

ニューラルネットワークの航空機材スケジューリングへの適用と考察

An Airline Scheduling Using The Neural Network Algorithm

久永健一郎**

稲村 肇***

須田 熙***

By Kenichiro HISANAGA and Hajime INAMURA and Hiroshi SUDA

The use of LP and other programming models to obtain the solution to combinatorial optimization problems like aircraft scheduling has been found to be inefficient in terms of calculation time. The use of parallel operation using neural network as an alternative and possibly more efficient method to aircraft scheduling problems is discussed. The application of neural network involves a trade-off between satisfying all the constraints and obtaining a near-optimal solution to the problem. An algorithm which overcomes this trade-off problem is proposed. The model is applied to aircraft scheduling in the Tohoku district. The results show that an optimal schedule or a quasi-optimal schedule which takes transit passengers into account can be obtained. The validity of the proposed algorithm was confirmed through the case study.

1. はじめに

航空機材のスケジューリング問題は航空会社の運営面だけでなく地域振興の面でも重要である。一般に地方空港間の需要は少ないため、直行便に限らず乗り継ぎ便を考慮して保有機材を効率よく運航することが必要である。

Etschmaier and Mathaisel¹⁾によれば、航空ネットワークのスケジューリングは段階法と直接法に分けられる。段階法はルート毎の運航頻度、出発時刻、運航計画を順次決定する方法であり、競合交通がない地域で需要が出発時刻に鈍感な場合には有用な方法である。直接法はそれらを同時に決定する方法である。本研究では競合交通（新幹線など）と競争市場にある地域航空ネットワークを対象とし、利用者数が出発時刻によって変動すると考えられることか

ら直接法が望ましい。直接法によるスケジューリングモデルには田村・稲野²⁾、徳永・稲村³⁾⁴⁾などの研究がある。さらに、鬼柳ら⁵⁾は乗り継ぎ旅客を考慮したスケジューリングモデルを作成した。しかし、鬼柳らのモデルで用いた整数2次計画法では規模の拡大に対して計算量が指数関数的に増大するという問題点がある。

NP完全な組合せ最適化問題を解決する手段としてHopfield型のニューラルネットワーク⁶⁾がある。ニューラルネットワークは並列処理により処理速度が向上する反面、最適解への収束性が保証されないなどの問題点が知られている。適用例としては赤松・土屋⁷⁾、清水・河合⁸⁾⁹⁾などの研究がある。清水・河合は土地利用計画に応用し、比較的大規模な問題に対しても近似解が得られることを示した。また、定式化およびパラメータ設定などを試行錯誤的に行なわざるをえない、大規模な問題において制約条件を完全に満足する収束解を得ることは困難であるなどの問題点を指摘している。スケジューリングにお

*キーワード : 航空機材スケジューリング、ニューラルネットワーク

**学生員 東北大学大学院工学研究科

(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

***正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

いては問題の性質上、収束解はフライトの連続性などの制約条件を完全に満足することが要求される。収束性を向上させる方法として、ガウシアンマシン¹⁰⁾などのさまざまなアルゴリズムが提案されている。

そこで本研究ではHopfield型のニューラルネットワークを航空機材スケジューリング問題に適用し、その適用可能性および最適化アルゴリズムについて検討を行うことを目的とする。また、制約条件を満足する収束解を得るための方法も提案し考察を行う。

2. 航空機材スケジューリング問題

航空ネットワークのスケジューリングにおいて、最適化すべきものとして、航空会社の利益と利用者の便益が考えられる。本研究では地域航空ネットワークを対象とし、その採算性を重要な問題とみて、航空会社の利益を最大化させることを目的とする。

航空会社の利益については本研究の目的がニューラルネットワークの適用とその適用可能性の検討であることから、徳永・稲村の研究⁴⁾をもとに以下のように仮定し、算出した。

- ①各空港間の1日当たりの潜在需要^{*1}を仮定する。
- ②潜在需要は朝夕ピークで分布する。
- ③各フライトに対する需要は出発時刻に対して一定の分布形で顕在化する。
- ④各フライト案に対し、次の利益関数を考慮する。

運航利益 = 旅客数 × 運賃 - コスト

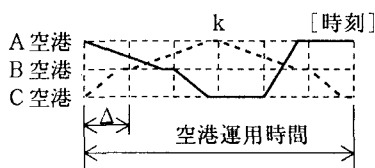


図-1 航空機材スケジューリングの考え方

定式化に際し、空港運用時間を単位時間 Δ で分割し、フライトは各時刻毎に運航可能であるものとする。(図-1参照) 各フライトの飛行時間(整備などに要する時間も含む)は Δ 、もしくは 2Δ と仮定する。

(1) 目的関数の定式化

a) 直行便による利益

$$f_1(x) = \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K p_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1)$$

ここで、

x_{ij}^k : g 機材 k 時 i 空港発 j 空港行きフライト
運航する場合は1、運航しない場合は0

p_{ij}^k : k 時 i 空港発 j 空港行きの運航利益

g, h : 機材を表す添え字

G : 機材数

k, l : 出発時刻を表す添え字

時刻 k は Δ を規準とする単位時刻を示す

K, L : 各路線の最遅出発時刻

$K = (F + 1) - T_{ij}$

F : 最遅出発時刻

T_{ij} : i, j 間の飛行時間($T_{ij} = \Delta$ or 2Δ)

i, j, m, n : 空港を表す添え字(空港数: N)

b) 乗り継ぎ旅客による利益の増加

図-2に乗り継ぎ利用が可能なネットワークとその取扱いを示す。A空港からB空港へのフライトを考える。フライトABとフライトACBの所要時間の差がそれほど小さくなく、希望時刻 k にフライトABが運航されない場合、フライトABの需要の一部はフライトACBを利用すると考えられる。直行便の需要に対し乗り継ぎ利用すると考えらる需要の割合を乗り継ぎ利用率 r とする。この乗り継ぎ利用による利益の増加分を式(2)のように定式化する。

$$f_2(x) = \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K q_{ijn}^k x_{ij}^k x_{jn}^{k+T_{ij}} \quad (2)$$

ここで、

D_{ij} : i, j 間の需要(人)

r : 乗り継ぎ利用率

q_{ijn}^k : k 時 i 空港発 j 空港経由 n 空港行きの乗り継ぎ利用による利益増加分($q_{ijn}^k > 0$)

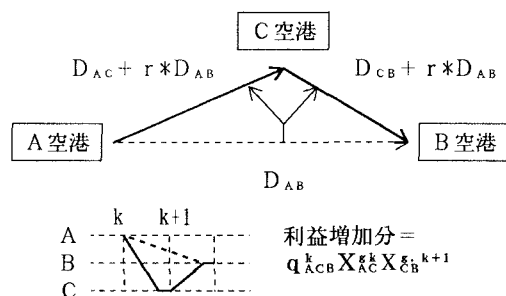


図-2 乗り継ぎ旅客の取扱い

c) 近接フライトの需要の重複に対する考慮

同一路線のフライトが連続して運航された場合、需要の重複が生じる。需要の重複分を式(3)の定式化によって除去する。

$$f_3(x) = \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{h \neq g} S_{ij}^k X_{ij}^k X_{ij}^{k+1} \quad (3)$$

S_{ij}^k : 同一路線異機材間 (X_{ij}^k と X_{ij}^{k+1}) の需要のダブルカウント分の除去 ($S_{ij}^k < 0$)

以上、式(1)~(3)より式(4)により目的関数を定式化する。

$$\begin{aligned} \max. f(x) &= f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) \\ &= \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K p_{ij}^k X_{ij}^k \\ &\quad + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N q_{ijn} X_{ij}^k X_{jn}^{k+T_{ij}} \\ &\quad + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{h \neq g} S_{ij}^k X_{ij}^k X_{ij}^{k+1} \end{aligned} \quad (4)$$

(2) 制約条件の定式化

a) 物理的機材制約

実行可能なスケジュールは各時間断面を1度だけ通過する。つまり、時刻kに関係する全フライト案(図-3参照)のうち1つだけに機材を配置するように定式化する。

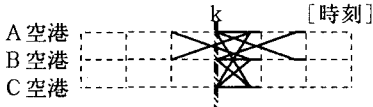


図-3 時刻kに関係する全フライト案

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_{ij}^{k'} = 1 \quad (5)$$

ここで、 $k' = (k+1) - T_{ij} \sim k$

b) 飛行の連続性に関する制約

回送時間の不足によって飛行の連続性や母空港駐機が保証されないフライト案の組合せについて制約を与える。

$$R_{ij, mn}^k X_{ij}^k X_{mn}^l = 0 \quad (6)$$

ここで、

$R_{ij, mn}^k$: X_{ij}^k と X_{mn}^l が同時運航可能な場合0、
同時運航不可能な場合1

c) その他の制約

本研究では地域航空ネットワークを対象としているため単位時間の需要は小さいとし、同一フライト

に複数の機材を割り当てないものとする。

$$X_{ij}^k X_{ij}^h = 0 \quad (h \neq g, i \neq j) \quad (7)$$

3. ニューラルネットワークの適用

(1) Hopfield型ニューラルネットワーク

Hopfieldは式(8)、式(9)に従って任意かつ非同期に状態変化を行った場合、ネットワーク全体はHopfieldの定義したエネルギー関数E(式(10))が極小となる状態に収束することを示した。

$$u_i = \sum_j W_{ij} X_j + I_i \quad (8)$$

$$X_i = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\frac{u_i}{\mu} \right) \right\} \quad (9)$$

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j W_{ij} X_i X_j - \sum_i I_i X_i \quad (10)$$

ここで、

u_i : ニューロンの内部状態

X_i : ニューロンの出力

W_{ij} : ニューロン間の結合の重み

(Hopfieldの仮定: $W_{ij} = W_{ji}$, $W_{ii} = 0$)

I_i : 各ニューロンの入力バイアス

μ : 出力関数の温度パラメータ

(2) 航空機材スケジューリング問題への適用

ニューラルネットワークへの適用に際し、スケジューリング問題を制約条件を含んだ0-1の2次の最小化問題として定式化する。式(11)に定式化した評価関数 ϕ を示す。

$$\begin{aligned} \phi &= + \frac{A}{2} \sum_{g=1}^G \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_{ij}^{k'} - 1 \right)^2 \\ &\quad + \frac{B}{2} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K R_{ij, mn}^k X_{ij}^k X_{mn}^{k+T_{ij}} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{g=1}^G \sum_{h \neq g} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K X_{ij}^k X_{ij}^h \right) \\ &\quad - \frac{C}{1} \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K p_{ij}^k X_{ij}^k \\ &\quad - \frac{D}{2} \left(\sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K q_{ijn}^{k-T_{ij}} X_{ij}^k X_{jn}^{k+T_{ij}} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K q_{ijn} X_{ij}^k X_{jn}^{k+T_{ij}} \right) \\ &\quad + \sum_{g=1}^G \sum_{h \neq g} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K S_{ij}^k X_{ij}^k X_{ij}^{k+1} \end{aligned}$$

$$+\sum_{g,h \neq i} \sum_{k=2}^G \sum_{j=1}^N \sum_{k=2}^K S_{ij}^{k-1} X_{ij}^{gk} X_{ij}^{h, k-1} \quad (11)$$

式(12)に評価関数 ϕ を展開することによってニューロン間の結合の重み ($W_{ij, mn}^{gk, hl}$) および各ニューロンの入力バイアス (I_{ij}^{gk}) を定義する。実際には、評価関数 ϕ を展開し、定数項、1次項、2次項それぞれについて拡張したエネルギー関数に対応するように式をまとめる。この際、評価関数 ϕ をエネルギー関数で表現するためには2次項は多重1次形式である必要がある。¹¹⁾

$$\begin{aligned} \phi = & \text{Const.} - \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=2}^K \left(A(\tau_{ij} + 1) + C p_{ij}^{gk} \right) X_{ij}^{gk} \\ & - \frac{1}{2} \sum_{g,h=1}^G \sum_{i,j,m,n=1}^N \sum_{k,l=2}^K \left(-A \delta_{hg} \left(\delta_{i, k-1} (1 - \delta_{kl}) \tau_{mn} \right. \right. \\ & \left. \left. + \delta_{i, k+1} \tau_{ij} + \delta_{ik} (1 - \delta_{mi} \delta_{nj}) (\tau_{ij} \tau_{mn} + 1) \right) \right. \\ & \left. - B \left(\delta_{hg} R_{ij, mn}^{kl} + (1 - \delta_{hg}) \delta_{ik} \delta_{mi} \delta_{nj} (1 - \delta_{ij}) \right) \right. \\ & \left. + D \left(\delta_{hg} \left(\delta_{i, k-T_{mi}} \delta_{ni} q_{mi}^{1j} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \delta_{i, k+T_{ij}} \delta_{mj} q_{ij}^{1n} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 - \delta_{hg}) \delta_{mi} \delta_{nj} \left(\delta_{i, k-1} (1 - \delta_{kl}) S_{ij}^{kl} \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \delta_{i, k+1} (1 - \delta_{kl}) S_{ij}^{kl} \right) \right) \right) X_{mn}^{hl} X_{ij}^{gk} \\ = & \text{Const.} - \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=2}^K I_{ij}^{gk} X_{ij}^{gk} \\ & - \frac{1}{2} \sum_{g,h=1}^G \sum_{i,j,m,n=1}^N \sum_{k,l=2}^K W_{ij, mn}^{gk, hl} X_{ij}^{gk} X_{mn}^{hl} \quad (12) \end{aligned}$$

ここで、

A, B, C, D : パラメータ

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}, \quad \tau_{ij} = \begin{cases} 1 & (T_{ij} = 2) \\ 0 & (T_{ij} = 1) \end{cases}$$

また、式中の $\sum_{g,h=1}^G$ は $\sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^G$ を表す。

(3) 解法

a) 離散時間モデル

連続時間モデルのニューラルネットワークをディジタルコンピュータ上でシミュレーションするために式(8)、式(9)を時間軸に関して離散化した離散時間モデルにおきかえる。Takeda and Goodman¹²⁾の研究によれば、解の振動が減少するという点で同期変化モデルに対して非同期変化モデルの優位性が示されている。本研究ではの直接変化モデルを用い、

状態変化を行うニューロンを任意に抽出することによって非同期状態変化を表現するものとする。ここで、 t は状態変化のサイクルとし、ニューロンの総数個のニューロンが状態変化をおこす期間を1サイクルとする。

b) 最適化アルゴリズム

最適解への収束性を高める方法として秋山ら¹⁰⁾の提案したガウシアンマシン (式(13)~(17)) を採用した。 τ は時定数である。なお、式(13)、(14)は本モデルに対応するように拡張した。

$$u_{ij}^{gk}(t) = \sum_{h=1}^G \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sum_{l=2}^K W_{ij, mn}^{gk, hl} X_{mn}^{hl}(t-1) + I_{ij}^{gk} + \varepsilon(t) \quad (13)$$

$$X_{ij}^{gk}(t) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\frac{u_{ij}^{gk}(t)}{\mu(t)} \right) \right\} \quad (14)$$

$$\varepsilon(t) = \left[0, \alpha(t) \sqrt{\frac{8}{\pi}} \right] \quad (15)$$

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_0}{1+t/\tau} \quad (16)$$

$$\mu(t) = \frac{\mu_0}{1+t/\tau} \quad (17)$$

c) 収束性の改善

ネットワークの状態は係数間の比に影響を受けることから、式(18)~(22)のように係数を変化させる。状態変化の初期段階では制約条件の係数を比較的小さくし、徐々に制約条件の係数を大きくしていく。ある程度状態変化を行った後 (2A₂サイクル後)、制約を満たさない解への収束に関しては、①制約条件の係数を大きくする (n は改訂の回数)、②感度パラメータを再び上昇させる、によって局所解からの回避、および制約条件を満たす解への収束性の向上を図った。

$$F(A_i) = A_0 + A_1 \left(-1 + \cos \left(\frac{\pi}{A_2} t \right) \right) \quad (18)$$

$$A(t) = \begin{cases} F(A_i) & (t \leq 2A_2) \\ (1+n\lambda) A_0 & (t > 2A_2) \end{cases} \quad (19)$$

$$B(t) = \begin{cases} F(B_i) & (t \leq 2B_2) \\ (1+n\lambda) B_0 & (t > 2B_2) \end{cases} \quad (20)$$

$$C(t) = C_0 + C_1 \sin \left(\frac{\pi}{C_2} t \right) \quad (21)$$

$$D(t)=D_0+D_1\sin\left(\frac{\pi}{D_2}t\right) \tag{22}$$

4. 適用例

(1) 適用例

東北地方の4空港（青森空港、秋田空港、仙台空港、新潟空港、 $N=4$ ）のネットワークの1日スケジュールに対して本モデルを適用する。空港運用時間は8:00~18:00とし、1時間間隔で運航可能とした。各フライトの飛行時間は仙台－青森、新潟－青森間のみ2時間、他は1時間とした。乗り継ぎ利用旅客は仙台－秋田－青森、新潟－秋田－青森間のみ発生するものと仮定し、乗り継ぎ利用率は50%とした。各フライトの運航利益は徳永・稲村⁴⁾および鬼柳⁵⁾の研究を基に算出した。シミュレーションにおいては以下の値を用いた。各ニューロンの初期値は式(23)により設定した。

$$X_{fk}^i(0)=\frac{p_{fk}^i}{\max\{p_{fk}^i\}} \tag{23}$$

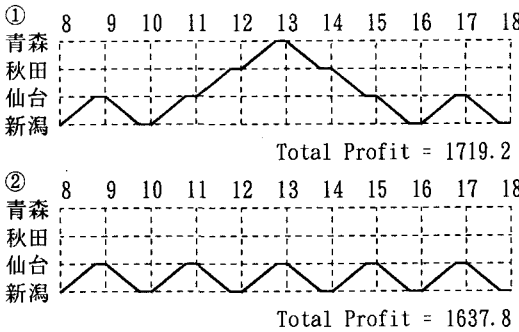
表－1 シミュレーションに用いたパラメータ

α_0	3.0
μ_0	2.0
τ_0	10.0
λ	0.1

表－2 シミュレーションに用いた係数

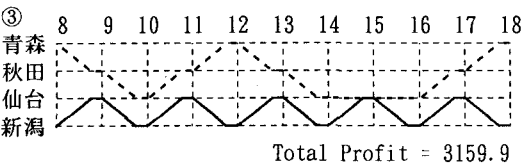
ι	0	1	2
A	2.0	0.5	10
B	2.0	0.5	10
C	3.0	0.05	2.5
D	3.0	-0.05	2.5

(2) シミュレーション結果

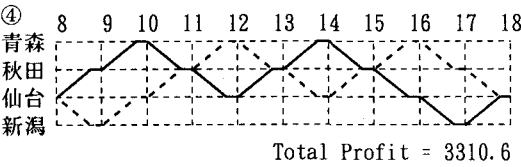


図－4 ニューラルネットワークによって得られたスケジュールの例（1機材、 $G=1$ ）

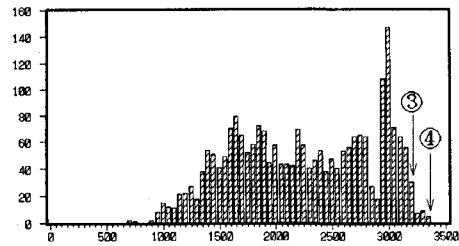
図－4に1機材のスケジューリングに対し、100回のシミュレーションを行って得られた解のうちの2例を示す。スケジュール①は得られたスケジュールのうちで利益が最大のスケジュールであり、総当たり計算により最適解（総運航利益最大のスケジュール）と一致している。スケジュール②は乗り継ぎ利用率を0%とした場合の最適解と一致している。つまり、スケジュール②に収束したシミュレーションにおいては直行便による利益の項の影響が大きく働いたものと推測される。



図－5 ニューラルネットワークによって得られたスケジュールの例（2機材、 $G=2$ ）



図－6 2機材の最適スケジュール



図－7 総運航利益のヒストグラム

図－5に2機材のスケジューリングに対し、100回のシミュレーションを行って得られた解の中で総運航利益が最大のスケジュールを示す。図－6は総当たり法による2機材のスケジューリングの最適解である。図－7は1機材のスケジュールの上位100解の組合せによって得られる2機のスケジュールの総運航利益のヒストグラムである。スケジュール③もかなりよい近似解であることが分かる。

5. 考察と結論

本研究では航空機材スケジューリング問題にニューラルネットワークを用いて最適解を求めた。

ーラルネットワークを適用し、乗り継ぎ旅客、飛行の連続性、母空港駐機を考慮し、複数機材を同時に扱うスケジューリングモデルを作成した。適用例において複数機材のシミュレーションでは最適解は得られなかったが、最適解と類似した解も得られている。数回の試行と修正を加えることを前提とすれば、十分満足のいくスケジューリングが期待できる。

スケジューリングにおいては問題の性質上、飛行の連続性などの制約条件を完全に満足することが要求される。本研究では全ニューロンの出力が0.20以下もしくは0.95以上となった場合に0-1の状態とみなし、そのネットワークの状態が制約条件を完全に満足した時点で収束解とみなした。また、50 cycle以内に収束しないシミュレーションは収束しなかったと判断した。1機材のスケジューリングにおいて80%、2機材のスケジューリングにおいて70%の確率で収束解が得られた。

収束性を向上するために本研究では式(18)~(22)の係数を変動させる方法を提案した。この方法を用いないで行ったシミュレーションにおいては1機材のスケジューリングで20%しか収束解が得られなかった。収束性の向上に効果があると考えられる。また、制約条件の係数が再び大きくなる2A₂サイクル(今回は20サイクル)前後で収束すると想定してシミュレーションを行った結果、収束した解については20~30サイクルで収束した。

演算時間に関しては、PC-9821APを用いたシミュレーションにおいて1機材の場合に約2.1 sec/cycleであった。ニューラルネットワークにおいて演算時間は用いるニューロンの総数に依存する。機材数G、空港数N、時間断面数Fの問題では $G \times N \times F$ 個のニューロンを用いることから、規模を拡大した場合の演算時間の増加に対しても対応できると思われる。

今回のシミュレーションでは機材数に関わらず、係数などの設定を一定とした。1機材のスケジューリングにおけるニューロンは同一時刻または隣接時刻のニューロン(フライト案)から影響を受ける。一方、複数機材のスケジューリングにおけるニューロンはさらに異機材のニューロンから影響を受けるため、規模(空港数、機材数、スケジューリング期間)に応じた係数を設定する必要がある。現状では

経験的に係数の設定を行っている。各ニューロンに影響を与える項数(または項数比)はそのネットワークに対して適切な係数の設定との関連性が高いと考えられる。この点に着目して適切な係数の設定に対する指針をたてることができれば、規模の拡大にも対応できるものと思われる。

最後に、ニューラルネットワークの適用について岐阜大学の清水英範助教授から貴重なご助言を賜りましたことをここに記して感謝の意を表します。

*1:航空便数が無限大であるという条件下での航空利用者数

<参考文献>

- 1) M. M. Etchmaier & D. F. Mathaisel : "Airline Scheduling : An Overview"; Transportation Science, Vol. 19, No. 2, 1985
- 2) 田村, 稲野 : 地域航空における機材の最適スケジューリング, 土木計画学研究論文集, No. 5, pp. 155-162, 1966
- 3) 徳永・稲村 : 多空港間航空ネットワークのスケジューリング—LPモデルとDPモデルの比較—, 土木計画学研究講演集, No. 13, pp. 607-614, 1990
- 4) 徳永・稲村 : ダイナミック・プログラミングによる航空ネットワークのスケジューリングモデル, 土木学会論文集, No. 440/IV-16, pp. 109-116, 1992.1
- 5) 鬼柳, 徳永, 稲村 : 整数2次計画法による航空機材のスケジューリングモデル, 土木計画学研究・講演集, No. 15, pp. 597-602, 1992
- 6) D. W. Tank & J. J. Hopfield : "Neural Computation of Decisions in Optimization Problems", Biol. Cybern. 52, (141-152), 1985
- 7) 赤松, 土屋 : 交通ネットワーク均衡問題への神経回路モデルによるアプローチ, 土木計画学研究・論文集, No. 7, pp. 227-234, 1989
- 8) 清水, 河合 : 土地分級結果に基づく用途地域の配置問題, 土木計画学研究・講演集, No. 13, pp. 425-430, 1990
- 9) 清水, 河合 : 分級結果に基づく最適ゾーニング問題, 土木計画学研究・講演集, No. 14, pp. 441-446, 1991
- 10) 秋山, 山下, 梶浦, 安西, 相磯 : ガウシアンマシンによる組合せ最適化, 電子情報通信学会技術報告, MBE-88-183, 1989
- 11) (社)日本工業技術振興協会ニューロコンピュータ研究部会編 : ニューロコンピューティングの基礎理論, 海文堂出版, pp. 76-97, 1990
- 12) M. Takeda and J. W. Goodman : "Neural networks for computation: number representations and programming complexity, Applied Optics, Vol. 25, No. 18, pp. 3033-3046, 1986