

信頼度の異なる流域平均雨量の頻度分析手法 —— 古降雨データの利用に向けて ——

The Method of Frequency Analysis for Average Precipitation
Having Different Reliability
—— Aiming to Employ Old Precipitation Data ——

寒川典昭*・児玉晃広**

By Noriaki SOGAWA and Akihiro KODAMA

This investigation proposes the hydrologic frequency analysis with accuracy, which incorporates insufficient data (U-data) into a flood control planning. First, the theory for correcting the U-data was derived by using the sufficient data (V-data). Then, the theory of hydrologic frequency analysis with accuracy was developed, where a p.d.f. was introduced for expressing the reliability of average precipitation. Finally, by applying those theories to annual maximum 1-, 2- and 3-day precipitation in Chikuma basin, the following results were obtained. ①The time average value of the corrected U-data agreed almost with that of the V-data. ②The estimate of the frequency analysis with accuracy was greater than that of the ordinary frequency analysis.

1. はじめに

治水計画を行うときの基本的な水文量は、一般に年最大流域平均 $k(k=1,2,3)$ 日降水量である^{1), 2)}。この時、データは長期間利用できるほど望ましい。ところが、古い時代のデータは、流域内に存在する観測所の数が少なく、しかも観測所の設置場所が平野部に集中しているため、流域平均雨量を求めたとき、その推定値の精度が劣るという理由で計画の対象外におかれている。例えば、千曲川流域の治水計画に用いられたデータは、流域に降雨観測所がある程度整備され始めた1926年から1969年の44年間のものであり、それ以前の30年を超えるデータが利用されな

いままになっている。こうしたことから、データの採用期間が短くなり、確率水文量が過小評価され、その結果、例えば100年に1回の大雨が数年間に複数回出現するという非現実的な現象が生起する可能性が大きくなる。

本稿は、このような矛盾を解決するために、流域平均雨量を精度付きで取り扱うことにより、計画に用いられていなかったデータも頻度分析に利用することを目的とした。具体的には、精度付き水文データの頻度分析手法を開発し、千曲川流域の実データを用いて、提案した手法の有効性を検証した。その内容を簡単に述べれば以下ようになる。

第2章では、精度付き水文データの頻度分析手法の手順を記述している。ここでは、流域に存在する観測所の配置の問題はデータを補正することによって、観測所の数の問題は流域平均雨量毎に正規分布を仮定して、観測所数に依存した精度を導入することによって対処している。

キーワード：治水計画，信頼度，頻度分析，
流域平均雨量，古降雨

* 正会員 工博 信州大学助教授 工学部社会開発工学科
(〒380 長野市若里500)

** 榊大林組土木技術本部
(〒101 東京都千代田区神田司町2-3)

第3章では、千曲川流域の実データに、第2章で提案した頻度分析手法を適用している。さらに、一般に用いられている方法によって算定された確率水文量と本稿の手法によるそれとを比較して、精度付き頻度分析手法の有効性を論じている。

最後に、第4章では得られた成果をとりまとめて、あとがきとしている。

2. 頻度分析の手順

(1) 不十分な観測所数から求めた流域平均雨量の補正

本節では、不採用であった流域平均雨量の利用のために、観測所の偏在化による推定値の偏りを補正することを考える。

表1はデータの整備状況を示したものである。最初の1年間は上述の理由で計画に用いられていないデータであり、その後のJ年間のデータで治水計画がなされているものとする。ここでは、両期間を合わせた(1+J)年間のデータで治水計画を実施できるようにするために、最初の1年間のデータを次の手順で補正する。

① i 年の補正係数 w_i を次式で算定する。

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^J \frac{R_{ij}}{R_{i,j}}, \quad i=1,2,\dots,l \quad (1)$$

ここに、 R_{ij} はj年の全観測所のデータの流域平均値、 $R_{i,j}$ はi, j両年に共通して存在する観測所のj年のデータの流域平均値である。

②補正後のi年の流域平均値 R_i' は次式で計算する。

$$R_i' = w_i \times R_i \quad (2)$$

表1 観測データの整備状況

観測所 番号	年次	
	未利用	利用
	1 . . . i . . . l	1 . . . j . . . J
1		
2		
⋮	⋮	⋮
s	. . . r_{s1} . . .	. . . r_{sj} . . .
⋮	⋮	⋮
S		
平均	R_1	R_j

ここに、 R_i は補正前のi年の流域平均値である。
 こうして求めた R_i' は観測所の偏在化による推定値の偏りが補正された流域平均雨量とみなすことができる。

(2) 流域平均雨量への精度の導入

ここでは、観測所の数の問題を解決するために、流域平均雨量に観測所数に依存した形で精度を与えることを考える。いま、流域平均雨量を確率変数とみなし、それが正規分布 $N(\mu_k, \sigma_k^2)$ に従うものとする。表1より、 $k=1,2,\dots,i,\dots,l,l+1,\dots,l+j,\dots,l+J$ であり、 μ_k にはk年の流域平均雨量の値自身を、 σ_k^2 には次式により算定された値を与える。

$$\sigma_k^2 = \sigma_{k,0}^2 / N_k, \quad (3)$$

$$\sigma_{k,0} = K \times \mu_k,$$

$$k=1,2,\dots,l,l+1,\dots,l+j,\dots,l+J \quad (4)$$

ここに、 N_k はk年の観測所数、 K は流域固有の定数である。

(3)式では、流域平均雨量の分散は流域に存在する観測所数が多いほど小さくなり、我々の直観にも一致する。

一方、 K は{0.01~0.09,0.01刻み;0.1~1.0,0.1刻み}で変化させる。これは、 K の値とT年確率水文量の推定値との関係を把握するためである。

(3) 確率水文量の算定

正規分布 $N(\mu_k, \sigma_k^2)$ を母集団として、流域における全期間の平均雨量である(1+J)個のデータセットをP組シミュレートする。ただし、2.(1)により平均雨量は補正されているものを用いる。次に、データセット毎に次のゲンベル分布を用いて、モーメント法³⁾、及び最尤法⁴⁾の両者によりパラメータの同定を行う。

$$f(x)=a \exp \{-a(x-b)-e^{-a(x-b)}\}, \quad -\infty < x < \infty, a > 0 \quad (5)$$

ここで、 a は尺度母数、 b は位置母数である。

こうして同定されたパラメータを用いると、リターンピリオドと確率水文量は次の2式で算定される。

$$T = \frac{1}{1-F(x_s)}, \quad (6)$$

$$x_s = b + \frac{1}{a} \ln(-\ln F(x_s)), \quad s=1,2,\dots,M \quad (7)$$

ここに、 a_s 、 b_s 、及び x_s はs組目のデータセットから算定された a 、 b 及びT年確率水文量であり、Tはリタ

ーンピリオド, $F(x_0)$ は x_0 の非超過確率である。従って, 算定された P 個の T 年確率水文量の推定値から平均と標準偏差を計算することができる。

(4) 流域固有定数の算定

2.(2)では, K と確率水文量の関係を見るために K を与えた区間内で変化させたが, ここでは対象流域固有の K の値を推定する。その手順は以下のようである。

① N 個以上の観測所が存在する年 $m(=1, 2, \dots, M)$ を選定する。

②選ばれた年毎に, $n(=10, 20, \dots, N)$ 個のデータセットを繰り返しを許して Q 組作成する。

③ある m, n に対して次式を計算する。

$$\sigma_{m, n'}^2 = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q (\xi_{m, n', q} - \xi_m)^2, \quad m=1, 2, \dots, M, \quad n'=n/10=1, 2, \dots, N/10 \quad (8)$$

ここに, $\xi_{m, n', q}$ は m 年の n 個のデータセットの q 番目の平均, ξ_m は m 年に存在する全データの平均値である。

④求まった $\sigma_{m, n'}$ を用いて,

$$K_{m, n'} = \frac{\sigma_{m, n'}}{\xi_m} \sqrt{n}, \quad m=1, 2, \dots, M, \quad n'=1, 2, \dots, N/10, \quad (9)$$

$$K = \frac{1}{(N/10) \times M} \sum_{m=1}^M \sum_{n'=1}^{N/10} K_{m, n'} \quad (10)$$

より K を算定する。

①～④から決定された K を用いると, 2.(3)の手順により, 対象流域の T 年確率水文量の推定値の平均と標準偏差を評価することができる。

3. 実データへの適用と考察

ここでは, 千曲川流域における1890～1969年の年最大1日降水量, 1889～1969年の年最大2, 3日降水量を用いる。なお, 現在の千曲川流域の治水計画は第1章でも述べたように1926～1969年の44年分のデータに基づいて実施されている。第2章の手順に沿って計算を行うにあたり, 竹内ら⁵⁾の検討結果を参考にし $P=5000$ とし, データセット数に対して $\sigma_{m, n'}^2$ が安定する値から判断して Q に2000を与えた。また, 千曲川流域では100年に1回の大雨を治水計画の基本量としているため⁶⁾, $T=100$ に設定した。一方, K の値を推定するために用いられる N は大きい程望ましいが, 流域の最大観測所数を超えることができず, また N を超える観測所数を有する期間, すなわち M は K の値が

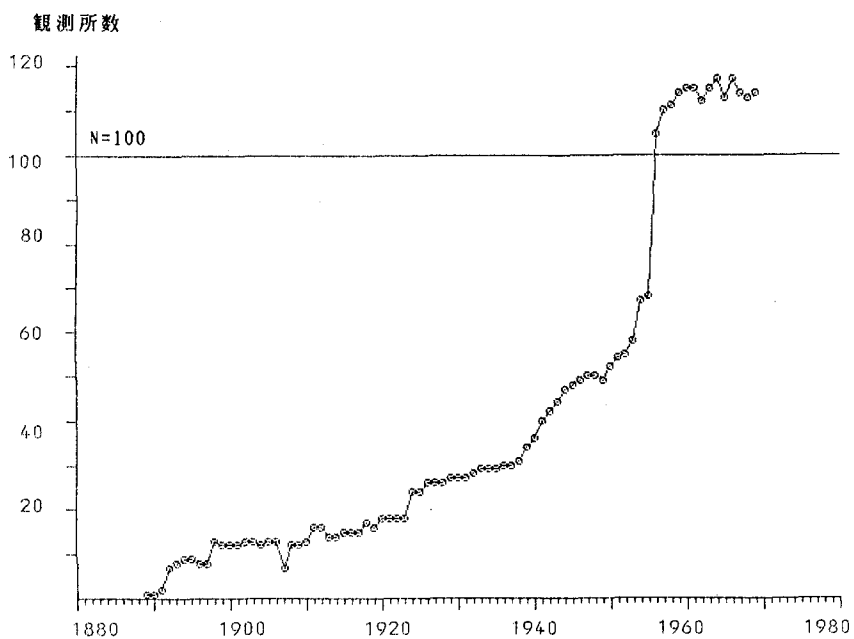
安定するために10年程度以上必要である。図1は流域内の観測所数の増加状況を示した1例であり, この図から判断して2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測があるデータも含めた場合は $N=100$, それを除外した場合は $N=80$ とした。従って, M はどちらの場合も14となった。次いで, 上述の設定値を用いて, 第2章の手順に従って計算を実行した。

図2は, 実データにより求めた補正する前の流域平均雨量と2.(1)の手順により1889年(1890年)から1925年のデータを補正して求めた流域平均雨量の1例である。

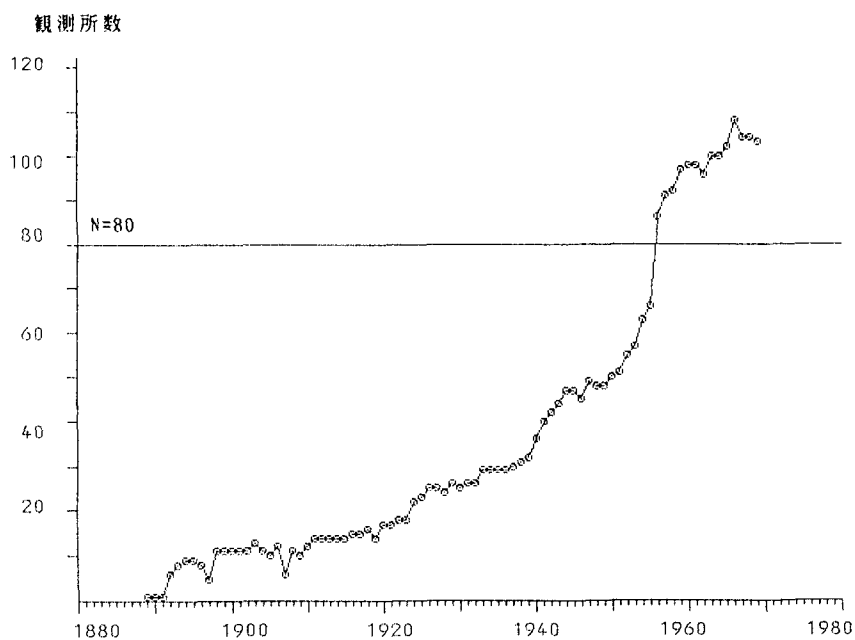
図2(a)からわかるように, 治水計画に用いられていない期間(U 期間)の流域平均雨量の値は, 治水計画に用いられている期間(V 期間)の流域平均雨量に比べて平均的にみて小さな値となっている。これは, U 期間のデータの多くは平地で観測されており, これらから推定された流域平均雨量は過小評価を与えたためと推察される。

図2(b)のように(1), (2)式から V 期間のデータを使って U 期間のデータを補正したところ, 補正後の流域平均雨量は, 補正前に比べて平均値レベルが上がり, V 期間のものと平均値はほぼ同様となった。ただし, 年最大2, 3日降水量の場合, 補正した U 期間の流域平均雨量の平均値のまわりの変動が V 期間のものと比べると大きい。これは, 年最大2, 3日降水量では, U 期間の流域平均雨量は補正前からすでに変動がやや大きめであったことに加え, 更に平均値を大きくする方向に補正がなされたので, その変動が拡大されたためと考えられる。

図3は, 2.(1)～(3)の手順に従ってモーメント法と最尤法により計算された, K に対する100年確率水文量の推定値の平均と標準偏差を示した1例である。どちらの手法においても, K の増大が平均, 標準偏差を共に増加させていることが読み取れる。また, $K=0.01 \sim 0.3$ 程度では, 手法間の相違による平均と標準偏差の大小関係に一定の規則性はみられない。しかし, $K=0.4$ 程度～1.0では, モーメント法の方が, 平均, 標準偏差, 共にその推定値が小さく, また K の増大に対するそれらの統計量の増加率が小さくなっている。従って, 標準偏差の大きさから判断すると, K の推定値が0.4程度を超える場合には, モーメント法の方が適していると言えよう。一方, 宝ら⁷⁾はグ



(a)2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測データを含む場合



(b)2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測データを除外した場合

図1 観測所数の増加状況 (年最大2日降水量)

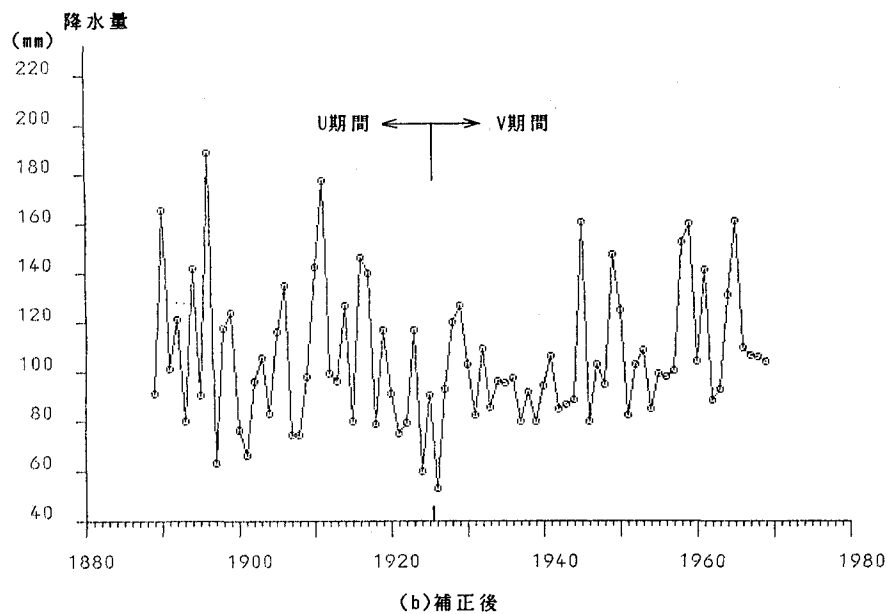
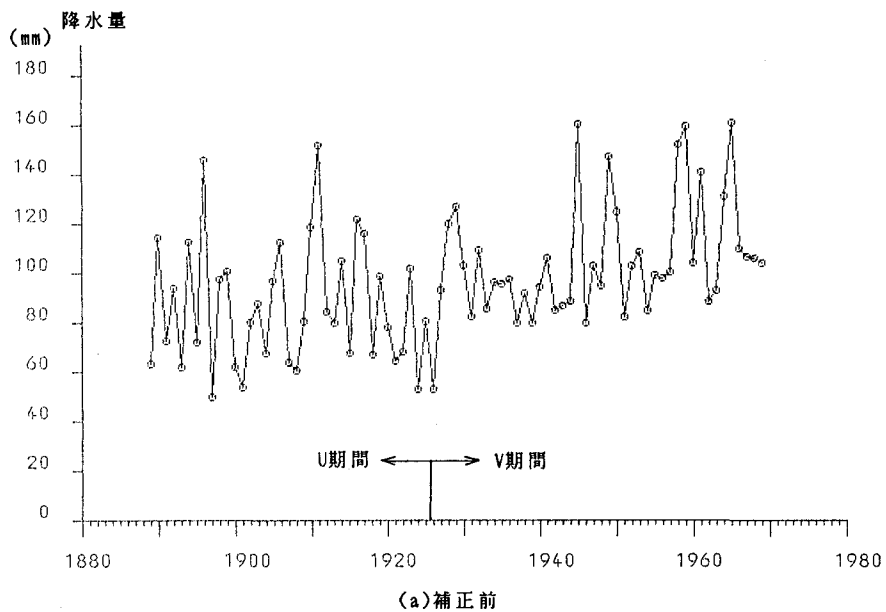
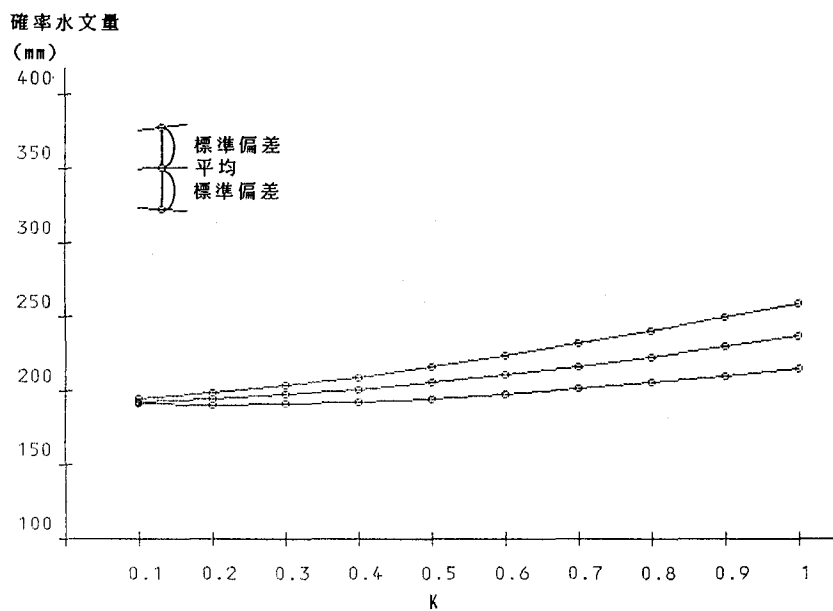
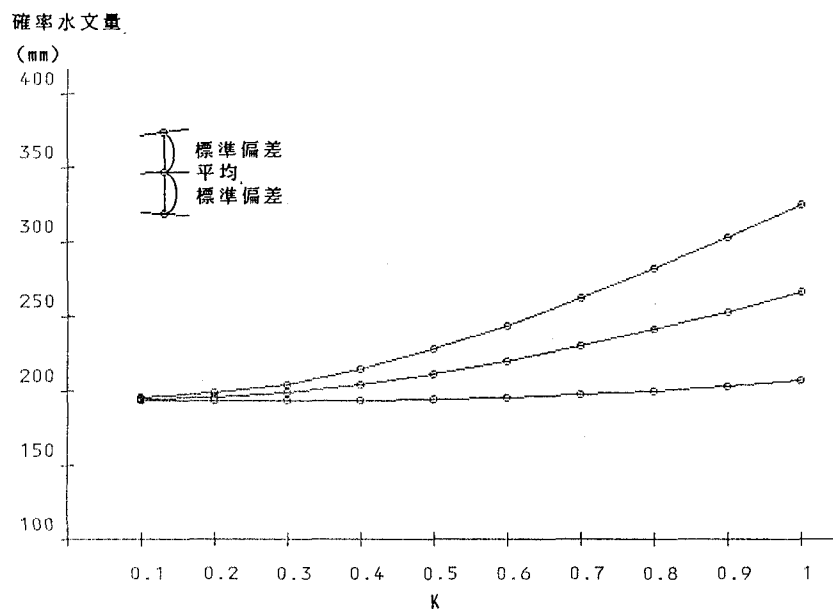


図2 補正前と補正後の流域平均雨量の経年変化（年最大2日降水量，2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測データを含む場合）



(a)モーメント法



(b)最尤法

図3 Kと100年確率水文量の推定値の平均及び標準偏差との関係（年最大2日降水量，2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測データを含む場合）

表2 従来の方法による100年確率水文量の推定値（単位：mm）

	(a)1926-1969		(b)1889-1969（補正前）		(c)1889-1969（補正後）	
	モーメント法	最尤法	モーメント法	最尤法	モーメント法	最尤法
年最大1日降水量	139.79	135.93	132.16	133.25	136.61	135.71
年最大2日降水量	180.02	185.44	178.60	186.46	192.62	194.87
年最大3日降水量	203.94	208.31	202.35	211.27	217.57	219.01
年最大1日降水量*	139.34	135.73	131.64	134.36	137.42	137.56
年最大2日降水量*	178.46	184.22	178.38	189.95	196.88	200.10
年最大3日降水量*	202.79	206.98	202.76	215.20	223.82	225.70

*：2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測があるデータを除外した場合

ンベル分布を母集団としたシミュレーションの検討結果から、本稿の結果とは逆に、最尤法の方が平均、標準偏差、共に小さくなることを示している。両者の相違は、本稿は流域平均雨量に精度を仮定して、そこからデータを発生させたのに対し、宝らの場合は固定した母集団からのシミュレーションであるため、両研究に用いられたシミュレーションデータの特性が異なることに起因するものと考えられる。

表2は、従来の方法によりモーメント法及び最尤法から求めた、(a)V期間の流域平均雨量のみから算定した100年確率水文量、(b)U期間（補正前）とV期間の流域平均雨量から算定した100年確率水文量、及び(c)U期間（補正後）とV期間の流域平均雨量から算定した100年確率水文量を示したものである。(a)、(b)を比較すると、(a)の方が、モーメント法ではほぼ同じか大きな値、最尤法では年最大1日降水量以外では小さな値となっている。U期間の観測所の多くは平地に存在することから判断して、その期間の流域平均雨量を用いていない(a)の方が、それを用いている(b)よりも、大きな推定値が得られることが推測されることからみて、この結果でもモーメント法の方が最尤法より優れている言えよう。次に、(c)をみると(a)よりも12ケース中9ケースで大きな値をとっている。従って、この流域では(c)のようにU期間の流域平均雨量を補正することにより、現在治水計画で用いられている100年確率水文量より大きい値が得られる場合が多いことが分かる。また、(c)の値は(b)の値よりすべてにおいて大きくなっているが、このことはU期間の補正処理から推察された結果である。最後に、(a)、(b)、(c)それぞれについて、モーメント法と最尤法によって算定された確率水文量を相互に比較

すると、18ケース中15ケースでモーメント法の方が大きな値を与えていることが分かる。

表3は、2.(4)の手順で求めたKの推定値に対し、U期間（補正後）とV期間のデータを用いて、モーメント法及び最尤法により求めた100年確率水文量の推定値の平均と標準偏差を示したものである。この結果をみると、モーメント法の方が最尤法より平均、標準偏差、共に小さな値となっており、このことは、ここで算定されているKの値が0.4前後であることから、図3の結果に一致している。また、標準偏差の値から判断すれば、ここでも千曲川流域ではモーメント法の方が適していると言えよう。

一方、表2(a)、(c)と表3を比較すると、表3の100年確率水文量の方がかなり大きな値をとる場合が多い。また、表3では標準偏差も併記しているため、

表3 本研究の手法による100年確率水文量の推定値の平均と標準偏差（単位：mm）

	K	モーメント法 最尤法	
		平均 (標準偏差)	平均 (標準偏差)
年最大1日降水量	0.418	142.19 (4.00)	143.28 (7.36)
年最大2日降水量	0.432	202.66 (9.03)	206.19 (12.00)
年最大3日降水量	0.440	228.74 (9.87)	232.78 (14.17)
年最大1日降水量*	0.388	143.48 (4.38)	145.14 (7.71)
年最大2日降水量*	0.395	207.51 (10.32)	209.20 (11.28)
年最大3日降水量*	0.402	235.83 (12.39)	236.99 (13.38)

*：2ヶ月以上6ヶ月未満の欠測があるデータを除外した場合

推定値の信頼性も同時に評価されていることになる。従って、本研究で提案している手法を用いることにより、従来の手法による場合より、安全側の（同じリターンビリオドに対して大きな）確率水文学量をその信頼性を併記して与えることができることが分かる。

4. まとめ

本論文では、信頼度の異なる流域平均雨量に対する精度付き水文データの頻度分析手法を提案し、千曲川流域における年最大 $k(=1, 2, 3)$ 日降水量のデータを用いて、その有効性を検討した。

得られた成果を要約すると以下ようになる。

①計画に用いられていない古い時代のデータを、観測所がある程度以上に整備されたデータとの相関から補正する手法を提示した。更に、それを千曲川流域に適用した結果、補正された古い時代の流域平均雨量は、全体的にみてやや変動が大きい、観測所の偏在化による偏りがほぼ補正されていた。

②次いで、流域平均雨量自身を平均とし、観測所数に比例した分散をもつ正規分布を年毎に仮定して、そこからデータをシミュレートする精度付き水文頻度分析手法を提案した。この手法もまた千曲川流域に適用した結果、流域固有定数 K 、パラメータ同定法、及び確率水文学量の3者の関係を明らかにすることができ、推定誤差から判断すれば、パラメータ同定法としてモーメント法の方が最尤法より優れていることが分かった。更に、千曲川流域の K を求めた後、それを用いて本稿の手法により100年確率水文学量を算定すると、通常用いられている手法から算定される確率水文学量より大きな推定値が得られ、しかもそれに信頼性を付与することができた。

一方、最近、古期水文学の分野で未観測データの復元の研究が精力的になされている^{8), 9), 10), 11)}。ところが、復元されたデータは観測されたデータに比べ精度が劣るため、統計解析において両者を同レベルで取り扱うことができない。しかしながら、本稿で提案した精度付き水文頻度分析手法を用いれば、このようなデータを含んだ水文学量の頻度分析も、合理的に実施することができる。このことも本研究の有用性の1つである。

なお、計算にあたっては、信州大学情報処理セン

ター“HITAC M-260D”を利用した。

参 考 文 献

- 1)宝 馨・高棹琢馬：水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準，土木学会論文集，第393号／Ⅱ-9，pp.151-160，1988年。
- 2)室田 明：河川工学，pp.200-201，技報堂出版，1986年。
- 3)神田 徹・藤田睦博：水文学 — 確率論的手法とその応用 — ，pp.44-45，新体系土木工学講座26，技報堂出版，1982年。
- 4)土木学会水理委員会水理公式集例題集編集小委員会：水理公式集例題集（昭和60年版），p.34，土木学会，1988年。
- 5)竹内邦良・土屋一仁：正規分布，対数正規分布およびピアソンⅢ型分布のPWM解，土木学会論文集，第393号／Ⅱ-9，pp.95-101，1988年。
- 6)建設省北陸地方建設局千曲川工事事務所：千曲川・犀川，1990年。
- 7)宝 馨・高棹琢馬・清水 章：極値分布の母数推定法の比較評価，京都大学防災研究所年報，第32号，B-2，pp.455-469，1989年。
- 8)Baker, V. R. : Pareoflood hydrology and hydroclimatic change, The Influence of Climate Change and Climatic Variability on the Hydrologic Regime and Water Resources, IAHS Publ. No.168, pp.123-131, 1987.
- 9)山田啓一：千曲川における寛保2年（1742年）洪水の規模推定について，第9回日本土木史研究発表会論文集，pp.131-134，1989年。
- 10)McCORD, V. A. S. : Augmenting flood frequency estimates using flood-scarred trees, Ph. D. Dissertation, The University of Arizona, 1990.
- 11)寒川典昭・山下伊千造・南 志郎：千曲川下流の歴史洪水の復元と考察，土木史研究，No.12（投稿中）。