

物流予測のためのLM法による新SNA型地域間産業連関表の開発

Development of A Rectangular Interregional Input-Output Model with
Lagrangian Multiplier Approach

古沢 賢一郎** 稲村 肇***

By Kenichiro Furusawa Hajime Inamura

A rectangular I-O system deals with the industry sector and commodities sector independently. If expanded to include interregional transactions, it would be quite suitable for forecasting interregional freight flow in the short or medium run. Various studies have been carried out for this purpose. So far, however, construction of an algorithm to estimate the rectangular interregional I-O system has not been reached. This paper proposes a method of estimation which is based on the interregional I-O table and the national based rectangular I-O table, i.e. V table. The results prove that the Lagrangian Multiplier Approach, while providing negative estimates to 3 percent of transactions, still is a very effective method.

1. 背景と目的

貨物流動を予測する際に、産業連関表の枠組みを用いて行うことは、産業間の相互関連を明らかにし産業立地にとまなう貨物流動の変動を予測する上で有効である。商品分類と産業分類を独立に取り扱える新SNA型産業連関表では、産業活動から商品生産額を推計し、その商品生産額を商品別重量に換算することにより従来の産業連関表から推計したもの

よりも誤差を小さくできると期待される。しかし、現在のところ新SNA型の地域間産業連関表は作成されておらず、また地域間産業連関表から新SNA型地域間産業連関表を作成するアルゴリズムも確立されていない。

著者らは過去において単純な収束計算による地域間新SNA産業連関表の作成法に関する研究¹⁾を行なった。この研究においては、既知の地域間産業連関表から求められる投入構造が変化するという問題点と、ユニークな解が得られないという問題点があった。

ラグランジュ乗数法²⁾（以下LM法と呼ぶ）は、複数の制約条件下で目的関数の最適解を求めるアルゴリズムである。本研究では、地域間産業連関表からLM法により地域間SNA産業連関表を推計する

*キーワード：地域間産業連関表、新SNA型地域間産業連関表、LM法

**学生員 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻（〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉）

***正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

表－1 地域間SNA産業連関表

産出	投入	地域 r		地域 s		最終需要		総需要
		商1………n	産1………n	商n+1…2n	産n+1…2n	地域 r	地域 s	
地域 r	商品1 … n		U^{rr}		U^{rs}	F^{rr}	F^{rs}	q^r
	産業1 … n	V^{rr}		V^{rs}				g^r
地域 s	商 ⁿ⁺¹ 2n		U^{sr}		U^{ss}	F^{sr}	F^{ss}	q^s
	産 ⁿ⁺¹ 2n	V^{sr}		V^{ss}				g^s
付加価値			y^{rr}		y^{ss}			
総供給		q^{rr}	g^{rr}	q^{ss}	g^{ss}			

表－2 地域間産業連関表

投入 産出			中間需要		最終需要		総 需 要
			地域 r	地域 s			
			商品 1 … 商品 n	商 ⁿ⁺¹ … 商 ²ⁿ	地域 r	地域 s	
中間投入	地域 r	商品 1 ⋮ 商品 n	$A^{rr} X^r$	$A^{rs} X^s$	F^{rr}	F^{rs}	X^r
	地域 s	商 ⁿ⁺¹ ⋮ 商 ²ⁿ	$A^{sr} X^r$	$A^{ss} X^s$	F^{sr}	F^{ss}	X^s
付加価値			y^{rr}	y^{ss}			
総供給			X^{rr}	X^{ss}			

ことを目的とする。この場合、考慮に入れたのは次の5点である。

- ①地域間U表、V表を既知の地域間産業連関表から求められる投入係数 A^{rs} で連結して構造推定を行う。
- ②所与の産業連関表の投入係数 A^{rs} を不変に保つ。
- ③産出係数 C^{rs} が地域によって大きな差はないと仮定して全国産業連関表V表の産出係数Cを初期値として用いる。
- ④地域間V表を偏差最小の基準のもとに変化させる。
- ⑤V表において初期値が0のものは、推定値も0という制約を与えた。

2. 3地域間新SNA産業連関表の作成方法

2. (1) 3地域間チェネリー・モーゼス型産業連関表の作成

関係11省庁作成の9地域内産業連関表から、通産省の作成手順⁵⁾に準じて9地域間チェネリー・モーゼス型産業連関表を作成する。さらに、これを東北地方、関東地方、その他全国の3地域に統合した3地域間チェネリー・モーゼス型産業連関表を作成する。通産省では10、25、45部門の地域間産業連関表を作成しておりそのデータも公表している。これらは屑・副産物部門の地域配分の後で若干の調整をしているため、本研究で作成した10、25、45部門の表とは多少異なる。しかし、検証データとして利用するため本研究ではこれらに合わせた部門分類を適用した。

2. (2) LM法による3地域間新SNA産業連関表の作成手順

a) 関係11省庁作成の全国産業連関表のV表を3地域間チェネリー・モーゼス型産業連関表の部門分

類に統合し、産出係数行列 $\{c_{ij}\}$ を求める。

$$c_{ij} = v_{ji} / g_j \quad (1)$$

ここで、 $i=1, \dots, n$ 、 $j=1, \dots, n$ はそれぞれ新 SNA 型産業連関表における商品分類、産業分類を表す。

b) 求めた産出係数行列 $\{c_{ij}\}$ に地域間産業連関表における各地域間の商品別産出額の割合を乗じたものを各地域間の初期産出係数行列 $\{^0c_{ij}\}$ とし、全体での産出係数行列の初期値 $\{^0c_{ij}\}$ を以下のようにおく。ここで、 $i=1, \dots, n \times t$ 、 $j=1, \dots, n \times t$ はそれぞれ新 SNA 型地域間産業連関表(表-1)における商品分類、産業分類を表す。また、 t は地域数を表す。

$$^0C = \begin{pmatrix} C_{rr} & C_{rs} \\ C_{sr} & C_{ss} \end{pmatrix}$$

c) 各地域の商品別総需要 q_i より、各地域の産業別総需要の初期値 0g_j を求める。

$$^0g_j = \sum_{i=1}^{n \times t} c_{ji} q_i \quad (2)$$

d) 産業別産出行列の初期値 $\{^0v_{ji}\}$ を求める。

$$^0v_{ji} = c_{ij} g_j \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} ^0V_{rr} & ^0V_{rs} \\ ^0V_{sr} & ^0V_{ss} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ^0C_{rr} & ^0C_{rs} \\ ^0C_{sr} & ^0C_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{g}_r \\ \hat{g}_s \end{pmatrix}$$

e) 求めたい産業別産出行列の成分 v_{ji} と初期成分 $^0v_{ji}$ との差の平方和を初期成分で割った χ^2 型の関数²⁾を目的関数とする。

$$\sum_{i=1}^{n \times t} \sum_{j=1}^{n \times t} \frac{(v_{ji} - ^0v_{ji})^2}{^0v_{ji}} \quad (4)$$

f) 各地域における産業別供給額の和が各地域における産業別需要額の和に等しい、各地域における商品別供給額の和が地域間チェネリー・モーゼス型産業連関表によって与えられる各地域における商品別総需要額に等しい、という2つの制約条件をたてる。

$$\sum_{i=1}^{n \times t} \sum_{k=1}^{n \times t} (a_{ik} v_{jk} + y s_j) = \sum_{i=1}^{n \times t} v_{ji} \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n \times t} v_{ji} = q_i \quad (6)$$

ここで、 $y s_j$; 地域別産業別付加価値

$$y_i = \sum_{j=1}^{n \times t} c_{ij} \cdot y s_j$$

a_{ik} ; 投入係数行列 A の成分

g) ここで、各地域における商品別需要額の和が地域間チェネリー・モーゼス型産業連関表によって与えられる各地域における商品別総需要額に等しいという制約条件は、U 表の構造上 式が成り立てば同時に成り立つ。

h) 式④、⑤、⑥をラグランジュの未定係数 λ_j 、 μ_i を用いて結合し関数 P とする。

$$P = \sum_{i=1}^{n \times t} \sum_{j=1}^{n \times t} \frac{(v_{ji} - ^0v_{ji})^2}{^0v_{ji}} + \sum_{j=1}^{n \times t} \left\{ \lambda_j \left(\sum_{i=1}^{n \times t} \sum_{k=1}^{n \times t} a_{ik} v_{jk} + y s_j - \sum_{i=1}^{n \times t} v_{ji} \right) \right\} + \sum_{i=1}^{n \times t} \left\{ \mu_i \left(\sum_{j=1}^{n \times t} v_{ji} - q_i \right) \right\} \quad (7)$$

i) 関数 P の最小値を求めるため変数 v_{ji} ($(n \times t)^2$ 個)、 λ_j ($n \times t$ 個)、 μ_i ($n \times t$ 個) で偏微分したものを 0 とし、連立方程式を立てる。

$$\frac{\partial P}{\partial v_{ji}} = \frac{2 v_{ji}}{^0v_{ji}} + \left(\sum_{k=1}^{n \times t} a_{ki} - 1 \right) \lambda_j + \mu_i - 2 = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \lambda_j} = \sum_{i=1}^{n \times t} \sum_{k=1}^{n \times t} a_{ik} v_{jk} - \sum_{i=1}^{n \times t} v_{ji} + y s_j = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \mu_i} = \sum_{j=1}^{n \times t} v_{ji} - q_i = 0 \quad (10)$$

j) ここで、⑨、⑩式はまさに制約条件⑤、⑥式であり、 $2 \times n \times t$ 個の制約条件のうち1個は他の制約条件に従属である。ここで未知数は v_{ji} が $(n \times t)^2$ 個、 λ_j が $n \times t$ 個、 μ_i が $n \times t$ 個、独立した方程式は $(n \times t)^2 + 2 \times n \times t - 1$ 個である。従って、一般的には未知数はユニークに定まらない。しかしここでは λ_j 、 μ_i はユニークに定まらないが、 v_{ji} はユニークに定まる。それは、⑧式から v_{ji} はすべて1つの任意の v_{ki} 、あるいは v_{jk} の1次関数として表せるため、⑨式、あるいは⑩式にこれを代入することにより v_{ji} はユニークに求められる。

⑧、⑨、⑩の連立方程式の簡単な例を行列表示にすると図-1 になる。図中の a、b は負の実数である。4 行目までが⑧式、5、6 行目が⑨式、7、8 行目が⑩式である。そして、上記行列の網掛け文字は初期値 $^0v_{21}$ が 0 のため、 v_{21} も 0 ということを表す。またここで⑨、⑩式のうちの任意の1式は他の式に従属となる。ここでは、最後の行を省くことにする。そこで、網掛けの部分と、最後の行、

$$\begin{pmatrix}
 2/\circ v_{11} & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 2/\circ v_{12} & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 2/\circ v_{21} & 0 & 0 & a & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 2/\circ v_{22} & 0 & b & 0 & 1 \\
 a & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & a & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 v_{11} \\
 v_{12} \\
 v_{21} \\
 v_{22} \\
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \mu_1 \\
 \mu_2
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 2 \\
 2 \\
 2 \\
 2 \\
 -y_1 \\
 -y_2 \\
 q_1 \\
 q_2
 \end{pmatrix}$$

図－1 連立方程式の行列表示

列を除いた行列の計算を行うこととなり、1番目の行列の逆行列を求め、両辺にその行列を左から掛ければ解は求められる。

k) 求められた解、産業別産出行列 $\{v_{ij}\}$ より商品別投入行列 $\{u_{ij}\}$ を求める。

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^{n \times t} a_{ik} v_{jk} \quad \text{①}$$

3. 結果

本研究では、昭和60年の地域間産業連関表、全国産業連関表V表を基とし、地域数を東北地方、関東地方、その他全国の3地域、部門分類数を10分類（表－3）に統合して推定を行った。

推定された新SNA型3地域間産業連関表（表－5）東北－東北のV表、表－6は東北－東北のU表）

のV表は、負の値が全セルの3%程度あらわれたが、図－2のように全般的には初期V表の値を非常に反映したものとなった。これは、全国産業連関表V表の産出係数が各地域の産出係数を十分近似でき、それをもとに偏差最小基準で求めたV表は実際の値に非常に近いということを示しているであろう。

負の値となったセルの供給、需要部門、全国産業連関表V表の産出係数行列Cを用いて求めた初期値、LM法によって算出された推定値のいくつかを表－4に示すが、最小のものでさえもその供給部門、需要部門の対角項のそれぞれ約0.1%、0.002%の大きさである。また、負の値の平均（その他全国を除く）は3億円程度であり、図－2からもわかるように十分に0とみなせる値である。負の値が生じたことにはいくつかの原因が考えられる。1つは需要部門（商品）が「農林水産業」、あるいは「鉱業」のものは、初期値0のものが多く制約条件が強

く効いてくるための数学的結果である。また、東北地方の発電量の内訳⁶⁾は、全国平均と比較して、水力発電、原子力発電の割合（表－5）が大きく異なる。そのため需要部門（商品）が「東北地方の公益事業（電力、ガス、水道）」には幾分誤差が生じたのであろう。また、需要部門（商品）が「その他」では、様々なサービス業が含まれるために地域によって、商品構成割合が大きく異なると考えられる。これらは、すべて部門分類数を適当に多くすればかなり改善されるであろう。また供給部門が「食料品・たばこ」、「金属」、「その他の製造業」のものは、初期値0で推定値0の制約を受けるセルが少ない。したがって、需要計が制約された条件で目的関数を最小にする解を求める本研究においては、この部門の値が変化しやすく、負となる確率も高くなる。

表－3 部門分類

1	農林水産業
2	鉱業
3	食料品・たばこ
4	金属
5	機械
6	その他の製造業
7	建設
8	公益事業
9	商業・運輸
10	その他

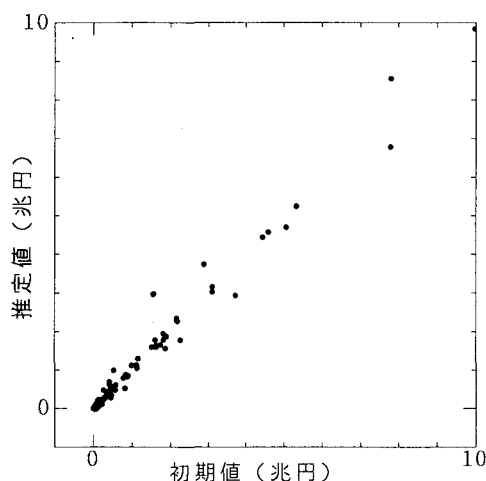


図-2 V表の初期値と推定値の関係

表-4 負の推定値(V表)の一覧

	供給部門 (産業)	需要部門 (商品)	初期値 (百万円)	推定値 (百万円)
⑥	関東3	東北8	125	-47
⑩	関東3	"	1332	-504
⑪	東北6	関東1	21	-6
⑫	"	関東2	218	-11
⑬	東北3	関東8	183	-35
⑭	東北6	"	663	-72
⑮	東北3	関東10	1950	-1545
⑯	東北4	"	674	-140
⑰	東北6	"	420	-289

4. 結論と問題点

本研究では、LM法によって、昭和60年の地域間産業連関表から、投入係数Aを変化させずに3地域10部門分類の昭和60年新SNA型地域間産業連関表を推定することができた。負の値があらわれる部門が幾分あるという問題はあったが、これは分類数を適当に多くすることによって、かなり改善されると思われる。他の部門に関しては初期V表の値に非常に近い値としてあらわれた。

しかし、LM法による解法では、最も単純な方法で、 t 地域 n 部門とすると、 $\{(t \times n)^2 + 2 \times t \times n - 1\}$ 次の行列を利用する。本研究では、V表において初期値が0のものは推定値も0という制約を与えたために幾分次数を小さくすることができた。しかし、部門分類数を多くすると解を求めるのは、不可能でないにしても、計算機のかんがりの能力と、

かなりの時間を要する。本研究では、3地域10部門分類という小さい分類数で推定を行った。しかし、これでは1つの部門に様々な産業あるいは商品が含まれ、その構成割合も地域によってかなり異なると思われる。そのため、全国産業連関表V表の産出係数Cを地域によって差はないとして用いたことに問題が生じた。

5. 今後の課題と展望

今後の課題、展望として以下のことがあげられる。

- ①上記の問題を改善するために幾分部門分類数を多くした新SNA型地域間産業連関表を作成する。
- ②本研究ではLM法において目的関数に χ^2 型の関数を用いたが、他の目的関数についても検討していきたい。さらには、この作成した金額単位(百万円)の新SNA型地域間産業連関表を重量単位(トン)へと変換した物流モデルを作成したい。過去において、早坂⁴⁾は運輸省から出されている輸入価格表から単位換算表を作成し、この作業を行った。しかし、この輸入価格表に記載されている価格は、実際の生産価格とはかなり異なる値もあり、国内の取引に利用するにはふさわしいものではないという結果が得られている。一方、関係11省庁作成の物量表は単位を換算できる部門数が少ないことや、物量の単位が多様であるという問題がある。そこで、これらの問題を改善した単位換算表を作成する。
- ③全国貨物純流動調査データから作成された新SNA型の地域間物流モデル⁴⁾と、地域間産業連関表から作成された新SNA型の地域間物流モデルとを比較する。将来の貨物流動量を予測する際には、後者を用いた方がよいが、それが実際の貨物流動量を表しているかということではいくつか問題³⁾がある。そこで、前者を実測値、後者を推計値としてRAS法で二つのモデルの間の相違の修正モデルを作成する。
- ④新SNA型地域間産業連関表を将来の経済フレームを用いて更新し、それを重量単位に換算する。さらに、修正モデルを用いて将来の貨物流動量の予測を行う。

表-5 V表(東北-東北)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3151241	0	210291	0	1486	0	309	0	0	83
2	0	207725	0	434	1759	1487	17	732	0	15
3	0	0	155857	5	140	4693	130	-358	0	-3866
4	0	63	9	332780	4266	6567	82	-342	0	-264
5	0	1	51	20664	159	13180	689	15	0	1687
6	-22	-29	878	725	1072	275705	64	-1045	0	-672
7	0	0	0	1174	3702	0	4434014	0	0	195
8	0	12	0	0	862	15217	586	22714	0	683
9	0	0	201430	0	46891	14654	4384	1095	2264	10316
10	0	0	0	0	3320	1267	6773	0	0	11648477

表-6 U表(東北-東北)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	573352	574	495929	469	841	16821	8820	926	65693	72120
2	9	638	270	27468	2605	16750	73043	106963	1019	2810
3	192520	1	101621	2	42	265	3	23	14498	165590
4	2817	576	9949	73209	44214	1687	172149	775	4423	8670
5	47219	21763	6900	5535	193509	2654	132077	88392	71915	102156
6	114981	5073	29178	10069	53713	44281	468975	49961	43008	239935
7	9057	691	1869	1414	2723	721	8677	58889	18928	217848
8	13302	6749	18719	21242	30496	8728	36774	64141	44639	221709
9	103944	10959	52745	12316	40021	10686	173765	22818	80423	211351
10	136574	21942	48682	18503	117390	17426	357874	195004	343892	1076250

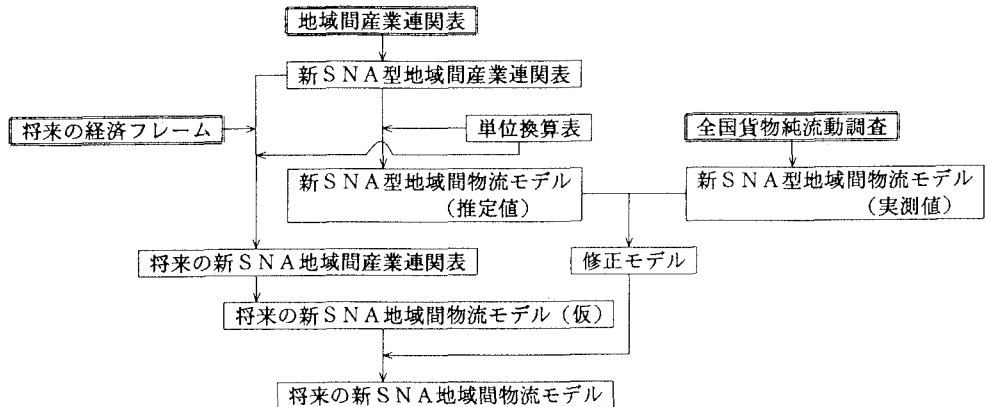


図-3 今後の展望

〈参考文献〉

- 1) 古沢：地域間SNA型物資流動の予測、東北大学卒業論文、1992
- 2) D.Friedlander:A Technique for Estimating a Contingency Table, Given the Marginal Totals and Some Supplementary Data, Journal of the Royal Statistical Society, 124, pp. 412-420, 1961
- 3) 稲村：地域間SNA型物流予測モデルの開発、土木学会論文集 No. 431/IV-15, pp. 41-46, 1991.7
- 4) 早坂：地域間SNA型物流予測モデルの開発、東北大学修士論文、1993
- 5) 通産省：昭和60年地域間産業連関表作成報告書、1990
- 6) 帝国書院：地理統計、1990