実際的な交通現象の解析モデルとしては不適当である．最近，河上・劉[9] は，この点を改善した定式化を示し，その解法も提案している．しかし，残念ながらその解法は，あくまでもﾋｭｰﾘｽﾃｯｸｽであって，必ずしも（局所最適・大域的最適のいづれについても）最適解への収束が保証された方法ではない．従って，本研究で行う数値実験にその解法を用いた場合，実験結果の信頼性に疑問が残る．

そこで，以下では，第6節の数値実験に用いる図1の様なパラレル・リンク・ネットワーク用に開発した解法を示す．このネットワークでのDSO問題は，次の様に表現される（時間は離散化されている）：

$$\min . Z(\boldsymbol{\lambda}) = \sum_{n}^{N} \sum_{r}^{R} \lambda_r(n) \cdot C_r(X_r(n)) \quad (1)$$

subject to

$$\lambda_r(n) \geq 0 \quad \forall r, n \quad (2)$$

$$\sum_{r} \lambda_r(n) = q(n) \quad \forall n \quad (3)$$

$$A_r(n) = \sum_{t=0}^{n} \lambda_r(t) \quad \forall r, n \quad (4)$$

$$X_r(n) = A_r(n) - L_r(n) \quad \forall r, n \quad (5)$$

$$L_r(n + C_r(n)) = A_r(n) \quad \forall r, n \quad (6)$$

where $\lambda_r(n)$: the in - flow rate into r th route at time n,

$q(n)$: the OD - flow rate entering into network at time n,

$A_r(n)$: the cumulative arrivals at r th route by time n,

$L_r(n)$: the cumulative leaves from r th route by time n,

$X_r(n)$: the number of vehicles on r th route at time n,

$C_r(n)$: the travel time for passing r th route at time n.

ここで，式(4) (5) (6)を目的関数に代入すれば，

$$\min . Z(\boldsymbol{\lambda}) = \sum_{n}^{N} \sum_{r}^{R} \lambda_r(n) \cdot C_r(A_r(n), A_r(m))$$

$$= \sum_{n}^{N} \sum_{r}^{R} \lambda_r(n) \cdot C_r(\boldsymbol{\lambda}_r) \quad (1)'$$

となる．ここで，mは時刻nに流出する車が流入した時刻を意味し，関係式: $A_r(m) = L_r(n)$ が成立する．従って，この問題は，λを変数とする非線形目的関数(1)’を制約条件式(2) (3)の下で最小化する問題となる．制約条件は，線形式と非負条件のみであるから Frank-Wolfe法等の様な最適解への収束が保証されたアルゴリズムによって容易に解くことができる．ただし，DSO問題は大域的最適解が一意に決定できるとは限らないため，局所最適解と大域的最適解が一致する保証は無い．

Frank-Wolfe法を用いる場合，DSOを解くアルゴリズムは以下のようにまとめられる：

Step 0: 繰り返し回数 i:= 0;
初期可能解 $\{\lambda_r^0(n) \, \forall r, n\}$ の値を設定.

Step 1: $\{\lambda_r^i(n) \, \forall r, n\}$ に対応するA, L, X, Cの値を設定.

Step 2: 以下の問題をall or nothing法により解き，
$\min . F(\mathbf{y}) = \nabla Z(\boldsymbol{\lambda}^i) \cdot \mathbf{y}$
subject to
$y_r(n) \geq 0 \ \forall r, n; \quad \sum_r y_r(n) = q(n) \quad \forall n$
降下方向ベクトル：$\mathbf{d} = \mathbf{y} - \boldsymbol{\lambda}^i$；を決定.

Step 3：一次元探索問題を解き，最適なステップ・サイズ α を決定し，解を更新：

$$\boldsymbol{\lambda}^{i+1} := \boldsymbol{\lambda}^{i} + \alpha \mathbf{d}.$$

Step 4：もし，$\boldsymbol{\lambda}^{i+1} \approx \boldsymbol{\lambda}^{i}$ なら終了，そうでなければStep 1 へ．

6．数値実験条件と比較項目

本研究では，第3節～5節に示した計算アルゴリズムを用いて，①動的利用者均衡配分，②動的利用者最適配分，③動的システム最適配分の3種類の配分原則の特徴を数値実験により比較・検討した．実験は図1のようなネットワークで行った．

この実験においてパラメータとなる条件は，

1) ＯＤ流入率のレベル，流入率曲線の形状

2) 各リンクの通過所要時間関数：

$$C_r(X_r(t)) = \overline{C}_r + \frac{X_r(t)}{\mu_r^*}$$

のパラメータ $\overline{C}_r$（自由走行所要時間）と

μ_r^*（リンク最大流出率），

である．本研究では,これらを体系的に組合せた様々な場合について実験を行い，ネットワーク条件と各配分原則の特徴の関係を抽出することを試みた．

各配分原則の特徴を抽出するための指標としては，各配分の効率性・公平性・オペレーションの手間等を出発時刻間，経路間および全体で測定するものを考えた．より具体的に，それらの指標の中から幾つかを列挙すると以下の通りである．

［所要時間の平均］：

$$A_{route}C(s) \equiv \underset{r}{E}[C_r(s)], A_{time}C(r) \equiv \underset{s}{E}[C_r(s)],$$

$$A_{total}C \equiv \underset{s,r}{E}[C_r(s)],$$

［所要時間の分散］：

$$V_{route}C(s) \equiv \underset{r}{Var}[C_r(s)],\ V_{time}C(r) \equiv \underset{s}{Var}[C_r(s)]$$

$$V_{total}C \equiv \underset{s,r}{Var}[C_r(s)]$$

［流入率の平均］：

$$A_{route}F(s) \equiv \underset{r}{E}[\lambda_r(s)],\ A_{time}F(r) \equiv \underset{r}{E}[\lambda_r(s)],$$

$$A_{total}F \equiv \underset{s,r}{E}[\lambda_r(s)],$$

［流入率の分散］：

$$V_{route}F(s) \equiv \underset{r}{Var}[\lambda_r(s)],\ V_{time}F(r) \equiv \underset{s}{Var}[\lambda_r(s)]$$

$$V_{total}F \equiv \underset{s,r}{Var}[\lambda_r(s)],$$

ここで $C_r(s)$ は出発時刻ｓ，経路ｒの所要時間，

$\lambda_r(s)$ は出発時刻ｓ，経路ｒの流入率，

$E[\cdot]$ は　λ を確率とみなした平均値演算子，

$Var[\cdot]$ は λ を確率とみなした分散演算子である．

7．おわりに

本稿では，動的な交通ネットワーク・フロー解析において基本的かつ重要と考えられる3つの配分原則について，収束が保証された解法を整理・提案した．そして，これらのアルゴリズムを用いた数値実験を行い，各配分原則のもつ特徴を比較・検討した．実験結果およびその考察の詳細については，紙面の都合により述べることができなかったが，この点については，発表会において報告したい．

参考文献

1) 松井寛，"交通需要の動学的分析の諸相と今後の展望"，土木学会論文集,No.470,47-56,1993.

2) 赤松隆・桑原雅夫,"渋滞ﾈｯﾄﾜｰｸにおける動的利用者均衡配分",土木学会論文集,No.488,21-30,1994.

3) T.L.Friesz et al.,"A variationalinequality formulation of the dunamic network user equilibrium problem", Operations Research,41, 179-190, 1993.

4) M.J.Smith, "A new dynamic traffic model and the existence and calculation of dynamic user equilibria on congested capacity-constrained road networks", Trnspn.Res., 27B,49-63, 1993.

5) Wie et al., "Dynamic user optimal traffic assignment on congested multi-destination networks", Trnspn.Res.24B, 431-442, 1989.

6) B.Ran et al., "Toward a new class of instantaneous dynamic user optimal traffic assignment models", Operatiions Research, 41, 1993.

7) D.K.Merchant and G.L.Nemhouser, "A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems", Trnspn.Sci.,12,183-199,1978.

8) T.L.Friesz et al., "Dynamic network traffic assignment considered as a continuous time optimal control problem", Operations Research, 37, 893-901, 1990.

9) 河上省吾・劉正凱，"動的なｼｽﾃﾑ最適化交通量配分ﾓﾃﾞﾙとその解法の開発",土木計画学研究・論文集, 121-128,1993.