【土木計画学研究・講演集 No.16(1) 1993年12月】

SCGEモデルによる地域間交易量の推定法に関する研究*

A study on forecasting method for interrigional trades based on the SCGE model

宮城俊彦**，本部賢一***
By *Toshihiko* MIYAGI and *Kenichi* HONBU

This study aims at providing a simple prototype Spatial Computable General Equilibrium (SCGE) model with a Nested Constant Elasticity of Substitution (NCES) system. The SCGE model developed here is based on the Grobal Trade Models, one of the most important applications of the Computable General Equilibrium (CGE) model. The NCES system is obtained by nesting a series of CES functions, which is useful to discribe various levels of elasticities of substitution between diffrent kinds of goods in the same category. The SCGE model is formulated in the way that a Newton-Raphson method can be used in its process of equilibrating prices. Thus, the resultant model may be operational and provide a generalization of the traditinal interregional Input-Output anaiysis.

1．研究の目的

従来の「地域間産業連関（MIO：Multiregional Input - Output analysis）」分析は、現実の空間経済を分析するための標準的な手法の一つである。MIOモデルの長所の１つとして、地域間，産業間の相互依存を十分に考慮することができるという点が挙げられる。一方で、MIOモデルには、以下に示す大きな３つの欠点が挙げられる。

① モデルに含まれる諸係数が固定という前提条件がある。特に交易係数が固定されているためフレキシブルでない。

② 所得（収入）と消費の間の相互依存関係を十分に考慮することができない。

③ 需要サイドだけを取り扱っており、費用や容量といった供給サイドの技術変化をモデル化することができない。

上記のような問題点を解決するためには、応用一般均衡分析（Applied General Equilibrium Analysis）を適用する方が望ましい。「一般均衡」という用語は、通常、企業,世帯,投資家,政府そして輸出入業者を含む経済主体の相互依存関係として経済システムを考えるアプローチを指す。さらに、「応用」という言葉によって、種々の政策の実証的,量的分析を意図している。この用語はCGE（；Computable General Equilibrium）と同義語として用いられているケースが多いようである[1]。本研究も後者の用語を用いているが、本研究では、計算手法に重点を置いているという意味で、computable という形容詞を用いている。

本研究の意図するところは、地域間交易量を予測するため、CGEの１つの重要な応用例であるWhalley の世界交易モデル[2] を地域間交易モデル

* Keyworc ：SCGEモデル，ネスティッドCES関数，物流予測
** 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科
（〒 岐阜県岐阜市柳戸１番１）
*** 正会員 工修 岐阜大学大学院 博士後期過程
（〒 岐阜県岐阜市柳戸１番１）

（Spatial Computable General Equilibrium ；SCGE）として定式化し、その計算手法を検討することにある。Whalley の交易モデルは Shouven & whalley[3] の一般均衡モデルを基礎に構築されており、均衡解の存在、一意性も証明されている。ただし、Whalley のモデルでは、不動点アルゴリズムの適用を前提に量的変数で定式化されているのに対し、本研究では金銭的な量の収支関係を扱うため、各主体の行動を双対問題として定式化している。また、計算手法としても最も簡便であると思われる Newton-Raphson（NR）法を用いるように構成している。NR法は局所的な解を求める方法であり汎用性はないが、しかし、通常用いる生産関数,需要関数に適用した際、特に問題が生じたとの報告はみあたらない[4]。より汎用性のある不動点法やホモトピー法の計算手法の複雑さや計算量の多さがCGEモデルの利用を束縛していることを思えば、NR法の利用を再度見直す必要があろう。

さて、ここで扱う均衡体系は、実証的な分析を念頭においたその模型である。また、システムを簡単にするため、政府部門と輸出入部門は取り扱っていないが、これらの部門を含むように拡張することは可能である。また、輸送計画の効果を反映できるよう運輸部門を取り込んでいる。無論、CGEの１つの主要な目的である課税効果をみるためには、政府部門を導入する必要があることはいうまでもないが、本研究ではあくまでプロトタイプを示すことが大きな目的の一つであり、簡略化されたモデルの紹介に止めている。

2. SCGEモデルの定式化

2.1 前提条件

(1) 市場に関する条件

本モデルは、Ｉ個の産業部門（i=1,…,I）とＲ個の地域（r=1,…,R）に限定された閉じた経済空間を対象とする。各地域において、以下に示す３つの主体の活動が行われるものとする。ただし、公共部門は存在しないものとする。

① 産業部門ｉを代表する“企業”によって行われる生産活動

② “輸送業者”によって行われる輸送活動

③ “世帯”によって行われる最終需要

世帯は、企業に生産要素（労働や土地）を売ることによって収入を得る。ただし、地域ごとの世帯の保有する生産要素の総量は外生的に与えられているものとする。また最終需要は、消費や投資等の構成要素に再分配されないものとする。

市場においては、完全競争が成り立っているものと仮定する。また、企業，輸送業者，世帯は、すべての価格について十分情報が与えられており、またすべての価格は与えられているものとする。

(2) 地域における各主体の活動

今、Ｒ個に分割された地域を想定する。そして、すべての地域ｒ（=1,…,R）において、Ｉ個の企業と、地域内の各世帯の総計としての１つの代表的な世帯、そしてＩ個の輸送業者が存在するものと仮定する。

a) 企業の活動

地域間交易における地域の企業活動を考える場合注意すべきは、同一地域において生産と消費が同時に行われる点である。例えば、ニット製品という部門についてみると、あるニット製品会社では綿糸等からニット生地までの生産段階を福井県で行い、それを新潟県に輸送して、そこでニット製品を製造する[5]。そこで、もし新潟県の企業にもニット生地までを製造する会社があれば、それは地域ｒの産業部門ｉにおいて、中間投入財と最終消費財を生産する企業が混在することを意味する。両者を区別することは分析を複雑にする。　そこで本研究では、地域ｓにおける企業ｊはすべての地域ｒから輸送されてきた中間投入物ｉ（=1,…,Ｉ）と生産要素投入物ｋ（k=1,…,K）を用いて商品ｊを一次同次の技術を用いて生産するものと仮定する。このとき、地域ｓで産出される商品ｊについては中間需要と最終需要を区別することなく取り扱うものとする。したがって、全地域で投入・生産される商品の数は2Ｒ個、価格も2Ｒ個存在する。

b) 輸送業者の活動

輸送業者ｉは、すべての地域ｒ（地域ｓを含む）において生産された商品ｉを、地域ｓへ輸送する。従って、１輸送業者は１商品を輸送することになり、輸送業者の数は商品の数と一致する。輸送業者は、１次同次の技術をもって商品ｉを地域ｒから地域ｓへと自由に輸送することができるものと仮定する。輸送業者は同一企業に属する場合もあれば異なる企業のときもある。ここでは、単に商品ｉを輸送する

技術が異なるという輸送技術の特性のみで輸送業者を区別している。

c）世帯の活動

地域sにおける世帯は、生産要素kを企業に売ることによって収入 y_s を得る。そして、地域rより輸送されてきたすべての種類の商品iを購入することによって完全に収入を消費する。

2.2 SCGEモデルの構造

本モデルでは、前述した3つの主体の行動の定式化に際して、代替の弾力性を一定とした場合のネスティッドCES関数（NCES関数）[6)7)] で表わされる「技術」を用いる。NCES関数は、その「技術の代替性構造」と、投入と同じ次元を持つ「シェア・パラメータ」によって表現される[8)9)]。

また、本モデルでは、各主体の行動を双対問題として定式化する。この際、単位費用関数を用いており、費用が最小となるように投入価格は決定される。

また、各データはすべて1単位当たりの価格ベースに換算されているものと仮定する。

2.2.1 NCES関数を用いた企業行動の定式化

企業は利潤最大化を図る。企業の利潤最大化問題は、一般的に企業の生産関数 pf を用いると次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \max \quad & \pi = p \cdot y - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & y = pf(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

$\mathbf{x}$：生産要素量ベクトル
y：産出量
p：生産物の価格
$\mathbf{w}$：生産要素の価格ベクトル

こうした企業の「利潤最大化問題」は「双対定理」より、次式で表わされるような「費用最小化問題」に置き換えることができる。このとき、単位費用関数 cf を求めるには、次式を解けばよい。

$$\begin{aligned} cf(\mathbf{w}, y=1) = \min \quad & \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & pf(\mathbf{x}) \geq 1 \; (=y) \end{aligned}$$

地域sにおける産業部門jの企業は、地域rにおいて生産され、地域内へ輸送されてきたすべての商品iの中から「中間投入物i（=1,…,I）」を選択し、それらと「生産要素投入物k（k=1,…,K）」とを用いて商品jを生産する。

本モデルでは、こうした産業部門jの投入に関する選択行動が、図1に示すような「上位レベル」と「下位レベル」の二層のネスティッド構造から成るCES型の技術を用いて行われるものと仮定する。

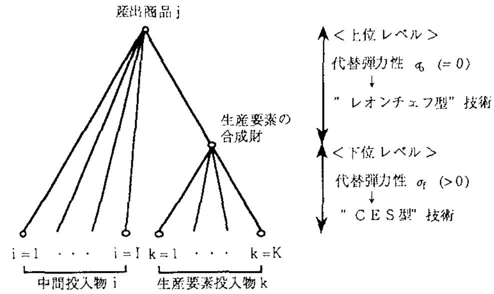

図1　2レベル・ネスティッド構造

上位レベルでは、各中間投入物i及び「生産要素の合成財」間の代替性の構造を示しており、本モデルでは代替弾力性 $\sigma_0 = 0$（即ち、代替性が無い）としたCES関数の特殊形である“レオンチェフ型”の構造を採用する。一方、下位レベルでは、各生産要素k間の代替性の構造を示しており、代替弾力性 σ_f を用いたCES型の構造を採用する。

企業の投入要素の選択行動に着目すると（即ち、上位レベル）、企業の生産関数 pf_s^j は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} x_s^j &= pf_s^j\left(\mathbf{x}_s^j, f_s^j; \boldsymbol{a}_s^j, c_s^j\right) \\ &= \min\left(\frac{x_s^{1j}}{a_s^{1j}}, \cdots, \frac{x_s^{ij}}{a_s^{ij}}, \cdots, \frac{x_s^{Ij}}{a_s^{Ij}}, \frac{f_s^j}{c_s^j}\right) \end{aligned}$$

x_s^j：地域sにおける産業部門jの商品産出量
x_s^{ij}：地域sにおいて産業部門jが生産を行うのに必要な（地域rで生産され地域内に輸送されてきた）商品iの中間投入量
a_s^{ij}：地域sにおいて産業部門jが1単位の生産を行うのに必要な（地域rで生産され地域内に輸送されてきた）商品iの中間投入量を表す係数
f_s^j：地域sにおいて産業部門jが生産を行うのに必要な生産要素の合成財の投入量
c_s^j：地域sにおいて産業部門jが1単位の生産を行うのに必要な生産要素の合成財の投入量

企業の利潤最大化問題は双対定理より費用最小化問題に置き換えることができるため、企業の行動をレオンチェフ型単位費用関数 cf_s^j を用いて、次式のように書き直すことができる（証明は付録に示す）。

$$p_s^j = cf_s^j(\mathbf{p}_s, w_s, x_s^j = 1; \mathbf{a}_s^j, c_s^j)$$
$$= a_s^{1j} p_s^1 + \cdots + a_s^{ij} p_s^i + \cdots + a_s^{Ij} p_s^I + c_s^j w_s$$

p_s^j ： 地域 s において産業部門 j が生産する商品 j の 1 単位の価格

p_s^i ： 地域 s において産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な（地域 r で生産され地域内に輸送されてきた）商品 i の 1 単位の価格

w_s ： 地域 s において産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な生産要素の合成財の 1 単位の価格

上式において、a_s^{ij}, c_s^j は、共に企業が 1 単位の生産を行うのに必要な投入量を表す係数であり、これらはそれぞれIO表における“投入係数”に相当する。

本モデルでは、「すべての地域における各産業部門の企業は、同じ技術を用いて生産を行う」ものと仮定する。こうした仮定のもとシェア・パラメータ α^{ij}, γ^{kj} を用いたNCES単位費用関数 cf^j によって、企業の行動は最終的に次式のように定式化することができる。このとき、関数及びパラメータから地域番号 s が外れることに注意する。

$$cf^j(\mathbf{p}_s, \mathbf{w}_s, x_s^j = 1; \alpha^j, \gamma^j)$$
$$= \left[\sum_{i=1}^{I} \alpha^{ij} p_s^i\right] + \left[\sum_{k=1}^{K} \left\{\gamma^{kj} w_s^k\right\}^{1-\sigma_f^j}\right]^{\frac{1}{1-\sigma_f^j}}$$

α^{ij} ： 産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な（地域 r において生産され輸送されてきた）商品 i の中間投入割合に関するシェア・パラメータ

γ^{kj} ： 産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な生産要素 k の投入割合に関するシェア・パラメータ

σ_f^j ： 各生産要素間の代替弾力性

均衡状態においては、産出商品価格は最小単位費用に等しくなる（さもなければ、供給は無限大かまたはゼロとなる）。また均衡状態は、(1)式によって表される。

$$p_s^j = cf^j(\mathbf{p}_s, \mathbf{w}_s, x_s^j = 1; \alpha^j, \gamma^j)$$
$$= \left[\sum_{i=1}^{I} \alpha^{ij} p_s^i\right] + \left[\sum_{k=1}^{K} \left\{\gamma^{kj} w_s^k\right\}^{1-\sigma_f^j}\right]^{\frac{1}{1-\sigma_f^j}} \quad (1)$$

シェパードの補助定理により、費用最小化における投入係数は、費用関数を価格に関して微分したものと等しくなる。即ち、(2), (3)式で表される。

$$a_s^{ij} = \frac{\partial cf^j(\mathbf{p}_s, \mathbf{w}_s, x_s^j = 1; \alpha^j, \gamma^j)}{\partial q_s^i} \quad (2)$$
$$= \alpha^{ij}$$

$$c_s^{kj} = \frac{\partial cf^j(\mathbf{p}_s, \mathbf{w}_s, x_s^j = 1; \alpha^j, \gamma^j)}{\partial w_s^k}$$
$$= (\gamma^{kj})^{1-\sigma_f^j} (w_s^k)^{-\sigma_f^j} \left[\sum_{k=1}^{K} \left\{\gamma^{kj} w_s^k\right\}^{1-\sigma_f^j}\right]^{\frac{\sigma_f^j}{1-\sigma_f^j}} \quad (3)$$

2.2.2 輸送業者の行動の定式化

企業と同様に、輸送業者も 1 次同次の生産技術を用いて利潤最大化を図る。従って、均衡価格は最小単位費用となるか、または利潤ゼロの状態となる。そこで、本モデルでは単位費用関数 ct^i を用いて輸送業者の行動を定式化する。

定式化を行なう前に輸送費用の取り扱い方について述べる。輸送費用の取扱い方には、以下に示すような 2 つの考え方が挙げられる。

① 輸送費用を、輸送される商品の生産に係る費用とは別個に“追加的な投入”として取り扱う。従って、商品の販売価格は、（生産価格＋輸送費用）となる。

②『輸送された商品の価格のうちの一定割合分が輸送されている間に消費される』という“氷山モデル(iceberg model)[10]”の概念に基づき、輸送費用を、商品を供給する際の「企業の結合生産」に係る費用の一部分として取り扱う。

一般的に産業連関分析においては、商品の流通を容易にするために、輸送に係る費用（卸売,小売,輸送サービス等）を総じた中間マージンという概念が用いられ、輸送コストは、中間マージンの一部として取り扱われる。このような取り扱いかたをする場合には、②の考え方を用いたモデル化が望ましい。

しかし、交通ネットワーク投資等の輸送施設計画のために有効なモデル化は①の方であり、本研究でもこの方法を採用する。ただし、ここでは交通混雑等の影響は別モデルで与えられているものとし、明示的にモデルに組み込むことはしない。

①の考え方に従い、まず地域 r から地域 s へ輸送される商品 i の輸送費用を T_{rs}^i で表すと、地域 s に輸送された商品 i の価格 v_s^i は次式で表される。

$$v_{rs}^i = p_r^i + T_{rs}^i$$

v^i_{rs} ： 地域 r から地域 s へ輸送された商品 i の1単位の価格
p^i_r ： 地域 r における産業部門 i の産出商品 1単位の価格
T^i_{rs} ： 地域 r から地域 s へ輸送される商品 i の1単位当たりの輸送コスト

こうした輸送業者の行動は、CES型の技術を用いて行われるものと仮定する。ただし、こうした技術は『産業部門 i によって異なるが、地域 s によっては変化しない』ものと仮定する。従って、輸送業者の行動を輸送業者の単位費用関数 ct^i は、産業部門毎の代替弾力性 σ_t を用いた次式のようなCES関数で記述される。

$$ct^i\left(\mathbf{v}^i_s ; \theta^i \right) = \left[\sum_{r=1}^{R} \left\{ \theta^i_r v^i_{rs} \right\}^{1-\sigma_t{}^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_t{}^i}}$$

θ^i_r ： 地域 s に輸送される商品 i の各地域 r からの輸送割合に関するシェア・パラメータ

$\mathbf{v}^i_s$ は、$\mathbf{p}^i$ の関数として表されるため、輸送業者の費用関数 ct^i は、結局、$\mathbf{v}^i_s$ ではなく $\mathbf{p}^i$ の関数 $\tilde{ct}^i$ として以下のように書き直すことができる。

$$\tilde{ct}^i\left(\mathbf{p}^i ; \theta^i \right) = \left[\sum_{r=1}^{R} \left\{ \theta^i_r \left(p^i_r + T^i_{rs} \right) \right\}^{1-\sigma_t{}^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_t{}^i}}$$

輸送業者は、費用最小化を図ると仮定しているので、次式が導ける。

$$\begin{aligned} p^i_s &= ct^i\left(\mathbf{v}^i_s ; \theta^i \right) \\ &= \tilde{ct}^i\left(\mathbf{p}^i ; \theta^i \right) \\ &= \left[\sum_{r=1}^{R} \left\{ \theta^i_r \left(p^i_r + T^i_{rs} \right) \right\}^{1-\sigma_t{}^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_t{}^i}} \end{aligned} \tag{4}$$

シェパードの補助定理により、交易係数 t^i_{rs} は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} t^i_{rs} &= \frac{\partial\, ct^i\left(\mathbf{v}^i_s ; \theta^i \right)}{\partial\, v^i_{rs}} \\ &= \frac{\partial\, \tilde{ct}^i\left(\mathbf{p}^i ; \theta^i \right)}{\partial\, p^i_r} \\ &= \theta^i_r \left\{ \theta^i_r \left(p^i_r + T^i_{rs} \right) \right\}^{-\sigma_t{}^i} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{r=1}^{R} \left\{ \theta^i_r \left(p^i_r + T^i_{rs} \right) \right\}^{1-\sigma_t{}^i} \right]^{\frac{\sigma_t{}^i}{1-\sigma_t{}^i}} \end{aligned} \tag{5}$$

t^i_{rs} ： 地域 r の産業部門 i によって生産された商品 i の地域 s への輸送量を表す交易係数

2.2.3 世帯の行動の定式化

世帯は、一定の所得制約の下で効用最大化を図る。世帯の効用最大化問題は、世帯の効用関数 $u(\mathbf{x})$ を用いて次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} &\max \quad u(\mathbf{x}) \\ &\text{s.t.} \quad \mathbf{p}\cdot\mathbf{x} \le I \ , \quad \mathbf{x} \in \mathbf{X} \end{aligned}$$

$\mathbf{x}$ ： 世帯が購入する財のベクトル
I ： 世帯の所得
$\mathbf{p}$ ： 世帯が購入する財の価格ベクトル

世帯の効用最大化問題は双対定理より、次式で表わされるような「支出最小化問題」に置き換えることができる。これを解くことによって、世帯の支出関数 eh が求められる。

$$\begin{aligned} eh(\mathbf{p}, u) = \min \quad & \mathbf{p}\cdot\mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & u(\mathbf{x}) \ge \bar{u} \end{aligned}$$

世帯の効用関数は、全ての商品 i 間の弾力性 σ_h を一定と仮定したCES関数で表現できるものと仮定する。

このとき世帯の単位費用関数 ch は次式で表される。

$$ch\left(\mathbf{p}^i , y{=}1 ; \delta \right) = \left[\sum_{i=1}^{I} \left\{ \delta^i p^i_s \right\}^{1-\sigma_h{}^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_h{}^i}} \cdot 1$$

δ^i ： 地域 s において、世帯が購入する各商品 i の割合に関するシェア・パラメータ

また単位支出関数 eh は、次式で表される。

$$eh\left(\mathbf{p}^i , u{=}1 ; \delta \right) = \left[\sum_{i=1}^{I} \left\{ \delta^i p^i_s \right\}^{1-\sigma_h{}^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_h{}^i}} \cdot 1$$

このように、CES型の効用関数の場合には、単位支出関数 eh と、単位費用関数 ch とは等価となる。従って、次式が成り立つ。

$$eh\left(\mathbf{p}^i , u{=}1 ; \delta \right) = ch\left(\mathbf{p}^i , y{=}1 ; \delta \right)$$

すなわち、世帯の支出関数 eh_s は、最終的に単位費用関数 ch を用いて次式のように表される。

$$\begin{aligned} eh_s\left(\mathbf{p}^i , u_s \right) &= u_s \cdot eh\left(\mathbf{p}^i , u{=}1 ; \delta \right) \\ &= u_s \cdot ch\left(\mathbf{p}^i , y{=}1 ; \delta \right) \\ &= u_s \cdot \left[\sum_{i=1}^{I} \left\{ \delta^i p^i_s \right\}^{1-\sigma_h{}^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_h{}^i}} \end{aligned}$$

世帯の行動を支出関数 eh_s を用いて表わすと、地域 r から地域 s に輸送されてきた商品 i の価格 $\mathbf{p}^i$ が与えられることによって、世帯の効用水準 u_s を達成するのに必要とされる最小支出が得られる。支出関数 eh_s は世帯の収入 y_s と等しいので次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} y_s &= eh_s(\mathbf{p}^i, u_s) \\ &= u_s \cdot \left[\sum_{i=1}^{I} \left\{ \delta^i p_s^i \right\}^{1-\sigma_h^i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_h^i}} \end{aligned} \tag{6}$$

y_s ： 地域 s における世帯の所得の総計（地域所得）

上式より、世帯の収入 y_s が与えられれば世帯効用水準 u_s を求めることができる。

世帯の需要は、ホテリングの定理により次式のように求められる。

$$\begin{aligned} d_s^i &= \frac{\partial eh_s(\mathbf{p}^i, u_s)}{\partial p_s^i} \\ &= u_s \cdot \left\{ \delta^i \right\}^{1-\sigma_h^i} \left\{ p_s^i \right\}^{-\sigma_h^i} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{i=1}^{I} \left\{ \delta^i p_s^i \right\}^{1-\sigma_h^i} \right]^{\frac{\sigma_h^i}{1-\sigma_h^i}} \end{aligned} \tag{7}$$

d_s^i ： 地域 s における（地域 r で生産され地域内に輸送されてきた）商品 i の最終需要

世帯は、企業に対し外生的に与えられた生産要素（労働や土地）を売ることによって自らの収入を得る。今、地域 s に居住する世帯が地域 r に生産要素 k を提供しているものし、その総計を f_{rs}^k で表わす。そうすると次式が成り立つ。

$$y_s = \sum_{r=1}^{R} \sum_{k=1}^{K} f_{rs}^k \cdot w_r^k \tag{8}$$

最後に、生産要素市場は需給バランスしなければならない。よって、次式が成り立つ。

$$\sum_{s=1}^{R} f_{rs}^k = \sum_{i=1}^{I} c_r^{ki} \cdot x_r^i \tag{9}$$

（供給サイド）（需要サイド）

ここで、地域 r における産業部門 i の商品産出量 x_r^i は、標準的なIO方程式より得られ、次式で表わされる。

$$x_r^i = \sum_{s=1}^{R} t_{rs}^i \left(d_s^i + \sum_{j=1}^{I} a_s^{ij} \cdot x_s^j \right) \tag{10}$$

x_r^i ： 地域 r における産業部門 i の商品産出量

シェア・パラメータを用いたすべてのネスティッド あるいは 非ネスティッド型CES関数形が与えられ、かつ生産要素の総計が与えられた場合、方程式 (1) ～ (10) より以下に示す10個の内生変数が決定される。

$$\left(x_s^j, d_s^i, p_s^i, p_s^j, w_s^k, a_s^{ij}, c_s^{kj}, t_{rs}^i, y_s, u_s \right)$$

3. SCGEモデルの計算法

SCGEモデルの反復計算は、以下に示すステップに従い行われる。

<STEP>

1) 価格 p_s^j, p_s^i について (1), (4) 式を解く。ただし、$\overline{w}_r^k, \overline{T}_{rs}^i$ の値は与件とする。

　まず、(4) 式を (1)式に代入して p_s^i を消去し、p_s^j だけの非線型連立方程式にする。次に、ニュートン・ラプソン法を用いて非線型連立方程式を解き p_s^j の値を求め、さらにその値を(4) 式に戻して p_s^i の値を求める。

2) 1) で求められた p_s^j, p_s^i の値をそれぞれ (2), (3), (5) 式に代入して、IO係数 $\left(a_s^{ij}, c_s^{kj}, t_{rs}^i \right)$ の各値を求める。

3) 2) で求められた c_s^{1j} を次式に代入して、各地域 s における産業部門 j の商品産出量 x_s^j の値を求める。ただし、地域雇用量 $\overline{L}_s^j$ の値は与件とする。

$$x_s^j = \frac{\overline{L}_s^j}{c_s^{1j}} \qquad (j = 1, \cdots, I \quad s = 1, \cdots, R) \tag{11}$$

c_s^{1j} ： 地域 s において産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な生産要素 1（＝労働力）の投入量を表す係数

$\overline{L}_s^j$ ： 地域 s における産業部門 j の地域雇用量（与件）

4) 3) で求められた商品産出量 x_s^j の値を次式に代入して、地域 s に居住する世帯が所有する生産要素 k の総計 f_s^k の値を求める。

$$f_s^k = \sum_{j=1}^{I} c_s^{kj} x_s^j \qquad (k = 2, \cdots, K \quad s = 1, \cdots, R) \tag{12}$$

f_s^k ： 地域 s に居住する世帯が所有する生産要素 k の

総計 $\left(=f^{k}_{ss}\right)$

注）世帯の居住先 s と、世帯の所有する生産要素の提供先 r とが異なる場合、$f^{k}_{rs}=0$ となる。

5）4）で求められた f^{k}_{s} の値を (8) 式に代入して、地域 s における地域所得 y_s の値を求める。

6）5）で求められた y_s の値を (6) 式に代入して、地域 s に居住する世帯の効用水準 u_s の値を求める。

7）6）で求められた u_s の値を (7) 式に代入して、地域 r で生産され地域 s に輸送された商品 i の地域 s 内における最終需要 d^{i}_{s} の値を 求める。

8）次式を満たすまで、地域 s において産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な商品 i の中間投入割合に関わるシェア・パラメータ α^{ij} の値を反復計算する。ただし、産業間のフロー $\overline{A}^{ij}$ の値は与件とする。

$$\overline{A}^{ij} = \sum_{s=1}^{R} q^{i}_{s}\, a^{ij}_{s}\, x^{j}_{s} \qquad (i=1,\cdots,I \quad j=1,\cdots,I) \quad (13)$$

$\overline{A}^{ij}$ ：産業間のフロー（与件）

9）次式を満たすまで、地域 s において世帯が購入する各商品 i の割合に関するシェア・パラメータ δ^{i} の値を反復計算する。ただし、生産要素投入量 $\overline{C}^{kj}$ の値は与件とする。

$$\overline{C}^{kj} = \sum_{s=1}^{R} w^{k}_{s}\, c^{kj}_{s}\, x^{j}_{s} \qquad (k=1,\cdots,K \quad j=1,\cdots,I) \quad (14)$$

$\overline{C}^{kj}$ ：生産要素投入量（与件）

10）(14) 式を満たすまで、地域 s においてが産業部門 j が 1 単位の生産を行うのに必要な生産要素 k の投入割合に関するシェア・パラメータ γ^{kj} の値を反復計算する。ただし、生産素投入量 $\overline{C}^{kj}$ の値は与件とする。

11）(10) 式における右辺の値が商品産出量 x^{i}_{s}（左辺）の値と等しくなるまで、地域 s に輸送される商品 i の各地域 r からの輸送割合に関するシェア・パラメータ θ^{i}_{r} の値を反復計算する。

12）先の反復計算の値と比較して、各シェア・パラメータの値がほぼ一定ならば、反復計算終了。さもなければ、もう一度 STEP 1) の計算に戻る。

4. まとめ

本研究ではNCES関数の利用を前提にした地域間交易モデルについての検討を行ったが、無論、CES関数以外の関数形も同様に用いることができる。ただ、既存の産業連関表を前提においているため生産技術にはレオンチェフ型を用いている。しかし、通常のCES関数では投入要素は考慮できても中間投入財の価格は組み入れることはできない。本モデルでは、地域の産業は中間投入財と生産要素を組み合せて、生産物を産出することを仮定しているため、通常のCES関数では不十分である。この問題を解決するにはNCES関数の利用が有効であり、企業の生産構造は 2 レベルNCES関数で記述できる。

本研究では、計算手法を提示するまでに止まり、実際の計算結果を報告するまでには至ってない。また、計算手法についてもホモトピー法, 連続変形法, Johanson法などの利用も考えられる。この点については、数値計算結果をみて判断していくべき問題である。CGEモデルの基本構造は、どのモデルもほぼ類似の形態になるので、その違いは区別しにくい。どのような関数形を用いるのか、何を分析するためのモデルか、そしてどのような計算手法を使うのかにおいてバリエーションがあろう。

本研究の目的は、実用性に重点を置いたSCGEモデルを開発することにあるが、本論文ではそのプロトタイプを示したに過ぎない。今後、解決すべき課題は多いといえる。

参考文献

1) Dixon, P.B., B.R.Parmenter, A.A.Powell and P.J.Wilcoxen (1992) : Notes and Problems in Applied General Equilibrium Economics. North -Holland, Amsterdam.

2) Whalley, J.(1985): Trade Liberarization Among Major World Trading Areas. Cambrige, MA, MIT Press.

3) Shoven, J.B., and J.Whalley (1974): On the Computation of Competitive Equilibrium on International Merkets with Tariffs. Journal of International Economics 4, pp.341-54.

4) Piggott, J.R.(1988): General Equilibrium Computation Applied to Public Sector Issues. In P. Hare(ed.) Sureveys in Public Sector Economics. Oxford: Blackwell.

5) 宮沢健一編(1992): 産業連関分析入門（第 5 版）, 日本経済新聞社, P.139.

6) Sato,K.(1967): A two-level constant-elasticity-substitution production function. Review of Economic Studies 34, pp.201-18.

7) Brown,M.,and Heien,D.(1972): The S-branch utility tree. A generalization of the linear expenditure system.

Econometrica,vol.40,no.4,pp.737-47.

8) Hamilton,B.,and J.Whalley(1985): The Treatement of Housing in a Dynamic Sequenced General Equilibrium Model. Journal of Public Economics 27 ,pp.157-75.

9) Lenjosek, G., and J.Whalley (1986): A Small Open Economy Applied to an Evaluation of Canadian Energy Policies Using 1980 Data. Journal of Policy Modelling 8, pp.89-110.

10) Samuelson, P.A.,(1954): The transfer problem and transport cost,ii: analysis of effects of trade impediments. Economic Journal, 64, pp.264-89.

付録

以下、2レベルNCES型生産関数 $f(X, Y)$ を用いた場合の費用関数 $c(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ を導出する。そして、上位レベルにおいてレオンチェフ型技術を仮定した場合の関数形を示す。

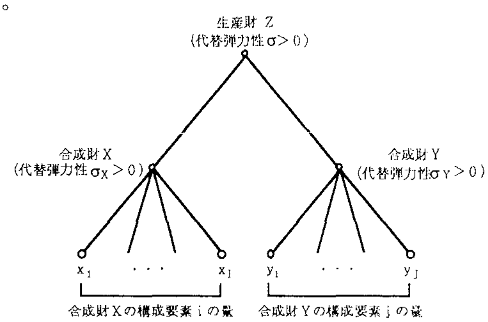

図 2レベル生産構造

NCES技術を用いた場合、生産関数 $f(X, Y)$ は次式で与えられる。

$$Z = f(X, Y) = \left[(\alpha_X X)^{-\rho} + (\alpha_Y Y)^{-\rho}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \quad \text{<上位レベル>}$$

Z : 生産財

X, Y : 合成財

α_X, α_Y : 各合成財 X , Y に関するシェア・パラメータ $(0 \le \alpha_X \le 1, 0 \le \alpha_Y \le 1, \alpha_X + \alpha_Y = 1)$

ρ : 各合成財 X , Y に関する弾力性パラメータ

ただし、

$$X = \left[\sum_{i=1}^{I} (\beta_i x_i)^{-\rho_X}\right]^{-\frac{1}{\rho_X}}$$

$$Y = \left[\sum_{j=1}^{J} (\gamma_j y_j)^{-\rho_Y}\right]^{-\frac{1}{\rho_Y}} \quad \text{<下位レベル>}$$

x_i : 合成財 X の構成要素 i の量 $(i = 1, \dots, I)$

y_i : 合成財 Y の構成要素 j の量 $(j = 1, \dots, J)$

β_i, γ_j : 各合成財 X , Y を構成する各要素 i , j の構成割合に関するシェア・パラメータ $\left(0 \le \beta_i \le 1, \sum_i \beta_i = 1; 0 \le \gamma_j \le 1, \sum_j \gamma_j = 1\right)$

ρ_X, ρ_Y : 各合成財 X , Y を構成する各要素 i , j に関する弾力性パラメータ

代替弾力性と弾力性パラメータとの関係は、次式で与えられる。下位レベルの σ_X, σ_Y についても同様に成り立つ。

$$\sigma = \frac{\rho}{1+\rho} \quad \text{<上位レベル>}$$

σ : 合成財 X , Y の代替弾力性

費用関数 $c(\mathbf{p}, \mathbf{q}, Z)$ は、次の費用最小化問題を解くことによって与えられる。

$$c(\mathbf{p}, \mathbf{q}, Z) = \min. \sum_{i=1}^{I} p_i x_i + \sum_{j=1}^{J} q_j y_j \quad \text{s.t.} \quad Z^{-\rho} = (\alpha_X X)^{-\rho} + (\alpha_Y Y)^{-\rho} \qquad \text{(A)}$$

NCES関数の特徴として、(A)式は、以下に示すような下位レベルと上位レベルの2つの費用最小化問題に分離することができる。

<上位レベル>

$$c(p_X, q_Y, Z) = \min. \; p_X X + q_Y Y \quad \text{s.t.} \quad Z^{-\rho} = (\alpha_X X)^{-\rho} + (\alpha_Y Y)^{-\rho} \qquad \text{(B)}$$

p_X, q_Y : 合成財 X , Y の最小価格

<下位レベル>

$$c_X(\mathbf{p}, X) = \min. \sum_{i=1}^{I} p_i x_i \quad \text{s.t.} \quad X^{-\rho_X} = \sum_{i=1}^{I} (\beta_i x_i)^{-\rho_X} \qquad \text{(C)}$$

$c_X(\mathbf{p}, X)$: 合成財 X の最小費用

下位レベルの費用最小化問題 (C) を解くことによって、合成財 X、1単位当たりの最小費用関数 $c_X(\mathbf{p}, X=1)$ が求められる。

$$c_X(\mathbf{p}, X=1) = 1\left[\sum_{i=1}^{I} (\beta_i p_i)^{1-\sigma_X}\right]^{\frac{1}{1-\sigma_X}} = 1\ p_X \qquad \text{(D)}$$

$c_Y(\mathbf{q}, Y=1)$ についても同様に求められる。

また、レオンチェフ型は、(D) 式において $\sigma_X = 0$ とおくことによって次式のように与えられる。

$$c_X(\mathbf{p}, X=1) = 1 \sum_{i=1}^{I} \beta_i p_i$$

上位レベルの費用最小化問題 (B) を解くことによって、以下のように生産財Z、1単位当たりの最小費用関数 $c(p_X, q_Y, Z=1)$ が求められる。

$$c(p_X, q_Y, Z=1) = 1\left[(\alpha_X p_X)^{1-\sigma} + (\alpha_Y q_Y)^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} = 1\ P_Z \qquad \text{(E)}$$

P_Z : 生産財 Z の最小価格

(D) 式に $\sigma = 0$ を代入すると、次式のようなレオンチェフ型の単位費用関数が得られる。

$$c(\mathbf{p}, q_Y, Z=1) = 1\left[\sum_{i=1}^{I} \beta_i p_i + q_Y\right]$$