

多機材間の需要配分と異機材間の乗り継ぎを考慮した航空機材スケジューリングモデル*

The Airline Scheduling Considering Demand Sharing of Many Aircrafts
and Transportation of Different Aircrafts

乳井 孝憲**、稻村 肇***
By Takanori NYUI, Hajime INAMURA

1.はじめに

Etshmaierら¹⁾は航空ネットワークのスケジューリングを段階法と直接法に分けた。本研究が対象としている比較的小規模な航空ネットワークは鉄道などの交通機関と競合関係にあることが多い。このような状況においてはフライト数とスケジュールを同時に決定する直接法が望ましいと考えられる。直接法による航空スケジューリングには田村・稻野²⁾、徳永・稻村^{3) 4)}などの研究がある。前者はハブ&スパイク型のネットワークに限定してスケジューリングを行い、後者はネットワークの形状に依存しないスケジューリングを対象としている。鬼柳・稻村⁵⁾ 稲村・久永⁶⁾は乗り継ぎ便の利益増を考慮したスケジューリングモデルを作成した。これらは2フライト間にについてのみ需要の配分を考慮しているため、3機以上のスケジューリングに対して潜在需要を過大評価する可能性がある。そこで本研究では3フライト以上の近接フライトに対する需要の配分、異機材間の乗り継ぎを考慮した航空機材スケジューリングモデルを開発し、そのモデルの適用性を検討することを目的とする。

スケジューリングの最適化の指標としては「航空会社の運航利益」と「利用者の便益」がある。本研究では「航空会社の運航利益が最大となる機材スケジュール」を最適なスケジュールと定義する。

2.航空機材スケジューリング問題

1日の空港運用時間を単位時間Tで分割し、N機材の各フライトは分割された単位時間毎に運航可能であるとする。

2.1 需要の設定

需要は以下のように仮定した。

(I) 1日あたりの潜在需要を仮定する。

*キーワード：空港計画、公共交通運用

**学生員 東北大学情報科学研究所

(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

***正会員 工博 東北大学教授 情報科学研究所

(同 上)

(II) 潜在需要は朝夕ピークで30分単位で分布する。

(III) 各フライトに対する需要は出発時刻と希望時刻、航空機の定員などを考慮して設定される。

a) 直行便フライトの需要顕在化

従来取り扱うことのできなかった多機材間の需要配分を考慮するため、各直行便フライトへの搭乗者数を顕在化割合を表す定数 α_{ij}^{gku} を導入して以下のように設定した。

$$N_{ij}^{gk} = A_{ij}^{gk} \times Y_{ij}^k$$

$$A_{ij}^{gk} = (\alpha_{ij}^{gk0}, \alpha_{ij}^{gk,\delta}, \alpha_{ij}^{gk,2\delta}, \alpha_{ij}^{gk,3\delta})$$

$$Y_{ij}^k = (y_{ij}^k, y_{ij}^{k+\delta}, y_{ij}^{k+2\delta}, y_{ij}^{k+3\delta})$$

N_{ij}^{gk} : k時発、機材g、ルートi→jのフライトに搭乗する搭乗者数

y_{ij}^s : ルートi→j、時刻sにおける潜在需要

α_{ij}^{gku} : 希望時刻k+u時、ルートi→jの潜在需要のうち、k時発ルートi→jに顕在化する搭乗者数ただし $\alpha_{ij}^{gku} = f(\alpha_{ij}^{gk0}, u)$ とし、 α_{ij}^{gk0} は以下の条件を満たすように設定した。

$$N_{ij}^{gk} \leq CAPA_g \quad (CAPA_g : \text{機材 } g \text{ の定員})$$

(添え字sは30分毎の時刻、kは1時間毎の時刻を表す。)

b) 乗り継ぎ便フライトの需要顕在化

乗り継ぎの考え方を図1に示す。i空港→j空港に直行便フライトが存在せず、i空港→j空港、j空港→n空港という乗り継ぎ便が存在する場合に、フライトi→nの需要の一部が乗り継ぎ便を利用すると仮定する。従来の研究^{5) 6)}において、乗り継ぎ便へ搭乗する搭乗者数は潜在需要から全ルート、全時刻において一定の割合で顕在化すると仮定している。本研究では異機材間のタイムラグのある乗り継ぎを考慮するため、直行便への搭乗者数の考え方と同様、乗り継ぎ便フライトに顕在化する需要の割合 R_{ijn}^{ghkw} を定

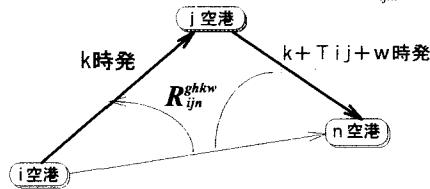


図 1 乗り継ぎの考え方

義し、以下のように設定した。

$$R_{ijn}^{ghkw} = \Gamma_{ijn}^{ghkw} \times^t Y_{in}^k$$

$$Y_{in}^k = (y_{in}^k, y_{in}^{k+\delta}, y_{in}^{k+2\delta}, y_{in}^{k+3\delta})$$

$$\Gamma_{ijn}^{ghkw} = (r_{ijn}^{ghkw0}, r_{ijn}^{ghkw\delta}, r_{ijn}^{ghkw,2\delta}, r_{ijn}^{ghkw,3\delta})$$

r_{ijn}^{ghkwu} : 空港 i → 空港 j の潜在需要のうち、機材 g、k 時発フライト i → j と機材 h、k + (T_{i,j} + w) 時発フライト j → n を乗り継ぎ便として利用する割合

w : j 空港での待ち時間

ただし $r_{ijn}^{ghkwu} = f(r_{ijn}^{ghkw0}, u)$ とし、 r_{ijn}^{ghkwu} は次の条件を満たすように設定した。

$$\bullet N_{ij}^{gk} + R_{ijn}^{ghkw} \leq CAPA_g$$

$$\bullet N_{jn}^{g,k+T_j+w} + R_{ijn}^{ghkw} \leq CAPA_h$$

T_{ij} : フライト i → j の所要時間

2.2 目的関数の定式化

a) 直行便による利益

各直行便フライトに対する運航利益は5)6)と同様、以下のように定義する。

$$\text{運航利益} = \text{搭乗者数} \times \text{運賃} - \text{運航コスト} \quad (1)$$

直行便による運航利益は次のように定式化される。

$$f_1(X) = \sum_g^G \sum_k^K \sum_{i,j}^N (FARE_{ij} N_{ij}^{gk} - C_{ij}) X_{ij}^{gk} \quad (2)$$

$FARE_{ij}$: ルート i → j の運賃

C_{ij} : ルート i → j フライトの運航コスト

$$X_{ij}^{gk} = \begin{cases} 1: & \text{Aircraft } g, \text{ start at } k \text{ hour, route } i \rightarrow j \text{ is Operated} \\ 0: & \text{otherwise} \end{cases}$$

G : 機材数 、 N : 空港数、 K : 最遅出発時間

b) 乗り継ぎ便による利益の増分

従来までの同一機材間の乗り継ぎに加え、異機材間でのタイムラグのある乗り継ぎに対しても利益の増分を加えた。

$$f_2(X) = \sum_g^G \sum_k^K \sum_{i,j,n}^N \sum_w^W [(FARE_{ij} + FARE_{jn}) R_{ijn}^{ghkw} X_{ij}^{gk} X_{jn}^{g,k+T_j+w}] \quad (3)$$

2.3 制約条件の定式化

a) 物理的機材制約

1 機材に対応するフライトは各時間断面を 1 度だけ通過する。つまり、時刻 k に関する全フライト案のうち 1 つだけに機材を配置する。5)6)

b) 飛行の連続性に関する制約

回送時間の不足によって飛行の連続性や母空港駐

機が保証されないフライト案の組み合わせに対してペナルティを与える。

c) 需要配分に関する制約

従来の研究⁵⁾⁶⁾においては、フライトに顕在化する搭乗者数が潜在需要を越えないという制約は隣接 2 フライト間でのみ考慮されており、3 機材以上の航空スケジューリングには適合していなかった。本研究では各フライトへの搭乗者数を潜在需要に対する直行便フライトへの顕在化割合 α_{ij}^{gku} 、乗り継ぎ便フライトへの顕在化割合 r_{ijn}^{ghkwu} を導入して表現している。したがって各ルート、各時刻毎の需要配分に関する制約が式(4)のように定式化できる。

$$g_i^s(X) = \sum_g^G \sum_k^K \sum_u^{3\delta} \{\alpha_{in}^{gku} \delta_{2k+u}^s X_{in}^{gk} + \sum_j^N \sum_h^G \sum_w^W (r_{ijn}^{ghkwu} \delta_{2k+u}^s X_{ij}^{gk} X_{jn}^{h,k+T_j+w})\} - 1.0 (\leq 0.0) \quad (4)$$

ただし、 $\delta_j^i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ (クロネッカーデルタ)

3. ニューラル・ネットワークの適用

筆者ら⁷⁾は本問題に逐次 2 次計画法のアルゴリズムを適用し、数理計画的には非凸型非線形整数計画問題の厳密解が得られないことを示した。組み合わせ最適化問題の実用的な解を効率的に求める近似解法として Hopfield 型ニューラル・ネットワーク⁸⁾がある。稻村・久永⁶⁾は航空機材のスケジューリングに適用し、その有効性を示している。本研究は従来のモデルに乗数法の考え方を導入したアルゴリズムを採用した。

3.1 航空機材スケジューリング問題への適用

a) 拡張ラグランジュ関数の応用

評価関数を Hopfield のエネルギー関数で表現する場合、制約条件を含んだ評価関数を 0-1 の 2 次最小化問題として定式化する必要がある。本問題は 2 次の不等式制約を含んでおり、そのままでは適用できない。清水・河合⁹⁾¹⁰⁾は土地利用の配置問題の評価関数の定式化に乗数法の考え方を導入し、ラグランジュ乗数を更新しつつ、ニューロンの状態変化を行うことの有効性を示している。そこで本研究では、清水ら⁹⁾¹⁰⁾の乗数法のアルゴリズムにおける拡張ラグランジュ関数¹¹⁾を更に改善することにより評価関数の定式化を行った。

b) 評価関数の表現方法について

本問題において不等式制約は2次形式であり、拡張ラグランジュ関数をそのまま評価関数とすると4次形式となり適合しない。清水ら⁹⁾¹⁰⁾は評価関数における3次以上の項を無視して定式化を行っている。しかし、本問題のように不等式制約が3次以上となる場合、その項を無視しても、各状態変化においてラグランジュ乗数 λ_i 、不等式制約 $g_i(X)$ の状態を評価する¹¹⁾ため、演算時間が膨大になり実用的ではないという問題がある。不等式制約を評価関数に取り入れる際、ラグランジュ乗数の項だけでも状態を正しく評価できる。そこで、本研究では拡張ラグランジュ関数Lのペナルティ・パラメータの項を省略し、評価関数を定式化した。

$$L = -Af_1(X) - Bf_2(X) - Cf_3(X) + \sum_s^S \sum_{i,n}^N \lambda_{in}^s g_{in}^s(X) + \sum_g^G \sum_k^K \mu_k^g h_k^g(X) + \frac{1}{2} \sum_g^G \sum_k^K \gamma_k^g h_k^g(X)^2 \quad (5)$$

$f_3(X)$ ：飛行の連続性に関するペナルティ

$g_{in}^s(X)$ ：需要配分に関する制約条件

$h_k^g(X)$ ：物理的機材制約条件

A, B, C : 重み係数

λ_{in}^s, μ_k^g : ラグランジュ乗数

γ_k^g : ペナルティ・パラメータ

3.2 最適化アルゴリズム

本モデルを時間に関して離散的な離散時間モデルに置き換える。Takeda, Goodman¹²⁾によれば解の振動が減少するという点で同期変化モデルに比して非同期変化モデルが優れている。本研究では状態変化を行なうニューロンを任意に抽出し、非同期離散時間モデルを表現する。本研究では秋山ら¹³⁾の提案したガウシアンマシンを採用した。なお状態変化中に収束しない状態が続いた場合シャープニングにおける感度パラメータを上昇させることにより、曖昧な探索を再度促進させることとした。（ただし本研究例では制約条件を全て満たし、全ニューロンの出力値が0.20以下かつ0.95以上になった状態を収束とする）ラグランジュ乗数は乗数法における勾配法の原理にしたがい、 λ_{in}^s, μ_k^g の1回の改訂量をそれぞれ $\Delta\lambda_{in}^s, \Delta\mu_k^g$ とすると、各状態変化毎に式(6)のように改訂する。ペナルティ・パラメータ γ_k^g は原則として初期値 γ_0 から線形的に減少される。ただし、収束しない場合

のみ式(7)にしたがって改訂するものとする。

$$\begin{cases} \Delta\lambda_{in}^s \propto \frac{\partial L}{\partial \lambda_{in}^s} = P_g g_{in}^s(X) \\ \Delta\mu_k^g \propto \frac{\partial L}{\partial \mu_k^g} = P_h h_k^g(X) \end{cases} \quad (6)$$

P_g, P_h : パラメータ

$$\begin{cases} \gamma_k^g = \gamma_k^g + \gamma_{up} & (h_k^g(X) \geq 0.5, h_k^g(X) \leq -0.5) \\ \gamma_k^g = \gamma_k^g - \gamma_{down} & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$\gamma_{up}, \gamma_{down} (\geq 1.0)$: パラメータ

4. 適用例

4.1 ケーススタディーの概要

東北地方の4空港（青森、秋田、仙台、新潟）間のネットワークを本モデルに適用した。使用機材は2機材とし、機種はFokker F.28定員79人）1機種のみとした。本研究は3機以上の航空機のスケジューリングに適用可能である。しかし、モデルの妥当性の確認のため総当たり法で容易に最適解の求められる限界と考えられる4空港2機材に適用した。

各空港間の潜在需要、料金、運航コスト、運航時間は5)6)を参考にした。空港運用時間は18:00～18:00の10時間とし、フライトは1時間毎に出発可能とした。シミュレーションはニューロンの初期値を変え、CASE毎に各100回行い、状態変化が100×（ニューロンの個数）回以内に収束したものを収束解とみなした。各ニューロンの初期値は以下の乱数で与えた。

$$X_{ij}^{sk}(0) = rand \left/ \left(\frac{\text{Number of Neuron}}{N_e} \right) \right. \quad (8)$$

rand: 0～1の乱数， N_e : パラメータ

4.2 シミュレーション結果

図2, 3にCASE1, CASE2それぞれから得られた解のうち目的関数値が最高のものに対応するスケジュールを示す。図5に総当たり計算によって得られた理論的最適解に対応するスケジュールを示す。また図4には

表1 シミュレーションに用いた重み係数

	A	B	C
CASE1	70.0	70.0	50.0
CASE2	60.0	60.0	40.0

表2 シミュレーションに用いたパラメータ

	N_e	γ_0	γ_{up}	γ_{down}	P_g	P_h	α_0	τ_α	v_0	τ_v
CASE1	40	40	4.0	0.2	1.0	0.5	3.0	1.0	30.0	2.0
CASE2	40	30	5.0	0.1	3.0	0.5	3.0	1.0	25.0	3.0

稻村・久永⁶⁾の研究によって得られた4空港2機材のスケジュールのうち目的関数値が最高を記録したものを示す。(総運航利益は本研究の目的関数値) CASE1と比較することにより異機材間の乗り継ぎを考慮した効果、CASE2と比較することによりタイムラグのある乗り継ぎを考慮した効果を見出すことができる。

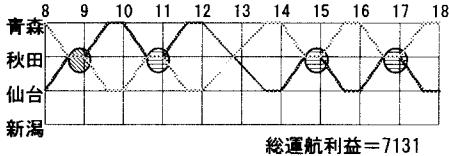


図2 CASE1の最適スケジュール

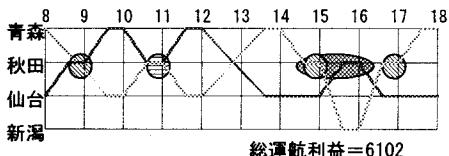


図3 CASE2の最適スケジュール

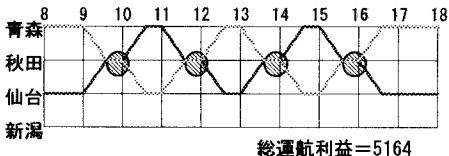


図4 稲村・久永モデルによるスケジュール

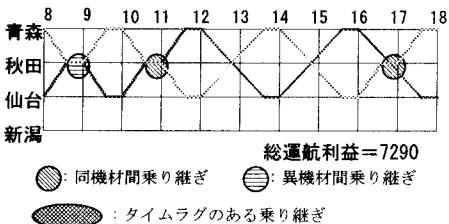


図5 総当たり法による最適スケジュール

CASE1, CASE2それぞれの収束率、最大値・最小値、平均値、平均サイクル数、標準偏差を表3に示す。本アルゴリズムでCASE1の解は最適解と比較しても実用的にはよい近似解であるといえる。

5. 結論と考察

本研究では3機以上の機材スケジューリングモデルを作成するため、従来のモデル⁵⁾⁶⁾に多機材間の需要配分・異機材間の乗り継ぎを考慮し、航空機材スケジューリングモデルをモデル化することができた。また問題の評価関数に拡張ラグランジュ関数の考え

表3 シミュレーション結果

	CASE1	CASE2
収束率	19%	55%
最大値	7131	6102
最小値	3884	3337
平均値	5229	4752
平均サイクル数	51.5	59.8
標準偏差	767	772

方を応用することにより、不等式制約を含む非凸型非線形整数計画問題である本問題にHopfield型ニューラル・ネットワークが適用可能であることを示した。4空港2機材におけるシミュレーションにおいては最適解は得られなかったものの、CASE1では最適解に比して95%以上の解が導かれており、近似解として十分実用可能な解であると言える。また従来のモデルで考慮できなかった異機材間の乗り継ぎ、タイムラグのある乗り継ぎによる利益の増分を目的関数に取り入れたことにより、その効果が見出すことができた。(図2,3と図4との比較により)

【参考文献】

- 1) M.M.Etchmaier & D.F.Mathaisel: "Airline Scheduling : An Overview", Transportation Science, Vol.19, No.2, 1985
- 2) 田村, 稲野: "地域航空における機材の最適スケジューリング", 土木計画学研究・論文集, No.5, pp155-162, 1987
- 3) 徳永, 稲村: "多空港間航空ネットワークのスケジューリング-LPモデルとDPモデルの比較-", 土木計画学研究・講演集, No.13, pp607-614, 1990
- 4) 徳永, 稲村: "ダイナミック・プログラミングによる航空ネットワークのスケジューリングモデル", 土木学会論文集, No.440/IV-16, pp109-116, 1992
- 5) 鬼柳, 稲村: "整数2次計画法による航空機材スケジューリングモデル", 土木計画学研究・講演集 No.15 , pp597-602 , 1992
- 6) 稲村・久永: "航空機材スケジューリングのためのニューラルネットワークアルゴリズムの開発", 土木学会論文集 (投稿中)
- 7) 乳井・稻村: "多機材間の需要配分を考慮した航空機材スケジューリングモデルとその適用例", 土木学会年次学術講演会, No.49, 1994
- 8) D.W.Tank & J.J.Hopfield: "Neural Computation of Decisions in OptimizationProblems" , Biol. Cybern. ,No.52, pp141-152 , 1989
- 9) 清水, 河合: "土地分級結果に基づく用途地域の配置問題", 土木計画学研究・講演集, No.13, pp425-430 , 1990
- 10) 清水, 河合: "分級結果に基づく最適ソーニング問題", 土木計画学研究・講演集, No.14(1), pp441-446, 1991
- 11) 今野, 山下: "非線形計画法", 日科技連, 1978
- 12) M.Takeda and J.W.Goodman: "Neural networks for computation: number representations and programming complexity" ,Applied Optics, Vol.25 , No.18,pp3033-3046, 1986
- 13) 秋山, 山下, 梶浦, 安西, 相磯: "ガウシアンマシンによる組み合わせ最適化", 電子情報通信学会技術告, MBE-88-183, 1989