【土木計画学研究・講演集 No.15(1) 1992年11月】

# 都市高速道路におけるＢＰ流入制御の実用的解法

The Practical Algorithm of BP On-ramp Traffic Control for Urban Expressway

飯田恭敬* 内田 敬** 金 周顯*** 吉岡 優****

By Yasunori IIDA, Takashi UCHIDA, Ju-Hyun KIM, Masaru YOSHIOKA

In the near future, urban expressway networks are expected to expand its scale, hence become complicated. Drivers will be able to have multiple route alternatives for a given O-D pair. So, the on-ramp traffic control used for reducing the congestion should consider the driver's route choice behavior in complicated network.

This paper examined the practical solution algorithm of the BP(Bilevel programming) on-ramp traffic control given multiple travel routes between on and off ramp pair. The BP on-ramp traffic control method is an expansion of the traditional LP control method, and has emerged as a new control formula. It is more difficult to obtain the solution of BP control, compared with the LP control method, since it includes user equilibrium problem for the explicit description of drivers route choice. This study proposes three approximation methods for BP control. The precision and calculation time of the approximation obtained by using each of three methods, depend on the scale of the network. By numerical examination using networks of different scale, efficiency of the calculation methods and some implications for application to real-scale network are drawn.

## １．はじめに

都市高速道路において円滑な交通サービスを維持する基本的な手法として，オンランプからの流入交通量を制御対象とするＬＰ制御[1]がある．ＬＰ制御は平常における自然渋滞を予防する目的で都市高速道路の全ての区間で交通量を容量以下に抑え，かつ総利用台数（総利用距離）を最大となるように，各ランプからの流入交通量を決定するものである．

近い将来に，都市高速道路網は，大規模かつ複雑化することが予想されるが，このようになると，ドライバーは都市高速道路上でも経路を選択することが可能になるため，流入制御による渋滞対策においてもドライバーの経路選択行動を考慮することが必要である．しかし，従来用いられているＬＰ制御では，ＯＤペア間の利用可能経路を１本と仮定しているために，大規模な道路網を対象にすると十分な対応ができない．

既に，ＯＤ間に複数の経路が存在する場合に適用できるように流入制御手法として従来用いられているＬＰ制御を拡張して，新たにＢＰ制御方式を提案した[2]．ＢＰ制御は，経路選択を内生化しているためＬＰ制御に比べて求解が困難となる．実用的解法としてコンプレックス法を提案したが，ネットワークの規模が数値計算法の適用性に影響することから実際規模の都市高速道路網へ適用可能な解法を明らかにすることが課題としてある[3]．そこで，本研究では，現実の大規模都市高速道路網への適用を可能にするような実用的解法を開発する．

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室
** 正会員 工修 京都大学助手 工学部交通土木工学教室
*** 学生員 工修 京都大学大学院工学研究科 博士後期課程
**** 学生員 京都大学大学院工学研究科 修士課程
（〒６０６－０１ 京都市左京区吉田本町）

## ２．ＢＰ制御モデルの定式化

### （１）前提条件

ＢＰ制御の定式化における，前提条件は以下のようにまとめることができる．

①ＯＤペア間に，利用者にとって選択可能な経路(パス)が複数存在する．

②従来からのＬＰ制御に含まれる制約は，そのまま継承する．すなわち，各リンク交通量はその容量を越えないし，各流入ランプの許容流入量は流入需要量と等しいかそれ以下でなければならない．

③リンク所要時間は，リンク交通量の単調増加関数である．交通量の増加に従う混雑現象は，この関数に反映される．

④利用者は自由に経路を選択できる．その結果，ネットワークフローは利用者均衡状態にあると仮定する．

ここで①は，ＬＰ制御手法の問題点のうち，複数経路への対応が困難であるという点を改善することを意味している．③はＬＰ制御の前提条件のうち，リンク所要時間とリンク交通量との関係についての仮定が必ずしも現実的ではないため設定した条件である（ＬＰ制御では，リンク所要時間はその交通量とは関係なく一定であると仮定されている）．④はネットワーク交通流に関する仮定であり，利用者はそれぞれ各自のトリップ所要時間が最小となるように経路選択を行うということと，定常状態のフローを対象とすることを意味する

（２）定式化

ＢＰ制御は，ドライバーの経路選択を内生化するために利用者均衡の考え方を用いて，従来からのＬＰ制御問題を拡張したものである．利用者均衡問題は，ある最適化問題の解として与えられるから，ＢＰ制御問題は最適化問題を制約条件の中に持つ２レベル最適化問題(Bilevel Programming)となる[4),5)]．

上位の最適化問題は，流入制御システムの運用者の意志決定プロセスを記述するものである．

この問題の目的関数を設定するにあたっては，都市高速道路は，通過交通等，長距離トリップの円滑な処理がその重要な機能の一つである点を考慮する．本研究では，比較的長距離を利用するドライバーが優先される傾向を示す，総走行台キロ最大化を用いた．制御変数は許容流入台数Ｕ(＝ $\{U_i\}$ )である．

下位の最適化問題は，与えられたランプ流入量に対するネットワーク交通流を記述するためのものである．流入制御システムの運用者は，ランプ流入量を決定するが，利用者の経路選択行動を直接的に制御することはできない（前提条件④）から，ネットワーク交通流は利用者の自由な経路選択行動を集計したものとなる．したがって，下位問題は，需要固定型の利用者均衡問題[6)]となる．

利用者均衡問題を制約条件とする最適流入制御（ＢＰ）モデルは，次のように定式化できる．

［上位問題］

$$max \sum_{i \in I} U_i \overline{d}_i \qquad (1)$$

$$s.t. \sum_{i \in I} Q^*_{ia} U_i \leqq C_a \qquad a \in A \quad (2)$$

$$0 \leqq U_i \leqq U_i^d \qquad i \in I \quad (3)$$

［下位問題］

$$min \sum_{a \in A} \int_0^{X_a} t_a(x)\,dx \qquad (4)$$

$$s.t. \sum_{k \in K_{ij}} h_{kij} = U_i P_{ij} \qquad i \in I, j \in J \quad (5)$$

$$X_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} \delta_{akij} h_{kij} \qquad a \in A \quad (6)$$

$$h_{kij} \geqq 0 \qquad k \in k_{ij}, i \in I, j \in J \quad (7)$$

ここに，

$U_i$ ：ランプ $i$ からの流入交通量（制御変数）

$U_i^d$ ：ランプ $i$ からの流入需要量

$\overline{d}_i$ ：ランプ $i$ からの流入車の平均利用距離

$C_a$ ：リンク $a$ の容量

$A$ ：リンクの集合

$I$ ：流入ランプの集合

$J$ ：流出ランプの集合

$Q^*_{ia}$ ：影響係数（流入ランプ $i$ から１台の車が流入した場合，リンク $a$ に生じる交通を表す）
$Q^*_{ij} = \sum_j X^*_{aij} / U_i$

$P_{ij}$ ：目的地選択確率（流入ランプ $i$ から流入した車が，流入ランプから流出する確率）
$\sum_{j \in J} P_{ij} = 1$

$X_a$ ：リンク $a$ の交通量

$t_a(x)$ ：リンク $a$ の走行時間関数（リンク交通量に対する単調増加関数）

$h_{kij}$ ：ＯＤペア $i, j$ 間の経路 $k$ の交通量

（下位問題の決定変数）

$K_{ij}$ ：ODペア $i, j$ 間の利用可能経路の集合

$\delta_{akij}$ :経路行列（$i, j$ のパスがリンク $a$ を通るとき1，そうでなければ0）

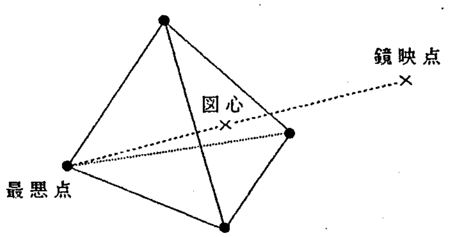
上位問題において利用者の経路選択を表現している影響係数 $Q^*_{ia}$ は，LP制御では先決的に与えるが，BP制御では，下位問題を解くことによって内生的に決定される．具体的には，与えられた流入交通量**U**に対して，下位の最適化問題を解いて得られるリンク交通量のOD内訳をオンランプ側で集計することにより，$Q^*_{ia}(U)$ が定義されることになる．

### 3．数値計算法

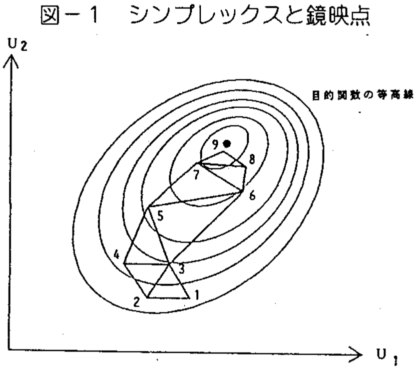
（1）コンプレックス法[2),7),8)]

BP制御問題は，最適化問題（利用者均衡問題）をその制約条件として持つ2レベル最適化問題の枠組みで定式化され，制約条件式が非線形でかつ陽には与えられない．したがって，解析的に制約領域を明示することができず，また，非線形計画問題の解法として実用的である目的関数と制約条件式の勾配を用いる勾配法によって最適解を探索することは容易ではない．

そこで，この問題の実用的解法として，本研究ではコンプレックス法を応用することとした．コンプレックス法は，シンプレックス（simplex)と呼ばれる幾何学的な図形が主たる役割を果たす．ここでシンプレックスとは，n個の操作変数からなるn次元空間におけるK個（K≧n＋1）の点を頂点とする幾何学的図形のことである．コンプレックス法の中心的考え方は，シンプレックスの頂点を，それらの中で最悪の目的関数値をとる点（最悪点）とその他の頂点に分けると，最悪点以外の頂点から構成される図形の図心に関する最悪点の鏡映点は，もとの点よりも目的関数値を改善させることが期待できるというものである．この期待が正しければ，この鏡映のプロセス（必要に応じて制約条件を満たすようにシンプレックスの収縮・縮小・許容化の操作を加える）を続けていくことにより，シンプレックスを最適点に近づけることができる．図－1は，3次元空間のシンプレックスと鏡映点を図示したものである．図－2は，シンプレックスが最適点に収束していく様子を示す．図－2では頂点数が3個で2次元の場合である．最悪点1を鏡映すれば，鏡映された点（試行点）4に対する目的関数値は頂点1より改善されることが期待される．この鏡映のプロセスを続けていくことにより，シンプレックスの最適点9に近づくことができる．




図－1　シンプレックスと鏡映点




図－2　シンプレックスによる解の探索

（2）BP制御へのコンプレックス法の適用

定式化されたBP制御問題にコンプレックス法を適用することを考える．このとき，シンプレックスの頂点は，上位問題の制御変数であるランプ流入交通量の組み合わせ$U$（$U_1, U_2, \cdots, U_n$）で与えられる．頂点はn個の独立変数によって定められるn次元空間における点と考えられるから，流入交通量の組み合わせを（n＋1）個以上考えることにより，シンプレックスを形成することができる．

また，どのような流入交通量の組み合わせ$U$ に対しても，下位問題を解けば利用者均衡フローを求めることができる．それが上位問題の制約条件を満足するかどうか調べることによって，頂点である流入交通量の組み合わせ$U$ の実行可能性を判断することができる．

コンプレックス法を用いた解法では，まず，制約条件を満たす流入交通量の組み合わせ$U$ を（n＋1）個以上用いてシンプレックスを作る．つぎに，シン

プレックス法のアルゴリズムに従って，上位問題の目的関数値$f$（$U$） を増加させる方向にシンプレックスを転動させる．そして，シンプレックスを更新するごとにその頂点が制約条件を満たすがどうか調べ，もしそうでない場合は制約条件を満たすように修正動作を行いながら，最適解に収束するまでシンプレックスを更新していく．

ＢＰ制御問題は２レベル最適化問題であるため，試行点を更新するごとに下位問題を解く必要があるから，コンプレックス法による解法の実用性は，下位問題の解法にも大きく依存する．そこで，下位問題である利用者均衡フローを求めるためには，Frank-Wolfe法[9]，ＩＡ法[9]，勾配射影法[10]の３通りの近似解法を試用し，これらの実用性を比較する．

## ４．数値計算例[11]

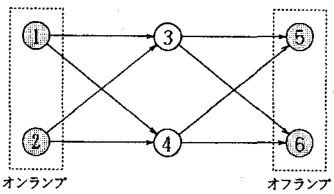
ＢＰ制御はネットワークフローの均衡問題を含んでいるから，ネットワーク規模により解法の精度と計算時間の挙動が異なることが予想される．

実際の交通制御への適用可能性を論議するためには，実用化への方向性を示唆できる程度に規模が大きいネットワークを用いて数値計算を試行する必要がある．

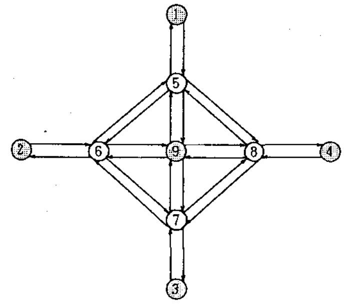
本研究では，仮想の小規模のネットワーク（道路網Ａ・図－３）と中規模の放射環状型（都心環状線のみ）のネットワーク（道路網Ｂ・図－４）と大規模な放射環状型（都心環状線，外郭環状線）の都市高速道路を想定したテストネットワーク（道路網Ｃ・図－５）を対象として数値計算を行う．これらの図で網掛けのしてあるノードがセントロイドである．

ここで規模が異なるネットワークを用いて数値計算を行う目的は，ネットワーク規模による解法の適性の違いについて考察することによって，さらに大きなネットワークへ適用する場合の解法の適用の方向性についての知見を得ることにある．

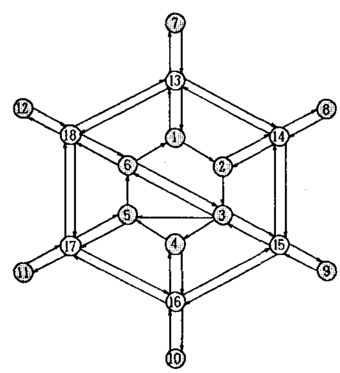
３．に示したようにここで提案する解法では繰り返し計算によって最適解へ収束させるため，コンプレックス法の収束条件の設定によって収束解や計算時間に差異が生じる．したがって，上位問題の解法であるコンプレックス法の収束基準（転動の停止規準）においては目的関数値の変動係数によって２通りの規準を設定した．同様に下位問題の解法も近似解法であることから，Frank-Wolfe法ではリンク交通量の変動率によって４通り，また勾配射影法ではＯＤペア間の平均所要時間とその経路の所要時間の差によって４通り，ＩＡ法については分割数によって３通りの収束基準を設定した．表－１は，計算ケースの記号と計算条件の対応関係を示している．



図－３　道路網Ａ（小規模）



図－４　道路網Ｂ（中規模）



図－５　道路網Ｃ（大規模）

図－６は，大規模ネットワーク（道路網Ｃ）を対象としたときの解と計算時間の関係をまとめている．下位問題の解法と対応させて次のことが言える．

表－１　下位問題の解法・収束基準と計算ケース番号

| | | Frank&Wolfe法 収束基準(○) | | | | ＩＡ法分割数 (□) | | | 勾配射影法 収束基準(△) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0.5% | 1.0% | 3.0% | 5.0% | 50 | 30 | 10 | 0.5% | 1.0% | 3.0% | 5.0% |
| ｺﾝﾌﾟﾚｯｸｽ法 収束基準 | 0.5% | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | 1.0% | 5 | 6 | 7 | 8 | 4 | 5 | 6 | 5 | 6 | 7 | 8 |

①収束判定基準を変化させてもFrank-Wolfe法による解はあまり差がないが，計算時間の差が大きい．

②ＩＡ法で得られる解には若干のばらつきが見られる．計算時間の差はFrank-Wolfe法に比べ小さい．

③勾配射影法は他の２つの解法を用いた場合よりは解が小さいが勾配射影法の収束基準の変化による解および計算時間の差はみられない．コンプレックス法の収束基準のみによって解および計算時間が異なる．

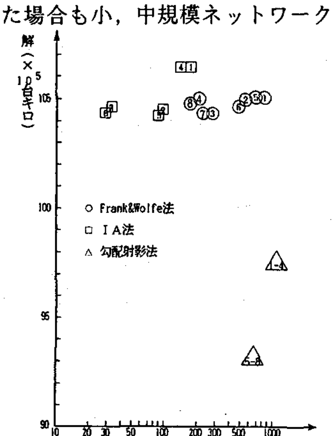
Frank-Wolfe法，ＩＡ法を下位問題の解法として用いた場合には，解・計算時間に対してコンプレックス法の収束基準よりはFrank-Wolfe法あるいはＩＡ法の基準の方が影響する．しかし，勾配射影法の場合はコンプレックス法の収束基準の影響が大きいと考えられる．

次に，より大規模なネットワークへの適用性を議論するために，ネットワーク規模の違いが及ぼす影響をみる．

図－７は，ネットワーク規模と解の安定性の関係を示している．図中の縦軸には解法ごとに，収束基準がいちばん厳しいときの値を１として基準化した解の値を示している．

Frank-Wolfe法は中規模ネットワークになった場合，精度が低くなる．図－７に示しているようにFrank-Wolfe法の収束基準によって解が変化するため，精度が不安定である．大規模ネットワークになった場合は比較的安定している．

ＩＡ法は小規模ネットワークと中規模ネットワークの場合は解が不安定である．大規模ネットワークになった場合も小，中規模ネットワークのときよりは精度が高くなっているが不安定である．



図－６　解と計算時間（道路網Ｃに適用）

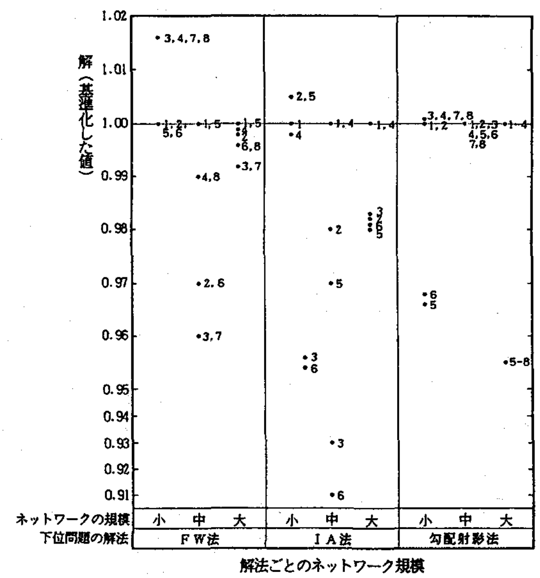
勾配射影法は中規模ネットワークの場合は収束基準を変化させても解が一定で非常に安定している．大規模ネットワークに対しては２つに分かれて分布しているが，これはコンプレックス法の収束基準によるもので，勾配射影法の収束基準には影響されないため，解は非常に安定していると言える．

以上のことから，Frank-Wolfe法，ＩＡ法を用いる場合には，ネットワーク規模や収束基準（分割数）に対して解精度が敏感であることに注意しなければならないことがわかる．

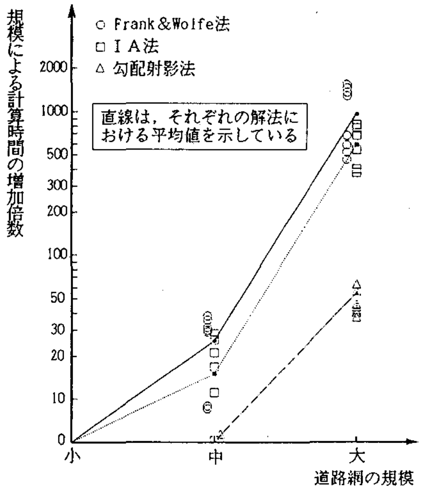
最後に，計算時間について検討する．

図－８は，ネットワーク規模の拡大が計算時間の増加に及ぼす影響の程度を示している．ここでは，下位問題に用いる解法（ケース）ごとに，道路網Ａに適用したときの計算時間を基準にして，道路網Ｂと道路網Ｃに適用したときの計算時間の比を縦軸にとっている．

ネットワーク規模が中規模（道路網Ｂ）になった場合，計算時間の増加はFrank-Wolfe法が 7～39倍，ＩＡ法が1～29倍に増加している．勾配射影法はほぼ1倍で，ほとんど増加していない．ネットワーク規模が大規模（道路網Ｃ）になった場合，計算時間の増加はFrank-Wolfe法が468～1534倍増加で，いちばん著しい増加をみせている．ＩＡ法は385～816倍に



図－７　ネットワーク規模が解の安定性に及ぼす影響




図－８　ネットワークの拡大が計算時間に及ぼす影響

増加している．勾配射影法は38～62倍の増加であって増加の程度が低い．

計算時間の点では，本研究で用いたネットワークの規模ではＩＡ法，Frank-Wolfe法，勾配射影法の順序で計算時間が短いことを見せているが，計算時間の増加の傾向を外挿すれば，さらに大きい現実の大規模ネットワークに適用するならば，実計算時間について勾配射影法が有効になると考えられる．

以上のことから，さらに大きい現実の大規模ネットワークに対して計算する場合には，①計算精度が下位問題の収束判定基準によらず安定していることと，②ネットワーク規模が拡大しても計算時間の増加の程度が低いことから，勾配射影法が実用的で有効であると考えられる．

## 5．おわりに

将来的には，都市高速道路網の大規模化とニューメディアの発達を背景に利用者への交通情報提供システムの充実が予想されており，その場合に備えて，大規模化した都市高速道路網と利用者への交通情報提供の高度化に対応できる交通制御システムの構築が必要である．

そこで，本研究ではＯＤペア間に複数の利用可能な経路が存在する場合に対応できる流入制御方法を開発するため，ＢＰ制御を提案し，また数値計算例を示してネットワーク規模による下位問題の解法の適用性について検討した．

ＢＰ制御手法を用いて異なるネットワークに適用し数値計算を行った結果，現実の大規模ネットワークに適用する場合は，計算時間の増加率が低いことと解の精度が安定していることから勾配射影法が実用的で有利な解法であることがわかった．

今後に残された課題として以下の点が挙げられる．

①コンプレックス法を用いた計算法の問題点の再検討と計算アルゴリズムの改良．

②交通情報提供時の交通行動モデルの検討

本研究では，初期段階としてドライバーの経路選択行動の結果を利用者均衡で記述した．今後，他の行動モデルの可能性を検討するともに，それに対応したＢＰ制御の拡張を予定している．

③問題構造の動学化

本研究での流入制御手法は，１日の平均的な静的な流入制御である．しかし，道路網上の交通流は時々刻々と変動するため，動的流入制御方法の検討が必要である．

### 参考文献


1）飯田恭敬編著：交通工学，国民科学社，pp. 266, 1992.

2）飯田恭敬・朝倉康夫・田中啓之：複数経路を持つ都市高速道路の最適流入制御方法，土木計画学研究・講演集，No. 12，pp. 305-312，1989.

3）飯田恭敬・吉岡　優：都市高速道路の新しい流入制御方法に関する研究，土木計画学研究・講演集，No. 14，pp. 659-666，1991.

4）朝倉康夫：利用者均衡を制約とする交通ネットワークの最適計画モデル，土木計画学研究・論文集，No. 6，pp1-19，1988.

5）鈴木光男：ゲーム理論入門，共立出版，pp. 52-58，1981.

6）井上博司：需要固定型交通均衡モデル，土木学会編「交通ネットワークの分析と計画」，pp. 49-66，1987.

7）志水清孝：システム最適化理論，pp. 92-99，コロナ社，1976.

8）J. Kowalik・M. R. Osborne（山本善之・小山健夫共訳）：非線形最適化問題，pp. 27-33，倍風館，1970.

9）井上博司：道路網における均衡交通量配分の勾配射影法による計算法，土木学会論文集，第313号，1981年9月.

10）金周顯・飯田恭敬・内田敬：大規模都市高速道路網の流入制御方法の開発，平成４年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，pp. Ⅳ-7，1992.