

道路網を対象とした時空間マップの作成手法に関する研究*

A Study on the Method of Time-space Mapping of Road Network

梶谷有三**・田村 享***・斎藤和夫****

By Yuzo MASUYA, Tohru TAMURA and Kazuo SAITO

In transportation systems analysis, it is convenient to represent the transportation system mathematically by means of a network. The map image representation, such as time-space map, may offer important visual clues. In this paper, we discuss the method of time-space mapping of road network system on the base of cluster analysis (dendro gram) and graph theory (spanning tree). A numerical example of 15-node network system is executed to examine the validity of the method.

1. まえがき

本研究は、高規格幹線道路等の道路網整備が都市間相互の時間距離短縮にどの程度効果を発揮しているかを視覚的に把握するために、道路新設等に伴う各都市間の最短所要時間から時間距離行列を求めるとともに、この行列から各都市を2次元の時空間上に配置するいわゆる時空間マップ(地図)の作成手法について考察を試みるものである。

時空間上に再現された都市の配置による地図化は、道路網整備によって都市間の連絡強化あるいは

交流の円滑化がどの程度図られたかを視覚的に容易に考察できるとともに、地域格差の是正を図るためには今後どの都市間の道路整備を促進すべきかについても考究できる。また、時空間マップの時系列的な比較検討は、道路網の進展に伴う都市間の近接性や道路ネットワークの変容等をも容易に解明することが可能となってくる。

各都市間の時間距離は、値が小さいとき当該都市間の移動が容易(類似性が高い)であり、大きいときには移動困難性が増す(類似性が低い)と言う、いわゆる非類似性を表す指標である。そして、すべての都市間の時間距離から作成される行列が非類似度行列(時間距離行列)である。この非類似度行列に対する分析手法は、大きく2つに分けられる。ひとつは、非類似度をゾーン間の距離行列と見なしてユークリッド空間のn個のゾーン間距離によって実現させる方法である。他のひとつは、n個の個体(都市)を似た者同士にまとめて分類する方法であ

*キーワード: 時空間マップ、クラスター分析、グラフ理論

** 正会員 工博 苫小牧工業高等専門学校助教授
土木工学科(〒059-12 苫小牧市錦岡443番地)

*** 正会員 工博 室蘭工業大学工学部助教授
建設システム工学科(〒050 室蘭市水元町27-1)

**** 正会員 工博 室蘭工業大学工学部教授
建設システム工学科(〒050 室蘭市水元町27-1)

る。前者の解析法としては、多次元尺度構成法および数量化理論が、後者としてはクラスター分析などがそれぞれ提案されている。

本研究においては、対象とする道路交通システムがネットワークシステムである特質を踏まえて、クラスター分析およびグラフ理論を基礎に各都市を2次元の空間上に配置して時空間マップ（地図）を作成する手法について考察する。その結果、既存道路網上における各都市の相対的位置づけを損なうことなく、道路建設に伴う都市間の時間距離短縮を考慮した地図を作成することができる。

2. 時空間マップの作成手法について

時間距離行列（非類似度行列）から時空間マップを作成することは、地図上から都市間の距離を示す表（時間距離行列）を作成することとは逆に、与えられた都市間の時間距離行列（表）から地図を作成することである。この地図を作成するためには、多次元尺度構成法などと同様に非類似度行列から各都市の座標値を算定しなければならない。本研究においては、前述のようにクラスター分析の成果を踏まえて、図-1に示す手順によって時空間マップの作成を試みた。

クラスター分析による樹形図は、横軸に各都市を、縦軸にクラスターを融合したときの非類似度の値（各都市間の時間距離）をそれぞれ割り当ててツリー状に表現していることから、樹形図を適当な高さで切ることによって任意個数のクラスターに分けることができる。したがって、非類似度の値によって都市をいくつかに分類することもできるとともに、樹形図の融合過程からある程度数量的にあるいは視覚的に各都市間の近接性等を把握することはできる。しかしながら、樹形図作成だけでは道路網の形態および道路網上における各都市の相対的位置づけを考慮して、各都市を2次元の時空間上に配置することはできない。そこで、本研究においてはクラスター分析における樹形図作成の過程で得られた成果を踏めて、次のような点からまず各都市の座標値算定を試みた。

(1) 樹形図がツリー状に表現されているように、各クラスターの融合過程を基にクラスター間を結合

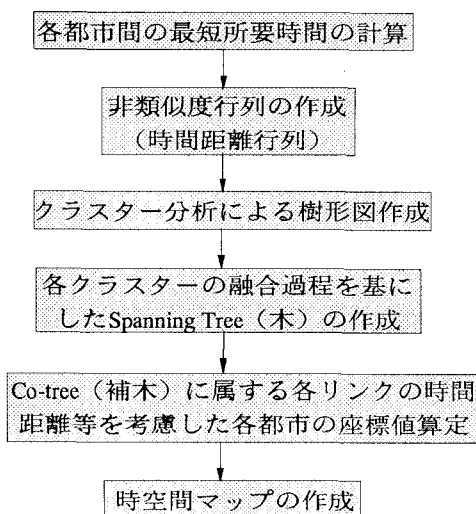


図-1 時空間マップの作成手順

すると、すなわち都市間を結合すると Spanning Tree が作成される。

(2) Spanning Tree は連結グラフの極小なものであり、各都市間は互いにただ1つの経路で結ばれ、閉路も孤立点も存在しない。

(3) そうすると、ある基準とする都市から他のすべての都市へはただ1つの経路を辿って到達できることから、基準都市の座標値に対する他のすべての都市の相対的な座標値が算定できる。

しかしながら、(1)で作成される Spanning Tree は必ずしも道路網を構成するリンクのみによって結合されているとは限らない場合もある。前述の道路網の形態及び道路網上における各都市の相対的位置づけ等を十分に考慮して時間距離短縮に伴う各都市の座標値を算定するためには、道路網を構成するリンクのみからなる Spanning Tree の作成が必要である。そこで、本研究では図-1に示すように、まずグラフ理論を基礎に既存道路網を構成するリンクのみから構成される Spanning Tree の作成手法について考察する。次に、作成された Spanning Tree を基に、Co-tree(補木)に属するリンク（以下、補木リンクと言う）の長さ（時間距離）をも当該リンクによって結合されている都市間の時間距離に等しくなるような各都市の座標値算定手法について考察する。

3. Spanning Treeの作成手法について

いま、対象とする道路網が n 個の都市(ノード)と m 本のリンクから構成されているとする。そして、このネットワークの隣接行列を L (L は $(n \times n)$ 行列)とする。ここで、 L の要素は都市間にリンクが存在すれば1、そうでないとき0を取る。また、各都市間の時間距離を表す非類似度行列を D とする。そうすると、Spanning Treeの作成手順は以下となる。

1) 非類似度行列 D に対してクラスター分析を行なう。このとき、 n 個の都市からなる道路網においては $(n-1)$ 回クラスター同士の融合が逐次行われる。

2) クラスター同士を逐次融合する過程における、 i 回目において最も類似性の高いクラスターとして取り上げられた2つのクラスターをクラスター p_i 、クラスター q_i とする。そして、それぞれのクラスター p_i 、 q_i に含まれている都市の集合を P_i 、 Q_i とする。

3) P_i に含まれている都市と Q_i に含まれて都市間において、隣接行列 L の要素が1である都市間、すなわち道路網を構成しているリンクで結合されている都市間をすべて取り上げる。

4) 取り上げられた都市間のうちで、行列 D の非類似度の値が最も小さい都市間を求める。そして、この都市間を結合するリンクが Spanning Treeを構成するものとする。

5) クラスター分析の過程で得られた $(n-1)$ 個の都市集合 P_i 、 Q_i に対して手順3)、4)を繰り返す。

6) そして、手順5)で取り上げられた $(n-1)$ 本のリンクによって n 個の都市を連結させる Spanning Treeを作成する。

7) 手順6)で作成された Spanning Treeを構成するリンクを基に、ある基準とする都市の座標値から他のすべての都市の相対的な座標値を求める。

4. 各都市の座標値算定手法について

Spanning Treeを構成するリンク(以下、木リンクと言う)を基に算定された座標値において、木リンクによって結合されている都市間の距離は、当該都市間の時間距離に等しい。しかしながら、

Spanning Treeに含まれないリンク、すなわち補木リンクによって結合されている都市間の時間距離は、必ずしも当該都市間の時間距離に等しくない。また、作成された地図も既存道路網の形態を反映したものになっていない場合もある。

そこで、ここでは木リンクを基に算定された各都市の座標値を踏まえて、さらに補木リンクの長さをも当該リンクによって結合されている都市間の時間距離に等しくなるような各都市の座標値算定を考察した。

いま、前述のように n 個のノード、 m 本のリンクとすると、木リンクは $(n-1)$ 本、補木リンクは $(m+n-1)$ 本となる。このとき、 $(m+n-1)$ 本の補木リンクのうち、いずれの補木リンクより順次リンクの長さを当該リンクによって結合されている都市間の時間距離に等しくするかという問題がある。また、何本かの補木リンクが連結しているノードにおいては座標値算定の計算が困難な場合も考えられる。そこで、本研究では図-1の手順で求められる Spanning Tree に対してある基準ノードに対する根木(樹木)(Rooted Tree)を作成できること、及び補木リンクを Spanning Treeに付加すると閉路(ループ)ができることに着目して次のような大きく2つの手順を通して座標値算定を試みた。

前者は、ある基準ノードに対して作成される根木を基に補木リンクを分類するとともに、座標値算定を行うための補木リンクの順位を決めるものとするものである。一方、後者は補木リンクを付加することによって作成される閉路を対象に、座標値算定を行おうとするものである。

まず、補木リンクの分類及び順位付けに関する手順は次のとおりである。

1) 対象とする道路網に対して接続行列を作成するとともに、接続行列からある基準ノード(都市)に対する頂点行列 A (Vertex Matrix)を作成する。

2) 3. で作成された Spanning Tree に着目して、行列 A の最初の $(m+n-1)$ 個の列を補木リンクに、残りの $(n-1)$ 個の列を木リンクに対応させた式(1)に示す行列 A^* を作成する。

$$A^* = [A_{11} \ A_{12}] \quad (1)$$

3) 行列 A^* のうち、木リンクに対応する行列 A_{12} に対する逆行列及びその逆行列の転置行列を求めて式(2)に示す木道行列 D (Tree-path Matrix)を作成する。

$$D = [(A_{12})^{-1}]^t \quad (2)$$

4) 行列 D から根木を表す行列 R を作成して根木の道(Path)の本数を求めるとともに、接続行列から各ノードがいずれの道に属するかを求める。

5) 行列 A^* のうち、補木リンクに対応する行列 A_{11} に対して、4)で求められた根木の道ごとに、当該道に属するすべてのノードの各列を加えた行列 C を求める。

6) 行列 C の各列の要素の値から、補木リンクを同じ道に属するノード間を結合しているリンクか、基準ノードと結合しているリンクか、さらに他の道に属するノード間を結合しているか、など3つに分類する。

7) 4)で求めた根木の道及び6)で分類された補木リンクを考慮して座標値計算を行うための補木リンクの順位を決める。

次に、手順7)で決められた順位にしたがって補木リンクを順次Spanning Treeに付加して座標値計算を行う。このとき、補木リンクを付加して作成されるループ(閉路)を対象に、すなわちループを構成しているすべてのノード(都市)を対象に座標値計算を行うことも考えられる。しかしながら、ループを構成しているすべての都市を対象としたときは、計算が一層困難になることから、本研究では補木リンクの両端点の都市をベースに三角形のループを作成して順次座標値計算を行う。

補木リンクの長さを当該リンクによって結合されている都市間の時間距離とした各都市の座標値計算の手順は次のとおりである。なお、ここでは図-2に示す例を通して手順を説明する。

1) Spanning Tree上における各ノードの座標値をそれぞれ、 $(X_A, Y_A), (X_B, Y_B), (X_C, Y_C)$ とする。補木リンクを付加したときにできる三角形のループにおいて、座標値を修正すべき未知点を A 、他の座標既知点を B, C とする。このとき、 B, C は A 点を基準に左回りに定める。(図-2参照)

2) 補木リンクの長さを、当該リンク両端点の

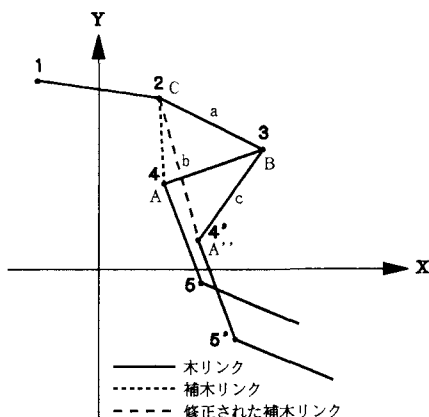


図-2 補木リンクの長さを考慮した座標値

都市間の時間距離に等しくするための未知点 A の新たな座標値 (X'_A, Y'_A) を式(3)、(4)で求める。ここで、 a, b, c は図-2に示すようにそれぞれ各都市間の長さ(時間距離)で、 b が補木リンクの修正すべき長さである。

$$X'_A = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2a} \quad (3)$$

$$Y'_A = \frac{\sqrt{\{b^2 - (a-c)^2\} \{(a+c)^2 - b^2\}}}{2a} \quad (4)$$

3) 式(3)、(4)で求められる座標値は、既知点 B を原点として、既知点 B, C が X 軸上にあるとしたときの値である。したがって、未知点 A の座標値を式(5)、(6)示す既知点 B の座標値を基準にした値に修正する。

$$X''_A = X_B + X_A \cos \theta - Y_A \sin \theta \quad (5)$$

$$Y''_A = Y_B + X_A \sin \theta + Y_A \cos \theta \quad (6)$$

ここで、

$$\sin \theta = (Y_C - Y_B) / S$$

$$\cos \theta = (X_C - X_B) / S$$

$$S = \sqrt{\{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2\}}$$

4) 未知点 A の座標値修正にともなって、ノード A から木リンクで到達可能な下位のノード(たとえば、図-2のノード5)の座標値 (X_5, Y_5) を式(7)で修正する。

$$X'_5 = X_5 + (X''_A - X_A) \quad (7)$$

$$Y'_5 = Y_5 + (Y''_A - Y_A) \quad (8)$$

このような1)～4)の手順を、先に決められた順位に従ってすべての補木リンクに対して行うことによって、補木リンクを結合する都市間の時間距離をも考慮した時空間マップの作成が可能となってくる。

5. 計算例

簡単な適用例を通して、時間距離行列からの地図作成手法について考察する。本研究においては、高規格幹線道路等の整備が都市間相互の時間距離短縮にどの程度効果を発揮しているかを視覚的に把握するために、図-3に示す札幌を中心とする15市町を対象に1970、1989及び2020年それぞれの年次に対する時空間マップの作成を試みた。各年次の時間距離行列は、当該年次の道路網の整備状況をもとに各都市間の最短時間距離から作成した。すなわち、1970年は高規格幹線道路等が整備されていない道路網、1989年は高速道路が一部開通（札幌及び道央（登別～深川）自動車道）した道路網を対象にそれぞれ都市間の時間距離を求めた。さらに、2020年は高速道路及び日高自動車道等の高規格幹線道路が整備された道路網を対象に求めている。

図-4は、各年次の非類似度行列（時間距離行列）からクラスター分析によって樹形図を作成した結果である。この図からも、ある程度高規格幹線道路等の整備によって各都市間の時間距離が短縮している状況を窺うことができる。また、樹形図を縦軸の適当な高さ（時間距離）で切ることによって、各都市からある時間距離以内で到達可能な都市をも把握できる。

図-3の実線のリンクからなるSpanning Treeは、1970年の道路網を対象に行なったクラスター分析を踏まえて3. で述べた手順を通して作成したものである。このSpanning Tree対象に、基準ノードを札幌市として4. で述べた前半の手順に従って根木及び根木を構成する道を求めると、札幌からそれぞれ室蘭、留萌、旭川、富良野及び日高へ辿る5本の道が求められていることが理解できよう。そして、この求められた根木の道、各道に属する都市及び各都市間を結合している補木リンクから、座標値計算を行うための図-3の破線の補木リンクの順位を決めた。ここでは、他の道への影響等を考慮して、始めに日高の道に属する補木リンクを対象に座標値計算を試みたあと、室蘭、富良野、旭川そして留萌の順にそれぞれの道に属する補木リンクを対象に計算を行なった。

次に、この決められた各道の補木リンクの順に従って、4. で述べた後半の手順を通して各都市の座標値計算を行った。そして、すべてのリンクの長さを当該都市間の時間距離に等しくした時空

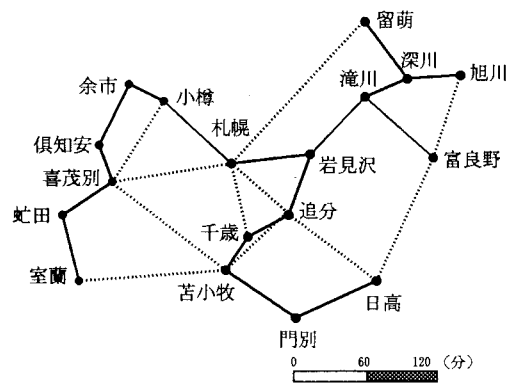


図-3 対象道路網及び Spanning Tree

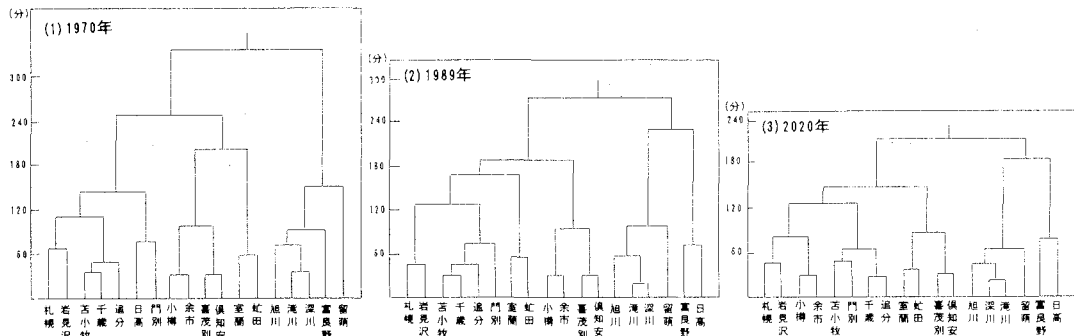
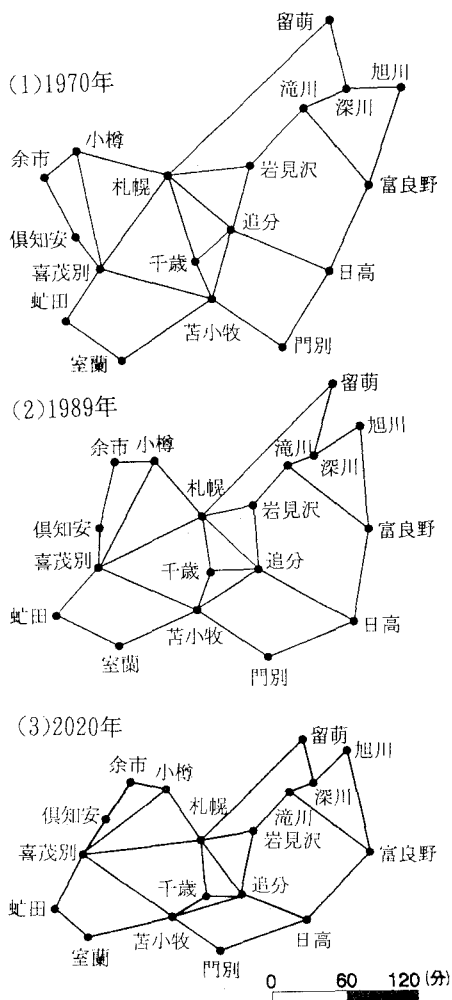


図-4 各年次に対するクラスター分析の樹形図



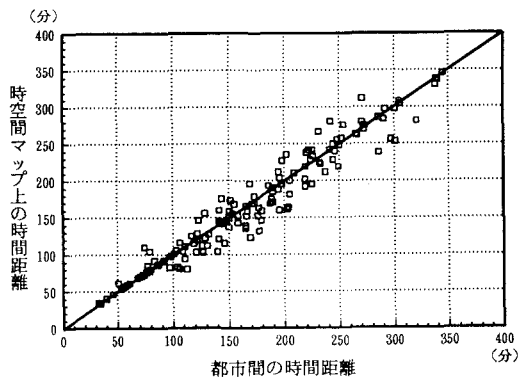
図一5 各年次に対する時空間マップ

間マップが図一5である。図一5には計算対象とした他の年次の時空間マップをも示した。道路網の変容を探るため、X、Y軸それぞれの最遠点の都市間の座標値から面積の変化を求めたところ、それぞれ7842、5450、4299であった。また、面積の比率の変化は、1970を1.00としたとき、1989及び2020年はそれぞれ0.695、0.548であった。

さらに、これらの時空間マップの再現性を評価するため、3つの適合度指標に対して計算して取りまとめたのが表一1である。この結果よりも作成された時空間マップは良い適合結果を得た。また、図一6には1970年に対する各都市間の時間距離と図一5の時空間マップ上から求めた時間距離との関係($R=0.974$)を図示した。

表一1 各年次に対する適合度指標の結果

	RMS 誤差	不一致係数	クラスカル
1970年	17.87	0.049	0.097
1989年	19.78	0.065	0.130
2020年	24.63	0.094	0.200



図一6 1970年に対する時間距離の関係

6. あとがき

以上、本研究においては道路網整備に伴う各都市間の時間距離短縮を視覚的に把握するために、まず時間距離行列からクラスター分析による樹形図作成を行なった。次に、樹形図作成過程で得られた成果を基に、既存道路網を構成するリンクのみからなるSpanning Treeを作成した。そして、作成されたSpanning Treeから算定される各都市の座標値を踏まえて、さらに補木に属するリンクの長さも当該リンクによって結合されている都市間の時間距離に等しくなるような座標値算定手法を考察して時空間マップの作成を試みた。

今後は、大規模な道路網を対象にした時空間マップの作成を試みるとともに、さらに震災等に伴う道路損壊が、各都市間の時間距離にどの程度影響を及ぼすかを視覚的に把握する手法についても考察を試みて行く。

<参考文献>

- 樹谷・斉藤：震災時における道路交通システムの構造の視覚化，交通工学，Vol.26No.6，1991
- 樹谷・田村・斉藤：時間距離行列からの地図作成手法に関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，第49号，1993
- 清水英範：時間地図の作成手法と応用可能性，土木計画学・論文集，No.10，1992