【土木計画学研究・講演集 No.17 1995年1月】

交通均衡モデルとネットワーク最大容量

Transportation Equilibrum Assignment and Network Capacity

赤松 隆*・宮脇 浩**

1．はじめに

交通ネットワーク容量の解析は，効果的な交通網改善計画を考える際に重要な情報を与えるものである．また，土地利用・都市施設整備計画を考える上でも，(現実に考慮されているか否かは別として）本来は，欠かすことができないものである．

従来，このネットワーク容量の解析に関して多くの研究がなされているが，それらを方法論に着目して分類すると，①配分simulationによる方法[1)2)3)]，②グラフ論的なカットを用いる方法[4)]，③線形計画問題としての標準的な最大容量問題の拡張[5)]に大別できる．①は利用者行動条件を内生化しているが，simulation手順の違いが結果に与える影響等が明確でないため，適用結果の妥当性・信頼性等の判断が難しいという問題点がある．また，数理モデルとしての定式化がなされていないため，他の方法との理論的な比較・関係づけが困難である．②③は，数理モデルとしては単純・明快であるが，利用者行動条件や混雑条件が内生化されていない，大規模ネットワークでの扱いが難しい，等の難点が残されている．

本研究は，以上のような従来法の問題点を解消した方法論を開発することを企図している．すなわち，各リンクに容量制約のあるネットワークにおいて，利用者の交通選択パターンを考慮したネットワークの最大容量を求める問題を数理的に定式化し，実際ネットワークでも適用可能な計算アルゴリズムを示す．利用者の交通選択パターンを表現するモデルとしては，固定需要型の各種均衡配分，および，変動需要型の均衡配分を採用する．いずれのモデルを前提とした場合でも，超過需要リンク等を用いたネットワーク変換により固定需要型均衡配分の変形モデルとして定式化され，大規模ネットワークでも容易に最大交通容量を求められることが示される．また，本研究における"最大ネットワーク容量"は，ＯＤ交通量パターンあるいは発生交通量パターンとして求められるが，この解は必ずしも一意的に決められない．そこで，妥当な最大交通量パターンを一意的に決定するための方法についても議論する．

Key Words: ﾈｯﾄﾜｰｸ交通流，交通網計画，交通容量
* 正会員 工博 豊橋技術科学大学 知識情報工学系
(〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1，0532-47-0111)
** 学生会員 豊橋技術科学大学 知識情報工学系

2．均衡条件下での最大ＯＤ交通量

本節では，固定需要型の均衡配分原則によりリンク交通フローパターンが決定されるとの仮定のもとで最大ＯＤ交通量を求める問題を考える．その基本的な考え方は，図１の様な１OD，２経路（リンク）の簡単なネットワーク（各リンクには，各々，容量 $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ がある）で考えれば極めて単純である．

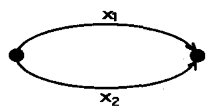

図１　例題ネットワーク

まず，このネットワーク上で通常の変動需要型均衡配分を考える．均衡状態におけるＯＤ交通量は，リンク性能関数を合成して描かれる供給曲線と需要曲線の交点として与えられる（図２参照）．

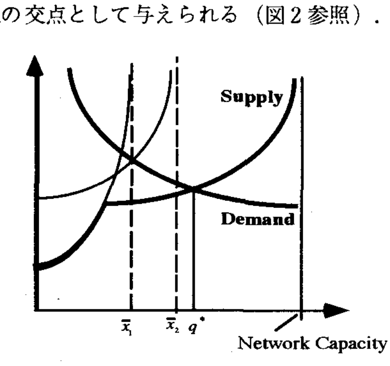

図２ 利用者均衡状態での均衡交通量

次に，需要関数が

$$D_{od}^{-1}(q_{od}) = \bar{u}_{od} = constant \ (=十分に大きな数),$$

のように水平な直線で与えられたとしよう．すると，この需要曲線と供給曲線の交点は（利用者の経路選択行動を考慮した上で）ネットワーク全体として流すことのできる最大ＯＤ交通量（に非常に近い値）を与えることがわかる（図３参照）．

なお，数学的に厳密には，交通容量に漸近するリンク性能関数の場合，フローの定義域が開集合である（容量に極めて近い交通量を無限に定義できる）ため，最大ＯＤ交通量を求めることはできない．しかし，数値計算上可能な最小限の微小量を ε と定義すれば，上の方法において十分に大きな値のｕを用いることにより 容量－ ε を求めることができる．

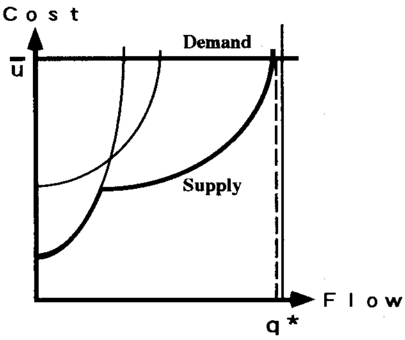

図３　均衡条件下での最大ＯＤ交通量

この考え方は，一般的なネットワークの場合に容易に拡張できる．すなわち，変動需要型の利用者均衡配分モデルに上で示したような需要関数を代入すればよい．ここで,直感的にもわかりやすい定式化・表現として Excess Demand Formulation[6]を用いると，以下の数理計画問題［MCP-UE/FD］として定式化される．

$$Min.F(\mathbf{x},\mathbf{e},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\bar{u}_{od}\, e_{od}$$

subject to

$$x_{ij} = \sum_{od}\sum_{r} f_r^{od}\delta_{ij,r}^{od} \quad \forall ij$$

$$\sum_{od} f_r^{od} = q_{od} \quad \forall od$$

$$q_{od} + e_{od} = \bar{q}_{od} \quad \forall od$$

$$q_{od} \geq 0, \quad e_{od} \geq 0 \quad \forall od$$

$$f_r^{od} \geq 0 \quad \forall r,od$$

where

$\bar{q}_{od},\bar{u}_{od}$: *given constants*

q_{od} : *OD flow capacity (unknown),*

e_{od} : *excess demand*

f_r^{od} : *flow on r th path between o and d*

x_{ij} : *flow on link* i → j, t_{ij} : *cost function on link* i → j

これは，図４のようにオリジナル・ネットワークの各ＯＤペアに一定コスト $\bar{u}_{od}$ を持つダミーリンク（超過需要リンク）を付加したネットワークを考え，そこに固定ＯＤ交通量 $\bar{q}_{od}$ を均衡配分した場合に相当する．ここで，$\bar{q}_{od}$ は，想定される最大ＯＤ交通量よりも大きな値の適当な定数である．均衡配分の結果，オリジナル・ネットワークに流れるＯＤ交通量が求めたい最大ＯＤ交通量であり，オリジナル・ネットワークに流れきらないＯＤ交通量はダミー・リンクに"超過需要" ｅとして流れることになる．

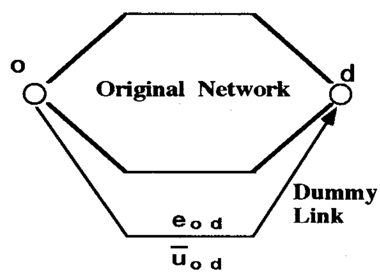

図４　超過需要リンクを付加したネットワーク

この変換ネットワークで考えれば，均衡条件下での最大ＯＤ交通量問題は，固定需要型の均衡配分問題となっているのだから，解法も従来から開発されている均衡配分の各種アルゴリズムが適用できる．ただし，リンク性能関数に(implicitな)容量制約があるため，通常の Frank-Wolfe法を僅かに修正した Daganzo[7]のアルゴリズムを用いるのが良いであろう．

以上の考え方は， Wardrop均衡だけではなく確率的均衡配分やシステム最適配分等を前提とする場合についても全く同様に適用可能である．例えば，確率的均衡条件下での最大ＯＤ交通量を求める問題では，問題[MCP-UE/FD] の目的関数を以下の形式に修正すればよい：

$$Min.F(\mathbf{x},\mathbf{e},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\bar{u}_{od}e_{od} + \frac{1}{\theta}\sum_{od}\sum_{r} f_r^{od}\ln f_r^{od}$$

なお，問題[MCP-UE/FD] は，目的関数が超過ＯＤ交通量（需要）ｅに関して線形である（凸ではあるが狭義凸ではない）ため，一意的なＯＤ交通量パター

ンを求めることはできない．この点については，第4節で改めて議論する．

3．需要変動型均衡モデルへの拡張

前節の方法の様に固定需要型の配分モデルを前提としてネットワーク容量を算出すると，implicitに想定されている需要関数の特殊性から，遠距離ＯＤペア間の交通容量が現実のＯＤフロー・パターンに比べて過大な不自然なパターンとなる可能性がある．そこで，本節では，需要関数も内生化した場合の最大ネットワーク容量問題を考える．より具体的には，発生／集中交通量制約のある需要変動型利用者均衡配分を前提にした場合の最大発生／集中交通量を求める方法を示す．この場合も，基本的な考え方は，第3節と同様で，問題をある形式の固定需要型配分問題に帰着させて解く．

需要変動型均衡配分は，発生あるいは集中の片側制約のみの場合には，ネットワーク表現の変換によって固定需要型均衡配分と全く同様に扱うことができる．例えば，修正重力型の分布交通量を内生化した発生交通量制約付きの均衡配分モデル：

$$Min.F(\mathbf{x},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \frac{1}{\varsigma}\sum_{od} q_{od}\cdot(\ln q_{od} - 1 + \lambda_d)$$

subject to

$$\sum_{od} f_r^{od} = q_{od} \qquad \forall od$$

$$\sum_{d} q_{od} = o_o \qquad \forall o$$

$$x_{ij} = \sum_{od}\sum_{r} f_r^{od}\delta_{ij,r}^{od} \qquad \forall ij$$

$$q_{od} \geq 0 \qquad \forall od$$

$$f_r^{od} \geq 0 \qquad \forall r,od$$

の場合で考えると，目的関数は，

$$Min.F(\mathbf{x},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\int_0^{q_{od}} t_{od}(\omega)d\omega$$

$$where \quad t_{od}(q_{od}) \equiv \frac{1}{\varsigma}\ln q_{od} + \lambda_d$$

と表現できるので，元の需要変動型均衡配分問題は起点ｏからダミー・ノードｏ'へ "ＯＤ交通量"（元のネットワークでの発生交通量ｏ）が流れる固定需要型の均衡配分となる（図5参照）．

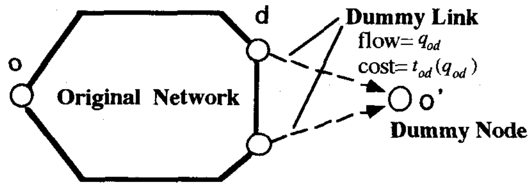

図5　固定需要型配分問題への変換ネットワーク

従って，前節で示した固定需要型均衡配分の場合の方法が適用でき，最大発生交通量と最大ＯＤ交通量を算出することができる．すなわち，目的関数を超過発生交通量ｅを含む形式：

$$Min.F(\mathbf{x},\mathbf{e},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\int_0^{q_{od}} t_{od}(\omega)d\omega + \sum_{o}\bar{u}_o e_o ,$$

に修正し，もとの問題の発生交通量制約を以下の式：

$$\sum_{d} q_{od} + e_o = \bar{o}_o \qquad \forall o$$

に置き換えた問題を考えればよい（図6参照）．

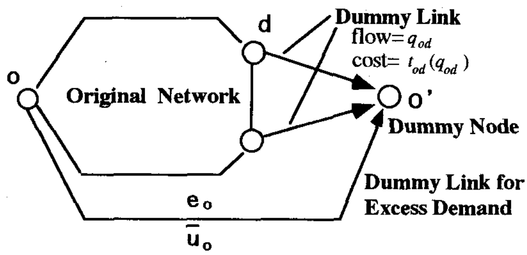

図6　最大発生交通量問題用の変換ネットワーク

結局，需要変動型の均衡条件下においても最大ネットワーク容量問題は，固定需要型均衡配分問題に帰着できるわけだから，その計算法も Daganzoの配分アルゴリズム等を用いればよいことがわかる．

さて，需要変動型均衡配分モデルは，比較的容易に立地均衡モデルと理論的に整合的に統合することができ[8)9)]，発生／集中交通量は内生変数化される（発生交通量の代わりに土地利用・人口等に関わる変数が外生変数となる）．上で述べた方法は，そのような交通・立地統合モデルを前提とした場合にも拡張が可能である．従来，土地利用と交通容量問題との関係を議論した研究がいくつかある[10)11)12)]が，理論的整合性・適用可能性等の面で多くの課題が残されている．本研究のアプローチは，その課題の解決の一助となろう．このテーマについての詳細は，紙面の制約もあるため，別の機会に報告する．

4．一意的な最大ＯＤ交通量の決定法

第２，３節で示したモデルでは，最大ＯＤ交通量パターンや最大発生／集中交通量パターンを必ずしも一意的に決めることができない．しかし，以下に述べるような方法を組み合わせれば，妥当な最大需要パターンq を一意的に決定することができる．

問題[MCP-UE/FD] は，Nguyen[13] が示した "観測リンク交通量からのＯＤ交通量推定問題" とほぼ同じ形式となっていることに注意しよう．NguyenのモデルもＯＤ交通量を一意的に決定できないが，その複数の解から尤もらしいパターンを効率的に選び出す方法がLeblanc[14]によって開発されている．その方法を応用すれば，本研究での最大ＯＤ交通量パターンも一意的に決定できる．すなわち，q のみについての適当な関数の最適化を上位問題，[MCP-UE/FD]を下位問題とする二段階最適化問題を部分双対化法により解けばよい．例えば，上位問題を "目標ＯＤパターンq* に最も似通った（i.e.相互情報量を最小とする）ＯＤ交通量q を求める" という設定にするなら，

$$Min.Z(\mathbf{q}) = \sum_{od} q_{od} \ln(q_{od}/q^*_{od})$$

subject to

$$\sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\overline{u}_{od}\, e_{od} \le \overline{\eta}$$

$$x_{ij} = \sum_{od}\sum_{r} f_r^{od}\delta_{ij,r}^{od} \quad \forall ij$$

$$q_{od} + e_{od} = \overline{q}_{od} \qquad \forall od$$

$$\sum_{od} f_r^{od} = q_{od} \qquad \forall od$$

$$f_r^{od} \ge 0 \qquad \forall r,od$$

という問題を解けばよい．ここで $\overline{\eta}$ は[MCP-UE/FD]の最適目的関数値である(問題[MCP-UE/FD]では最適解は一意的に決まらないが，*最適目的関数値は一意に決まる*)．この問題は，部分双対化により需要変動型均衡配分問題となるから，Evans のアルゴリズム等を繰り返し用いれば容易に解ける．つまり，この方法の場合，利用者均衡条件下での最適ネットワーク・デザイン問題等における二段階最適化問題とは異なり，大域的な最適解を効率的に求められることがわかる．

5．おわりに

本稿では，利用者の交通選択行動を内生化した最大ネットワーク容量問題の定式化と解析をおこなった．今後，この方法の詳細をより具体的に検討し，実際ネットワークにおける適用可能性の検討・実証分析等をすすめてゆきたい．

参考文献

1) 飯田恭敬，"道路網の最大容量の評価法"，土木学会論文報告集，No.205，121-129，1972.

2) 西村昴，"ルート配分法による最大ＯＤフロー問題へのｱﾌﾟﾛｰﾁ"，土木学会論文報告集，No.242，53-62，1975.

3) 朝倉康夫 他，"配分ｼﾐｭﾚｰｼｮﾝによる道路網の最大容量推定に関する実証的研究"，交通工学，Vol.27，7-15，1992.

4) 枡谷有三・加来照俊，"道路網容量による道路網の感度分析について"，土木学会論文報告集，NO.343，73-82，1984.

5) 枡谷有三，"ＬＰ問題による道路網容量の算定に関する研究"，土木計画学研究・論文集，NO.3，169-176，1986.

6) G. H. Gartner, "Optimal traffic Assignment with elastic demands: A review part II", Transpn. Sci., 14, 174-191, 1980.

7) C. F. Daganzo, "On the traffic assignment problem with flow dependent cost-I", Transpn. Res., 11, 433-437, 1977.

8) A. Anas, "The combined equilibrium of travel networks and residential location markets", Regional Science and Urban Economics, 15, 1-21, 1985.

9) 赤松隆，"確率的均衡原理に基づいた交通ネットワーク統合モデル"，東京大学博士論文，1990.

10) 飯田恭敬・平本健二，"道路網計画と土地利用パターンの整合に関する考察"，土木学会論文報告集，No.291，119-128，1979.

11) 枡谷有三・斉藤和夫，"道路網容量から見た土地利用活動の立地配分"，交通工学，Vol.22，9-20，1987.

12) 柏谷増男・朝倉康夫，"道路ﾈｯﾄﾜｰｸの最大容量から見た都市開発基準の指標化に関する研究"，平成2・3年度文部省科学研究費研究成果報告書，1992.

13) S. Nguyen, "Estimating origin-destination matrices from observed flows", Transportation Planning Models (Ed.M.Florian), 363-380, Elsevier Science Publishers, 1984.

14) L. Leblanc et al, "Selection of a trip table which reproduces observed link flows", Transpn. Res., 16B, 83-88, 1982.