

情報構造不確定下の意思決定ルールに関する研究*

A Decision Criterion under Ignorance of Future Information Structure*

多々納裕一**

By Hirokazu TATANO**

1. はじめに

計画は未来のことに關する現在の意思決定であると定義される。この定義に集約されるように、計画は、現在利用可能な知識と情報を用いて将来を見据え、現時点の行動を定めるものである。しかしながら、計画が現時点において定められる以上、さらに、将来が完全に既知でない以上、計画の策定時には何らかの「予期されない事柄(surprise)」を抱えたまま意思決定を下すことになる。

ここで、計画時点における「予期されない事柄」は、将来時点に発生する事象の確率分布が既知であるような「リスク(risk)」、事象は特定できてもその確率分布を特定できない「不確実性(uncertainty)」、さらには、将来時点において発生する事象がもたらす帰結(consequences)さえ特定できない「無知(ignorance)」に大別される¹⁾。

土木計画の分野では、防災計画等、リスクを考慮した施設計画が実際の行政レベルでも用いられている。さらに、段階的な施設拡張計画に関する研究などではベイズ意思決定基準のような統計的意思決定理論等を適用して将来時点までに得られる追加的情報を下に事象の確率分布をより精緻化することで不確実性への対処が試みられている。これらの研究では、基本的に将来時点における選好構造や情報構造は確定的に与えられるものとしている。しかしながら、将来時点の選好構造や情報構造が将来時点までに形成される知識に基づくものと考えれば、これらを現在時点において的確に知ることは不可能である。

以上のような問題意識を背景として、本研究では、このような「無知」を前提とした計画の方法論を研究

するための第1歩として、将来時点における情報構造が現在時点において未知であるという前提に立った場合の意思決定ルール(意思決定基準)に関して理論的な考察を加える。具体的には、現時点においてプロジェクトを実施するか否かという決定問題(開発戦略決定問題)に直面している危険中立的な行政主体の意思決定問題に着目し、将来時点における情報構造を現在時点において知り得ない状況下においても合理的な意思決定基準に関して考察する。

2. 開発戦略決定問題

(1) モデル化の前提

行政主体は第1期、及び、第2期においてあるプロジェクトが実施されている状態(「開発」: $a_t = 1$)または実施されていない状態(「開発留保」: $a_t = 0$)のいずれかを少なくとも各期期首には決定するものとする。ここで、第0期においては、プロジェクトは実施されていないものとし、 $a_0 = 0$ を仮定する。

第 $t-1$ 期で行為 a_{t-1} が選択された場合に、第 t 期で選択可能な行為の集合を選択可能集合と呼び、 $G(a_t)$ で表す。本研究では、「開発」($a_1 = 1$)という行為の不可逆性を考慮して「開発」から「開発留保」($a_2 = 0$)への推移は不可能であると仮定し、選択可能集合 $G(a_t)$ を次のように与える。

$$G(a_t) = \begin{cases} \{0, 1\} & (a_t = 0) \\ \{1\} & (a_t = 1) \end{cases} \quad (1)$$

さらに、第 t 期の外部環境を s_t で定義する。外部環境は、そのプロジェクトによって生み出される公共サービスの需要や技術等、意思決定には影響を及ぼす環境である。行政主体にとって外部環境 s_t は不確定である。本研究では、行政主体は自己の予測に従って s_t の分布に対して主観的確率分布を形成し意思決定を行うものと仮定し、外部環境 s_t を $S =$

*キーワード: 計画基礎論、公共事業評価法、計画情報

**正員、博士(工)、鳥取大学工学部社会開発システム工学科
(鳥取市湖山町西4丁目101番地、TEL 0857-31-5310、
FAX 0857-31-0882)

$\{1, \dots, m\}$ 上で定義される離散確率変数として取り扱う。さらに、その確率関数を $\pi_t(s_t)$ で表す。

第 t 期において生じる便益と費用との差を純便益 $nb(a_{t-1}, a_t, s_t)$ として定義する。さらに、純便益 $nb(a_{t-1}, a_t, s_t)$ は次の性質を満たすものと仮定する。

「性質 1」: $nb(0, 0, s_t) = 0$

「性質 2」: $nb(a_{t-1}, a_t, s_t + 1) - nb(a_{t-1}, a_t, s_t) \geq 0$

「性質 3」: $nb(0, 1, s_t) - nb(1, 1, s_t) < 0$

性質 1 は、プロジェクトが実施されなければ、便益も費用も生じないことを表している。性質 2 は純便益が外部環境 s_t の非減少関数であることを意味している。さらに、性質 3 は、プロジェクトが行われていない状態からプロジェクトが実施されている状態への推移には状態の改変に伴う切り替え費用を要することを意味する。

(2) 意思決定問題の定式化

行政主体は外部環境に関する予測 ($\pi_1(s_1), \pi_2(s_2)$) 及び、各期の純便益 $nb(a_{t-1}, a_t, s_t)$ に基づいて各期の意思決定を行うものと仮定する。さらに、本研究では、危険中立的な行政主体を想定し、行政主体は現在 ($t = 1$) および将来 ($t = 2$) の 2 期間において発生する純便益の現在価値 (割引総期待純便益) を最大化するように、第 1 期期首にプロジェクト整備に関する意思決定を行うものとする。従って、行政主体が直面する意思決定問題は次式で定式化される。

$$\max \sum_{t=1}^2 \beta^{t-1} E_S^t[nb(a_{t-1}, a_t, s_t)] \quad (2)$$

但し $E_S^t[nb(a_{t-1}, a_t, s_t)] = \sum_{s_t=0}^m nb(a_{t-1}, a_t, s_t) \pi_t(s_t)$,

β : 社会的割引率である。また、上の定式化では、将来時点における情報の利用可能性や決定の変更可能性等に関しては、明確な定義を与えていない。これらの点に関しては、次章で考察する。

3. 情報構造確定下の意思決定基準

(1) ベイズ意思決定基準

いま、情報構造 I を、メッセージ y の集合 Y と外部環境 s_t の下でメッセージ y が生じる確率 $q(y|s_t)$ 、外部環境 s_t の集合 S を用いて $I = [Y, q, S]$ で定義する。情報構造があらかじめ定まっていれば、追加的に得

られたメッセージを利用することによって、行政主体はよりの確な意思決定を行うことができる。すなわち、以下のようなベイズ推論を通じて、事前の主観確率分布 $\pi_t(s_t)$ はメッセージ y に対応した事後の主観確率分布 $\pi_t^T(s_t|y)$ へと更新される。

$$\pi_t^T(s_t|y) = \frac{q(y|s_t)\pi_t(s_t)}{\sum_{s_t=0}^m q(y|s_t)\pi_t(s_t)} \quad (3)$$

さらに、メッセージ y の生起確率 $p^T(y)$ は、情報構造 I 及び予測 $\pi_t(s_t)$ の下で次のように定められる。

$$p^T(y) = \sum_{s_t=0}^m q(y|s_t)\pi_t(s_t) \quad (4)$$

このとき、行政主体は、時間の経過に伴い追加的に得られるメッセージを考慮して、ベイズ意思決定基準に従って第 1 期及び第 2 期の行為を決定することができる。すなわち、次式で表現されるような 2 期間の割引総期待純便益最大化問題の解として、第 1 期の行為 a_1 及び追加的に得られたメッセージ y に対応した第 2 期の行為 $a_2(y)$ を決定するのである。

$$\max_{a_1 \in G(a_0)} E_S^1[nb(a_0, a_1, s_1)] + \beta E_Y^T[\max_{a_2 \in G(a_1)} E_{S|Y}^{2T}[nb(a_1, a_2, s_2)]] \quad (5)$$

ただし、 $E_Y^T[\cdot]$ 、 $E_{S|Y}^{2T}[\cdot]$ は、それぞれ、情報構造 I の下での、メッセージ y に関する $[\cdot]$ の期待値、メッセージ y が得られたという条件下での外部環境 s_2 に関する $[\cdot]$ の条件付き期待値を表す。

(2) ベイズ意思決定基準の有効性

まず、将来時点における決定の変更を認めない行政主体を考えよう。この場合には、第 1 期の行為として a_1 を選択すると、第 2 期の行為も自動的に a_1 に定まる。従って、この場合の意思決定基準は次式のように定式化できる。

$$\max_{a_1 \in G(a_0)} E_S^1[nb(a_0, a_1, s_1)] + \beta E_S^2[nb(a_1, a_1, s_2)] \quad (6)$$

さらに、将来時点までに得られる追加的情報の利用可能性を考慮しない場合、行政主体の意思決定基準は次式のように定式化できる。

$$\max_{a_1 \in G(a_0)} E_S^1[nb(a_0, a_1, s_1)] + \beta \max_{a_2 \in G(a_1)} E_S^2[nb(a_1, a_2, s_2)] \quad (7)$$

ここで、一般に以下のような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} E_Y^T[\max_{a_2 \in G(a_1)} E_{S|Y}^{2T}[nb(a_1, a_2, s_2)]] \\ \geq \max_{a_2 \in G(a_1)} E_S^2[nb(a_1, a_2, s_2)] \\ \geq E_S^2[nb(a_1, a_1, s_2)], \quad \forall a_1 \in G(a_0) \end{aligned} \quad (8)$$

従って、意思決定基準としてベイズ意思決定基準を用いることで、行政主体は、情報の利用や将来時点における決定の変更可能性を考慮していない意思決定基準を用いる場合に比べて、より大きい割引総期待純便益を得ることができる。この意味で、情報構造確定下では、行政主体がベイズ意思決定基準を用いることは合理的である。

4. 情報構造不確定下の意思決定基準

(1) 逐次ベイズ意思決定基準

前章では、現時点において情報構造が既知であるような理想的な状況下での意思決定基準に関して考察した。しかし、現時点の意思決定に際して想定される将来時点の情報構造 $\hat{I}$ が、将来時点における情報構造 I に必ずしも一致する保証はない。以下では、逐次ベイズ意思決定基準 (rolling Bayesian decision criterion) に関して考察し、この意思決定基準がこのような状況下でも合理的な意思決定基準となることを示す。

逐次ベイズ意思決定基準 まず、行政主体は、第1期期首において情報構造 $\hat{I} = (\hat{Y}, \hat{q}, S)$ を仮定し、次式で与えられる割引総期待純便益最大化問題の解として決定 $(\hat{a}_1, \hat{a}_2(y))$ を定め、第1期の行為に関する決定 $\hat{a}_1$ を実行する。ただし、第2期の行為に関する決定 $\hat{a}_2(y)$ は実行されない。

$$\max_{a_1 \in G(a_0)} E_S^1[nb(a_0, a_1, s_1)] + \beta E_Y^{\hat{I}}[\max_{a_2 \in G(a_1)} E_{S|Y}^{\hat{I}}[nb(a_1, a_2, s_2)]] \quad (9)$$

第2期において、実際に実行される行為は第2期期首において定められる。行政主体は、第2期期首までに獲得された知識をもとに情報構造 I を設定し、その時点で確定したメッセージ y を用いて外的環境の確率分布を式(3)を用いて修正し、以下の期待純便益を最大化するような行為 $\hat{a}_2^*(y)$ を決定し、実行する。

$$\max_{a_2 \in G(a_1)} E_{S|y}^{I_2}[nb(\hat{a}_1, a_2, s_2)] \quad (10)$$

(2) 逐次ベイズ意思決定基準の有効性

いま、将来時点の情報構造 I が既知であるという理想的な状況を想定する。次いで各期の行為が $(a_1, a_2(y))$ と定められたとし、理想的状況下での割引総期待純便益を次式の $V(a_1, a_2(y))$ で定義する。

$$V(a_1, a_2(y)) = E_S^1[nb(a_0, a_1, s_1)] + \beta E_Y[E_{S|y}^2[nb(a_1, a_2(y), s_2)]] \quad (11)$$

計画時点において情報構造 $\hat{I} = (\hat{Y}, \hat{q}, S)$ を仮定した場合に、通常のベイズ意思決定基準、及び、逐次ベイズ意思決定基準によって定まる各期の行為の決定をそれぞれ $(\hat{a}_1, \hat{a}_2(y))$ 、 $(\hat{a}_1, \hat{a}_2^*(y))$ とおく。さらに、理想的な場合として、将来時点の情報構造 I が現在時点において既知であるような状況下でのベイズ意思決定基準（以下では、理想的状況下でのベイズ意思決定基準と呼ぶ）によって得られる各期の行為の決定を $(a_1^*, a_2^*(y))$ とおくこととする。このとき、次の補題が成り立つ。

補題1 決定 $(a_1^*, a_2^*(y))$ 、 $(\hat{a}_1, \hat{a}_2^*(y))$ 、 $(\hat{a}_1, \hat{a}_2(y))$ に対応する理想的状況下での割引総期待純便益は以下のような関係を満たす。

$$V(a_1^*, a_2^*(y)) \geq V(\hat{a}_1, \hat{a}_2^*(y)) \geq V(\hat{a}_1, \hat{a}_2(y))$$

この結果から、将来時点の情報構造が不確定な状況下では、計画時点で将来時点の行為の決定（方式）を定めてしまう通常のベイズ意思決定基準に比べて、将来時点ではその時点で明らかとなる情報構造を用いて意思決定をやり直す逐次的ベイズ意思決定基準の方がより合理性が高いことが理解される。

5. 情報構造不確定下の確実な決定

一般には、逐次的ベイズ意思決定基準を用いても、各期の決定は計画時点において将来の情報構造が既知であるような理想的な状況下での決定とは一致しない。しかしながら、これらが一致する意思決定の局面は存在する。以下では、いかなる局面で、どのような意思決定基準に従って意思決定を行えば、理想的状況下での決定と一致する決定がなされるのかについて考察する。

まず、情報構造の有用性 (informativeness) に関して次のように定義しよう。

定義1 任意の2つの情報構造 $I_1 = [Y_1, q_1, S]$ 、 $I_2 = [Y_2, q_2, S]$ が任意の $s_t \in S$ に関する非減少関数 $u_t(a_t, s_t)$ について次の関係を満たすとき、情報構造 I_1 は情報構造 I_2 よりも有用 (informative) であるという。

$$\sum_{y \in Y_1} p^{I_1}(y) \max_{a_t} \sum_{s_t \in S} u_t(a_t, s_t) \pi_t^{I_1}(s_t|y) \geq \sum_{y \in Y_2} p^{I_2}(y) \max_{a_t} \sum_{s_t \in S} u_t(a_t, s_t) \pi_t^{I_2}(s_t|y)$$

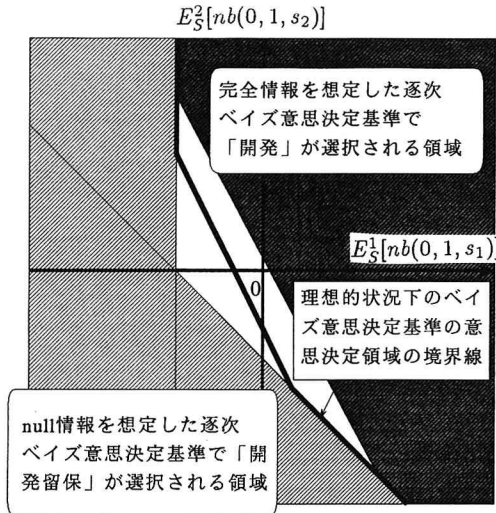


図-1 逐次ベイズ意思決定基準が完全に適用可能な意思決定の局面

このとき次の補題が成り立つ。

補題2 情報構造 $\mathcal{I}_1$ は $\mathcal{I}_2$ に比べてより有用 (informative) な情報構造であるとする。このとき、これらの情報構造を想定した逐次ベイズ意思決定基準に基づく第1期の行為の選択 $\hat{a}_1^{T_i}$ ($i = 1, 2$) は以下の関係を満たす。

$$\begin{cases} \hat{a}_1^{T_1} = 1 \Rightarrow \hat{a}_1^{T_2} = 1 \\ \hat{a}_1^{T_2} = 0 \Rightarrow \hat{a}_1^{T_1} = 0 \end{cases}$$

すなわち、より有用 (informative) な情報構造を想定した意思決定主体はプロジェクトの実施により消極的となり、逆に、より有用でない情報構造を想定した意思決定主体はプロジェクトの実施により積極的となることになる。

いま、情報構造として完全情報 $\mathcal{I}_p = [Y_p, q_p, S]$ 、及び、null 情報 $\mathcal{I}_0 = [Y_0, q_0, S]$ を想定しよう。完全情報 $\mathcal{I}_p = [Y_p, q_p, S]$ は、 $Y_p = S$ であり、かつ、任意の $s_t \in S$ に対して $q_p(y|s_t) = 1$ を満たす $y \in Y_p$ が存在するような情報構造として定義される。一方、null 情報 $\mathcal{I}_0 = [Y_0, q_0, S]$ は、任意の $y \in Y_0$ 及び任意の2つの $s_t^1, s_t^2 \in S$ に対して、 $q_0(y|s_t^1) = q_0(y|s_t^2)$ が常に成り立つような情報構造として定義される。

このとき、これらの情報構造の有用性に関して以下の補題が成り立つ。

補題3 完全情報 $\mathcal{I}_p$ は、他の任意の情報構造よりも有用であり、かつ、任意の情報構造はnull情報 $\mathcal{I}_0$ よりも有用である。

さらに、補題2,3より、次の補題が成り立つ。

補題4 将来の情報構造として完全情報 $\mathcal{I}_p$ 、null 情報 $\mathcal{I}_0$ を想定すると、逐次ベイズ意思決定基準に基づいて選択されるそれぞれの第1期の行為 $\hat{a}_1^{T_p}, \hat{a}_1^{T_0}$ と理想的状況下のベイズ意思決定基準に基づいて選択される第1期の行為 a_1^* との間には常に以下のような関係が成り立つ。

$$\begin{cases} \hat{a}_1^{T_p} = 1 \Rightarrow a_1^* = 1 \\ a_1^* = 0 \Rightarrow \hat{a}_1^{T_p} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1^* = 1 \Rightarrow \hat{a}_1^{T_0} = 1 \\ \hat{a}_1^{T_0} = 0 \Rightarrow a_1^* = 0 \end{cases}$$

図-1に補題4の内容を各期における開発に関する純便益の期待値 ($E_S^1[nb(0, 1, s_1)], E_S^2[nb(0, 1, s_2)]$) 平面上に模式的に示す。図中、影が付けられている領域は補題4が成り立つ意思決定局面を表している。

逐次ベイズ意思決定基準の定義より第1期の行為の選択が等しければ逐次ベイズ意思決定基準に基づく決定は理想的状況下のベイズ意思決定基準に基づく決定に一致する。結論として次の命題が成立する。

命題1 将来の情報構造として完全情報 $\mathcal{I}_p$ を想定した逐次ベイズ意思決定基準に基づいて選択される第1期の行為が「開発」である ($\hat{a}_1^{T_p} = 1$) か、または、null 情報 $\mathcal{I}_0$ を想定した逐次ベイズ意思決定基準に基づいて選択される第1期の行為が「開発留保」である ($\hat{a}_1^{T_0} = 0$) ような意思決定局面では、逐次ベイズ意思決定基準に基づく決定 ($\hat{a}_1, \hat{a}_2^*$) は理想的状況下のベイズ意思決定基準に基づく決定 (a_1^*, a_2^*) に一致する。

6. おわりに

本研究では、将来時点における情報構造の不確定下の意思決定問題について考察し、このような状況下で逐次ベイズ意思決定基準が合理的な意思決定基準となることを示した。さらに、完全情報を想定した逐次ベイズ意思決定基準とnull情報を想定した逐次ベイズ意思決定基準を併用すれば、将来の情報構造が既知であるような理想的状況下でのベイズ意思決定基準と全く同一の決定を行うことのできる場合が存在することを示した。

本研究の遂行に際し、鳥取大学工学部小林潔司教授、(株)日水コン大石哲司氏にはご助言、ご助力を賜った。ここに記し、感謝の意を表するものである。

参考文献

- 1) Faber, M. and Proof J. : Evolution, Time, Production and the Environment, 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin, 1993.