【土木計画学研究・講演集 No.16(1) 1993年12月】

東京圏における地価変動の時空間的波及に関する２次元拡散モデルの適用*

On Applicatility of the Two-Dimensional Diffusion Model for the Land Value Variations in Tokyo Metropolitan Area

田中 稔晃**・安藤 朝夫***・内田 隆一****
By Toshiaki TANAKA, Asao ANDO and Ryuichi UCHIDA

For evaluating the value captures of infrastructures, it is indispensable to compile a space-time data set on land prices and related indices. Meanwhile, Japanese metropolitan areas have experienced furious uprising in land prices in the late 80's, and such a data set is also useful in understanding the nature of this uprising process. The present paper is intended to empirically verify a popular notion that the recent uprising has been originated in the central Tokyo and spread towards the suburbs. As the space-time considerations are essential in such analyses, we employ the two-dimensional diffusion equation, which could be the simplest model for describing such processes, as the basic framework of our analyses. Although the boundary conditions greatly affect its solution, it succeeds in reproducing the uprising process as a phenomenon to some extent. The results are found consistent with our earlier findings based on the one-dimensional analyses.

1．はじめに

地価を対象とした実証的研究は，その特性により２つに大別される。１つは広域的な都市圏の平均地価に関するマクロ的時系列分析であり，今１つは地点間の地価の差異に関するミクロ的分析である。例えば，これまでに比較的多くの既往研究がある，ヘドニック型の地価関数を用いた分析[1)2)]などは，後者の系列に分類されるが，その殆どは横断面的な分析に留まっている。

首都圏での近年の地価高騰は，都心部商業地に発生し，その後周辺の住宅地等に波及した，というのが一般的認識になっている。このような認識を検証するためには，地点レベルのデータを長期に渡って整備することが必要である。わが国において，時系列的に最も完備された地価データは，地価公示であることには異論は少ないと思われるが，このデータの最大の問題は，個々の公示地点の継続年数が短いことである。従って長期的な地価データベースの作成には，公示地点の変更への対処が不可欠と言える。安藤・吉田[3)]はそのようなデータベースの作成方法を提案している。

さらに我々は，拡張された地価データベースを用いて，地価上昇の時空間的波及を都心からの時間距離帯によって確認すると共に[4)]，１次元拡散モデルにより，その波及速度を計測しようとする試みを行っている[5)]。その結果，都心への資金供給が時間的遅れを伴って郊外に拡散する形で，地価上昇局面をある程度まで説明できることが示された。しかし現実の都市圏が２次元的な広がりを持ち，波及速度が方向別に異なることを考えれば，空間を２次元的に扱うべきことは論を待たない。そこで本稿では，都

*キーワード　時空間分析，地価変動，拡散モデル
**学生員　熊本大学大学院　土木環境工学専攻
(〒860 熊本市黒髪2-39-1)
***正　員　Ph.D. 熊本大学助教授
工学部土木環境工学科
****正　員　熊本大学技官　工学部土木環境工学科

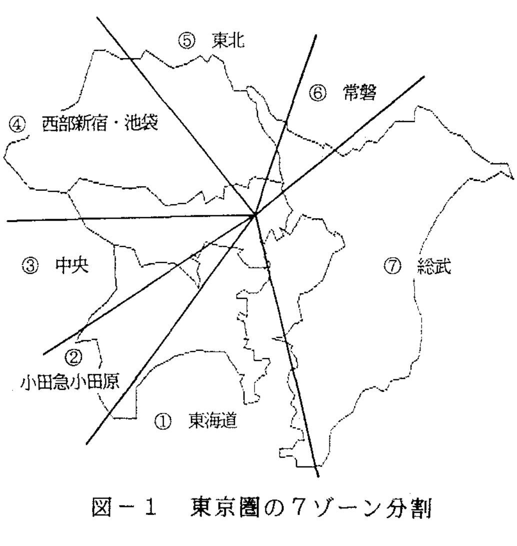
市圏を2次元的に捉え，2次元拡散モデルを用いて地価の時空間的波及を説明することを試みる。

青山[6]も同様の意図に基づく研究であると言えるが，地価の波及を「空間連関表」の枠組みで表現している。後に動学化が図られてはいるが，本質的には同時均衡的であり，地価の空間形状が滑らかである必然性も不明確である。さらに連関係数の定め方，その安定性にも多くの課題を残していると言えよう。なお，本稿で対象とする地域は，従来の研究と同様に，埼玉・千葉・東京・神奈川の南関東4都県であるが，期間は1976～91年の16年間としている。

2．1次元拡散モデルによる分析結果

本稿は2次元拡散モデルによる地価上昇の波及分析を目的としているが，比較の対象として，1次元モデルによる実証分析の結果[5]を簡単に振り返っておく。1次元化は，東京駅からの直線距離に基づいて行っている。すなわち，各公示地点を最寄り駅までの距離に関して，1Km刻みで平均地価に集約したデータを用い，拡散係数を統計的に推定している。同時に，対象圏域を主要放射鉄道の沿線別に図－1に示される7ゾーンに分割し，各ゾーン単位にも同様の分析を行い，拡散係数の方向別の差異に関しても検討している。その際，地点密度の関係で分析対象を，方向別には東京駅を中心とする30～50km圏，全体では80km圏の範囲に限定している。

結果を表－1にまとめているが，パラメータの大小関係の検定により，表の行の順に大小関係が矛盾



図－1　東京圏の7ゾーン分割

なく表現される。パラメータが大きいほど波及速度が速いと解釈されるから，東京圏では南北方向（①東海道・⑤東北）に波及は早く進み，東西方向（④総武・③中央）への波及は比較的遅かったと結論することができる。

以上の分析を通じて，我々は拡散モデルの地価波及への適用可能性，波及速度の方向に関する異質性を検討して来た。本稿では，モデルの現象再現性を高めるために，地価波及現象の2次元拡散モデルによる表現を試みる。

3．有限要素法と地価データ

2次元拡散モデルの解法としては，有限要素法の利用が一般的である[7]。従って，対象圏域を三角形要素に分割し，各節点における空間座標(x,y)と，その節点での地価v(x,y)を求めておく必要がある。対象圏域内の補間可能な公示地点数は10,682に及ぶから，地点レベルで座標を調べることは，労力的に困難である。そこで1次元の場合と同様に，駅勢圏によって地点の集約化を行う。対象圏域内で駅勢圏内に公示地点を有する駅は1025あるが，これらについて16年分の平均地価を求め，分析の基礎データとする。

しかし駅の密度は都心側で密，郊外側で粗であるから，圏域内の全ての駅をそのまま三角形要素の節点とすることは，計算効率的にも問題が多い。上述の1025駅を，東京駅を原点とし真北をy軸とする直交座標形で見ると，最も遠い駅は，x軸方向には+76kmから-62km，y軸方向には+96kmから-62kmの範囲に分布している。この長方形領域を，x軸方向に50等分，y軸方向に57等分すれば，1辺2.76kmの正方形メッシュが作られる。しかし実際にデータが存

表－1　拡散方程式の回帰結果

	ﾊﾟﾗﾒｰﾀ	t値	ｻﾝﾌﾟﾙ	R-SQR
全	3603.1	31.90	1237	0.9875
①	4121.4	14.24	767	0.9591
②	2475.2	13.57	707	0.9736
⑤	1397.9	30.17	678	0.9745
④	634.76	23.77	768	0.9274
⑦	403.02	34.86	768	0.9705
⑥	363.62	19.52	358	0.9747
③	225.33	15.06	659	0.9271

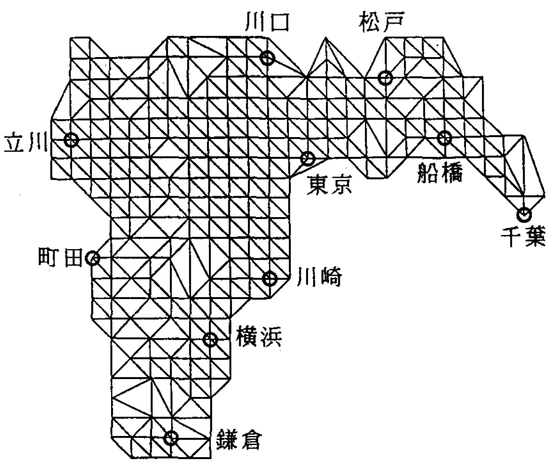
'全'は東京圏全地点での分析結果
'①～⑦'は7方向別での分析結果

在するのは，最大でもメッシュ数の36%に過ぎないから，地勢学的条件も含めて，データの存するメッシュがなるべく連担する範囲に限定することが適当であると判断される。その結果，東京駅を中心とする 285メッシュ（内38は欠損）の領域を分析対象に定めた。

この領域内でのメッシュの重心を，三角形要素の節点 (x,y)とし，メッシュの加重平均地価をその節点における地価 v(x,y)と定める。このようにして領域内のn_1=247節点に関して，16年分の集約データを得る。公示地点数に立ち戻ると，このデータは6873地点に関する地価データに依拠しているから，対象圏域内の全公示地点の64.3%がカバーされている。本稿での分析対象となる領域と，その三角形分割を図－２に示す。

４．２次元拡散問題による定式化

バブル経済に起因する今次の地価高騰は，東京圏では1986年に始まり，90年にはほぼ終息に至ったと見ることが出来よう。その過程は，東京の都心部において発生した地価上昇が，時間的遅れを伴って他の都市圏へ，また東京圏内の郊外部へ波及したというのが，一般的認識となっている。この内，都市圏内の地価上昇の波及のような，時空間伝導現象をモデル表現しようとする場合，すぐに思いつくのは拡散方程式（熱伝導方程式）の利用である。地価高騰のような経済現象に，物理現象のアナロジーを用いることの是非は検討されねばならないが，少なくとももこの枠組みで，正の拡散係数が統計的に推定されるなら，地価高騰の郊外方向への波及は検証されると考えられる。



図－２　対象領域と要素分割

空間を１次元的に取り扱った場合の分析については２．で簡単に触れた。２次元の場合も，空間次元数が増えることを除いて，基本的なアナロジーは同様である。まず土地市場への資金流入は，熱伝導問題における熱量の供給になぞらえることが出来るが，簡単のため，ここでは全て都心を介してなされるものと仮定する。また，総土地資産額は系全体の熱量に，地価は単位面積当たり熱量に，容積率が熱容量に対応すると見ることが出来よう。いま非定常の熱伝導問題を参考に，土地市場への資金流入の拡散問題は以下のように定式化される。

$$FAR\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(kx\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(ky\frac{\partial u}{\partial y}\right)+Q \qquad (1)$$

ここに，vは地価(百円/m^2)，FARは容積率(10%)，u=v/FARは床価である。kx，kyは各軸方向への「資金伝導係数」であり，単位距離離れた２点間の床価に１単位の差がある時，単位時間内に移動する単位面積あたりの資金量と解釈される。またQは，その座標における資金供給率(円/m^2・年)である。

空間の表現方法としては，時間距離に依る場合と，直線距離に依る場合の双方が考えられるが，ここでは後者を採用している。資金伝導係数は最小二乗法により推定される。一般にkx≠kyの場合，１時点における拡散の到達範囲は，楕円状の境界を持つ。しかし，実際には楕円の長径および短径が座標軸に一致する必然性はないから，次式に示されるパラメータθにより，軸の回転を考慮する必要がある。

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta - y\sin\theta \\ y' &= x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned} \qquad (2)$$

(１)式は２階偏微分方程式であるが，本稿の場合のような２次元拡散問題には，１次元問題に対するトーマス・アルゴリズムを利用することは出来ない。そこでここでは，３．でも述べたように，この種の問題に対する最も一般的な解法と言える有限要素法を利用する。有限要素法による非定常２次元拡散問題の解法の詳細は，水理学あるいは熱力学等の文献に譲ることとし，ここでは差分方程式変換による逐次解の求め方の概略のみ説明する。

(１)式は，n_1個の節点の各々について存在するか

ら，それらをベクトル形式にとりまとめると，以下のように書ける[7]。

$$[K]\{u\}+[C]\{\dot{u}\}=\{F\} \quad (3)$$

個々の行列等の要素の詳細は省略するが，全体として，［K］は床価伝導行列，［C］は床価容量行列，｛F｝は資金流入ベクトルを意味すると見ることが出来る。さらに，｛u｝は節点床価ベクトル，$\{\dot{u}\}$はその時間微分ベクトルである。

上式では，各節点に代表させる形で，空間の差分化が達成されている。しかし，それは時刻tの関数であるから，差分方程式体系による近似を行うためには，時間に関しても離散化がなされる必要がある。その目的には，クランク・ニコルソン差分式が利用可能であって，(3)式は最終的に以下の差分方程式体系に変換される。

$$\left(\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{u(t+\Delta t)\}$$
$$=\left(-\frac{1}{2}[K]+\frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{u(t)\}+\{F(t+\Delta t)\} \quad (4)$$

なお，差分ステップ⊿tとして1年を用いている。

床価伝導マトリクス中に含まれる拡散係数kx'・ky'および軸回転項θが既知である時，この差分方程式の右辺{u(t)}に適当な初期値を与えることによって，2次元拡散方程式を逐次的に解くことができる。しかし実際には，（kx',ky',θ）は未知パラメータであり，別途推定の必要がある。ここでは差分方程式の解の，観察された床価に対する誤差の2乗和の最小化によって，パラメータを推定する。

$$\min_{kx',ky',\theta}\ \sum_{x,y,t}\{\hat{u}(x,y,t|kx',ky',\theta)-u\}^2 \quad (5)$$

この種の問題では，境界条件の与え方が解を大きく支配することになる。境界条件を考慮すべき点としては，都心側と郊外側の双方があるが，はじめに前者の位置について考える。本稿では，土地市場への資金供給は都心でのみ生じ，郊外に波及すると仮定しているから，資金供給点としての「都心」を規定しておく必要がある。本稿でも従来と同様，東京駅を都心とし，資金流入ベクトル｛F｝の東京駅に相当する要素のみが，次式で与えられる土地資産総増加額を値として持つものと仮定する。

$$F_0^{t+1}=\sum_{i=1}^{n_2}\{v_{Gi}(t+1)-v_{Gi}(t)\}\times A_i \quad (6)$$

ここに，v_{Gi}は三角形要素の重心における地価，n_2は三角形要素の個数，A_iは三角形要素面積を表す。

次に外側の境界位置であるが，都市圏の現実の境界は，交通網の発達等により時間と共に変化すると考えられ，かつ我々の対象圏域の外側に位置する可能性が十分にある。また先にも述べたように，有限要素法の精度的な効率性を考えれば，節点をなるべく等密度とし，不規則な要素分割を避けるべきである。本稿の解析領域は，このような観点から選定されており，東京駅を原点として，x軸方向に+10kmから-30km，y軸方向に+20kmから-40kmの範囲内にある。従って，ここでは便宜的に図－2に示される解析領域の外側境界を固定し，この位置において境界条件を定めることにする。

次に，上で定めた外側境界における境界条件をどのような形で与えるかを考える。具体的には，以下の2つの方法が考えられよう。

①境界上の床価（または地価）の実額で規定する，

②境界における資金の流出入量で規定する。

①の条件は直接的であるため容易であるが，②のデータを我々のデータベースから推定することは困難である。そこで，本稿では簡単に①の方法により，境界での地価を床価に換算した値をそのまま規定境界条件として用いることとする。（規定境界条件は，プログラム中において考慮するのが一般的であり，式中に明示的には記されていない。）なお初期条件としては，分析初期年（1976年）の床価データを直接与えるものとする。

5．実証分析

都心における境界条件を構成する土地資産総増加額F_0^{t+1}は，(6)式によって都市圏全体での地価上昇から事後的に計算されるべき値である。従って，地価の実績値からその値を定めたとしても，それに基づいて(4)式から計算される床価から得られる総増加額$\hat{F}_k^{t+1}$（kはステップ番号）が，上のF_0^{t+1}に一致する保証はない。実際，規定境界条件は外側の境界を横断する資金の流出（流入）に関して何も定めていないが，それが零である保証もない。従って，実績値から得られるF_0^{t+1}は，土地市場への実際の資金流入を過小（過大）評価している可能性がある。その意味において，土地市場への真の資金流入は不

可知であると言える。そこで実際には，各ステップで(5)式を最小化するようなパラメータを求め，それに基づいて(4)式により床価を計算し，(6)式で F_k^{t+1} を改訂するという収束プロセスが必要になる（図－3参照）。なお，各ステップは全年度の値を逐次解により計算する操作を含むものである。

その際の収束判定には，以下の条件の何れかを用いる。何れにせよ，外側境界における資金の流出入を考慮した上で，あるステップの計算結果として得られる $\hat{F}_k^{t+1}$ が，初期値としての F_0^{t+1} を再現すれば，最終的な解が得られたと見なすことになる。

【収束条件①】

$$\varDelta F_k^{t+1}=|F_0^{t+1}-\hat{F}_k^{t+1}|<0.1F_0^{t+1} \quad (7)$$

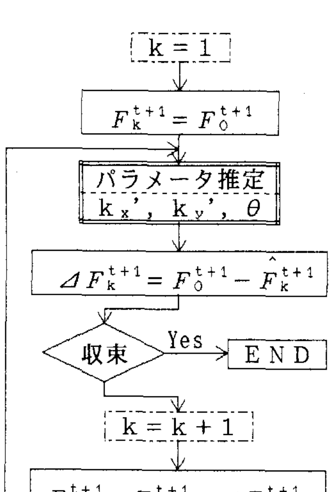
土地資産総増加額に関して，実績値と計算値の差額の絶対値が，実績値から得られる土地資産総増加額の1割以内なら許容誤差と見なす。

【収束条件②】

$$|\varDelta F_k^{t+1}-\varDelta F_{k-1}^{t+1}|<0.1\varDelta F_k^{t+1} \quad (8)$$

条件①の差額の，前ステップと今ステップの間の変化が，絶対値で今ステップの差額の1割以内になれば，収束したと見なす。

繰り返し計算を行った結果，各ステップの解から計算される土地資産総増加額は，ステップの進行に伴って，実績値のそれに近づく傾向が確認されている。しかし実際には，収束速度がかなり遅いため，この収束条件①をクリアするまで計算を続けることは，コスト的に実用的でないと判断された。そこで



図－3　資金流入ベクトル改訂フローチャート

便宜的に，収束条件②を採用して判定を行っている。

その結果，10ステップで収束に至り，資金伝導係数kx'・ky'および軸回転パラメータθ°として，以下の値が得られた。

$$\left[\begin{array}{l} kx'=954.06(932.62),\ ky'=1801.2(1388.4) \\ \theta=19.993(214.93), \end{array}\right]$$

ここに，(　)内は漸近t値を表す。

地価の計算値に関して，全年度をプールする R^2 を再計算すると，0.8083と比較的良好であり，漸近t値も満足できる範囲にあると言える。

この結果を2．で述べた，1次元拡散問題の解と比較してみる。1次元の方向別分析から，波及速度は南北方向に速く，東西方向へは比較的遅いと見ることができた。上の解は，座標軸を約20° 反時計回りに回転すべきことを示唆しているが，ky'＞kx'より，北北西－南南東の方向に長径が位置し，従って，この方向に波及速度が速いと見ることができる。この結果は，1次元問題の場合とほぼ同等であって，2次元分析の整合性の傍証となっている。

参考までに，y軸を真北方向に固定した場合について，資金伝導係数を計算すると，

[kx'=1046.7(1043.5)，ky'=1782.8(1115.1)]

であり，R^2=0.8108を得る。

次に，パラメータkx'，ky'，θの推定結果を用いて得られる地価の計算値と，実績値の整合性を検討するために，以下の2つの指標を用いて，年次間レベルで比較する。

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{\Sigma(\hat{v}_1-v_1)^2}{n_1'}},\quad \mathrm{MAPE}=\Sigma\frac{|\hat{v}_1-v_1|}{v_1}\times\frac{100}{n_1'},$$

ここに，RMSEは平均平方誤差（百円/m^2），MAPEは平均絶対誤差率(%)である。また，$\hat{v}_1$は地価計算値，v_1 はその実績値であり，n_1'は都心および外側境界を除く節点数（=174）である。

年次別のRMSEとMAPEを表－2に示す。この表から，RMSEの値は年と共に増加する傾向にあり，バブル期以降において特に顕著である。これは，差分的に逐次解を求めるという計算方法から，誤差が後年度に累積してしまったことも一因であると考えられるが，実際には，地価の絶対水準がバブル期以前の水準の2倍に達するため，絶対額でみた誤差もそれに伴って，比例的に拡大した側面も否めない。事実，MAPE

表－２　RMSE・MAPEの値

年	RMSE	MAPE
７６	0	0.0
７７	527	22.3
７８	197	9.0
７９	549	21.7
８０	509	17.1
８１	685	21.0
８２	668	17.3
８３	1018	19.0
８４	925	15.3
８５	1771	16.4
８６	3256	15.7
８７	5216	21.3
８８	5000	19.5
８９	6144	19.8
９０	7954	19.3
９１	9196	19.5

で見ると，78年の９％を底に，全体的に10％後半から20％前半の範囲に納まっており，ほぼ許容できる範囲内にあると見ることも可能である。

以上のような考察から，２次元拡散モデルはある程度，近年の地価上昇の時空間的波及を，現象としては，比較的良く再現することに成功していると見ることができよう。

６．おわりに

本研究の目的は，地価上昇の時空間的波及をモデル化することにある。本稿では，簡単な２次元拡散モデルを用いて，地価上昇の性質を実証的に検証することを試みた。まず，熱伝導係数に相当するｋx'，ｋy'および軸回転パラメータθの推定を行い，その結果を１次元拡散分析の結果と比較し，両者の整合性を確認した。すなわち，ｋy'とｋx'の大小関係から，地価上昇の波及は南北方向へ速く，東西方向へは遅いという，１次元の場合と同等の結果が得られた。またモデルの再現性を評価するために，地価の実績値と計算値について，RMSEおよびMAPEを年度毎に比較している。前者については年々誤差の絶対額が累積する傾向にあるが，後者について見ると，その比率は10％後半から20％前半の範囲でほぼ安定しており，ある程度満足出来る結果が得られた。

以上により，現象としての地価上昇に関する限り，簡単な拡散モデルはある程度の説明力を有するものと見ることが出来る。しかし，主としてデータ上の制約に起因するものではあるが，境界条件の与え方に恣意性が存すること，地価上昇の波及を楕円状の資金伝導係数のみによって表現しており，現実の都市圏における離散的な交通網と，それへのアクセスの影響を排除しているなどの問題がある。さらに，地価高騰という社会現象を，拡散という物理現象のアナロジーで表現することの妥当性には，本質的な問題があるため，実際には資産選択を考慮した，動学的な都市経済モデルによる定式化が必要とされる。とは言え，本稿の結果はそのような，より本質的な分析に進むための，基本的な現象理解に資するものとなることが期待される。

【参考文献】

1)奥野・篠原・金本編：「交通政策の経済学」，第２章，日本経済新聞社，1989.

2)金本・中村・矢沢：ﾍﾄﾞﾆｯｸ・ｱﾌﾟﾛｰﾁによる環境の価値の測定，環境科学会誌，vol.2(4)，pp.251-266，　1989.

3)安藤・吉田：金融指標を含む地価関数と首都圏の地価形成：1976-88，日本不動産学会誌，vol.5(4)，pp.40-51，1990.

4)安藤・内田・吉田：２大都市圏における地価関数の推定結果を用いた地価変動の時空間分析，土木学会論文集，no.449/Ⅳ-17，pp.77-86，1992.

5)安藤・内田・田中：東京圏における地価変動の時空間的波及；一次元拡散モデルによる実証分析，不動産学会梗概集８，pp.109-112，1992.

6)青山吉隆：地価の動的・空間的連関構造に関する基礎的研究，土木学会論文集，no.425/Ⅳ-14，pp.127-133，1991.

7)矢川元基：「流れと熱伝導の有限要素法入門」，第７章，培風館，1983.