

分級結果に基づく最適ゾーニング問題

Optimal Allocation Problem of Land Use Zones

Based on the Results of Land Suitability Analysis and Some Constraints

清水英範*, 河合毅治**

By Eihan SHIMIZU and Takeharu KAWAI

This study concerns how to allocate land use zones for zoning regulation under the condition that the results of land suitability analysis are given. Important factors to be considered are size of each land use zone, relationship between adjacent land use zones, etc. This allocation process is formulated as optimization problem which maximizes the sum of land suitability under some constraints representing the above factors. It is demonstrated that "augmented Lagrangean function" of this problem can be programmed and solved on the Hopfield neural network model. The adaptabilities of the formulation and optimization procedure are examined in the practical examples.

1. はじめに

本研究では、土地利用計画における土地分級結果が何らかの方法で与えられたとき、各計画区域を実際にどのように配置して対象地域をゾーニングするかという問題を考える。

ゾーニングの問題を土地分級と分けて考えなくてはならない理由は明確である。すなわち土地利用計画手法における土地分級は、ある計画区域を想定した場合の各土地の適性度を評価するものであり、そこでは地形条件や社会基盤整備状況等に起因する土地特性は外生条件として考慮することはできる。しかし、ゾーニングを実際に行うにあたって考えなくてはならない計画区域間の隣接条件や形状条件等を明示的に考慮することはできない。なぜなら、隣接する土地がどのような計画区域となるか、各土地がどのような面積あるいは形状をなす計画区域内に含まれるのかといった土地特性は、ゾーニングの結果

として生じる土地特性だからである。

本研究では、ゾーニングの過程を計算機によって合理的に支援するという視点から、これを最適化問題として扱う。もちろん、考慮する条件や定式化の方法は適宜変更し、試行錯誤的な検討を行うことが前提である。さて、最適化問題としてみるとき、これは各土地に計画区域のいずれかを割り当てる、いわゆる組み合わせ最適化問題となり、巡回セールスマン問題やスケジューリング問題等と同様なNP完全となる。しかも想定する土地の数は数千～数万のオーダーであり、この問題を0-1整数計画問題や非線形計画問題に対する一般的な最適化手法で解くことは事実上不可能と言わざるをえない。

そこで筆者らは、この最適ゾーニング問題に対して実用的な近似解を与える方法として、Hopfield型ニューラルネットワークモデルを援用することに着目し、その定式化と最適化アルゴリズムについての検討を行っている。これらの基本的な考え方については昨年度の本講演集において発表を行った通りである。¹⁾ 本稿は、その継続研究に関する報告であり、定式化の修正とより大規模な問題への適用可能性に

* 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

** 学生員 東京大学生産技術研究所
(〒106 港区六本木7-22-1)

ついて検討を行ったものである。なお、最適ゾーニング問題の定式化及びニューラルネットワークモデルの一般形については前稿で説明しているため、本稿では必要最小限の記述にとどめる。

2. 最適ゾーニング問題の定式化

(1) 考慮すべき条件の定式化

① 単一計画区域条件

各土地に割り当てる計画区域は1つであるという基本的条件であり、ここでは実数変数として以下のように定式化する。

$$1 - \sum_s x_{is} = 0 \quad \dots(1)$$

$$x_{is}(1 - x_{is}) = 0 \quad \dots(2)$$

$$(i=1, 2, \dots, I; s=1, 2, \dots, S)$$

ただし、 x_{is} : ゾーニング後の土地 i の計画区域 (s ならば 1; s でないならば 0)

② 分級結果条件

与えられた分級結果を十分考慮するための条件であり、以下のような目的関数で定式化する。

$$\min. f(x) = - \sum_i \sum_s (U_{is} x_{is}) \quad \dots(3)$$

ただし、 U_{is} : 計画区域 s を想定した場合の土地 i の適性度

③ 総面積条件

各計画区域の総面積は上位計画等によって別途定められているものとして制約条件とする。

$$1 - \sum_i a_i x_{is} / A_s = 0 \quad \dots(4)$$

ただし、 A_s : 計画区域 s の必要総面積
 a_i : 土地 i の面積

④ 隣接条件

隣接を禁止する計画区域に関する制約条件でここでは以下のように定式化する。

$$x_{is} x_{i's'} = 0 \quad \dots(5)$$

ただし、 i' : i に隣接した土地
 s' : s との隣接を禁止された計画区域

⑤ 最小面積・形状条件

一団となる計画区域の面積をなるべく大きく、かつ整形とするための条件であり、ここでは以下のような目的関数として定式化する。

$$\min. g(x) = - \sum_i \sum_{i'} \sum_s x_{is} x_{i's} \delta_{sz} \quad \dots(6)$$

ただし、 z : 面積を大きく、かつその形状を整形
としたい計画区域

(2) 最適ゾーニング問題の定式化

本問題を制約なし最適化問題とするため、乗数法の考え方にしたがって以下のような拡張ラグランジュ関数²⁾として定式化する。

$$\begin{aligned} L(x) = & -w_1 \sum_i \sum_s U_{is} x_{is} - w_2 \sum_i \sum_{i'} \sum_s x_{is} x_{i's} \delta_{sz} \\ & + \sum_s \lambda_s (1 - \sum_i a_i x_{is} / A_s) + (R_\lambda / 2) \sum_s (1 - \sum_i a_i x_{is} / A_s)^2 \\ & + \sum_i \mu_i (1 - \sum_s x_{is}) + (R_\mu / 2) \sum_i (1 - \sum_s x_{is})^2 \\ & + \sum_i v_i (x_{is} - x_{is}^2) + (R_v / 2) \sum_i (x_{is} - x_{is}^2)^2 \\ & + \sum_i \sum_{i'} \sum_s \sum_{s'} \rho_{ii'ss'} x_{is} x_{i's'} \\ & + (R_\rho / 2) \sum_i \sum_{i'} \sum_s \sum_{s'} (x_{is} x_{i's'})^2 \quad \dots(7) \end{aligned}$$

ここで、

$\lambda_s, \mu_i, v_i, \rho_{ii'ss'}$: ラグランジュ乗数

$R_\lambda, R_\mu, R_v, R_\rho$: 2次のペナルティ・パラメータ

w_1, w_2 : 多目的最適化問題の重みパラメータ

3. Hopfield型ニューラルネットワークモデルによる解法

(1) ニューラルネットワークモデルの定式化

いま、ユニット is の内部状態を u_{is} 、出力を v_{is} とし、Hopfieldのdiscreteタイプのニューラルネットワークモデル³⁾⁴⁾を以下のように定式化する。

$$u_{is} = \sum_{j,t} T_{isjt} v_{jt} + I_{is} \quad \dots(8)$$

$$v_{is} = (1/2)(1 + \tanh(u_{is} / \theta)) \quad \dots(9)$$

ここで、 T_{isjt} : ユニット is, jt 間の結合強度
 θ : 温度パラメータ

$$\text{この時、} \quad T_{isis} = 0, T_{isjt} = T_{jtis} \quad \dots(10)$$

かつユニットの状態変化が非同期的であれば、以下に示すニューラルネットワークのエネルギー関数 E が減少する方向にユニットの状態が変化することがわかっている。

$$E(v) = -(1/2) \sum_i \sum_j \sum_t T_{isjt} v_{is} v_{jt} - \sum_i \sum_s I_{is} v_{is} \quad \dots(11)$$

すなわち、拡張ラグランジュ関数 $L(x)$ をエネルギー関数 $E(v)$ の形で表現することができれば、ニューラルネットワークモデルを用いて最小化を達成できる。ただし、広域的な最小化である保証はない。以後、ニューラルネットワークによる最小化という表現はすべて局所的な最小化を意味する。

(2) 最適ゾーニング問題への応用

いま、温度パラメータ θ を小さくすることにすれば、制約条件式(2)は結果として必要なくなる。また x に関する3次以上の項は無視するものとする。この時、拡張ラグランジュ関数は以下のように表される。

$$\begin{aligned} L(x) = & -w_1 \sum_{i,s} U_{is} x_{is} \\ & -w_2 \sum_{i,s,j,t} x_{is} x_{jt} \delta_{i',j} \delta_{st} \delta_{sz} \\ & + \sum_s \lambda_s - \sum_{i,s} \lambda_s a_i x_{is} / A_s \\ & + (R_\lambda / 2) S - R_\lambda \sum_{i,s} a_i x_{is} / A_s \\ & + (R_\lambda / 2) \sum_{i,s,j,t} (a_i a_j / A_s^2) x_{is} x_{jt} \delta_{st} \\ & + \sum_i \mu_i - \sum_{i,s} \mu_i x_{is} \\ & + (R_\mu / 2) I - R_\mu \sum_{i,s} x_{is} \\ & + (R_\mu / 2) \sum_{i,s,j,t} x_{is} x_{jt} \delta_{ij} \\ & + \sum_{i,s,j,t} \rho_{isjt} x_{is} x_{jt} \delta_{i',j} \delta_{s',t} \quad \dots (12) \end{aligned}$$

ここで式(10)の第1式の条件から、 $L(x)$ をエネルギー関数で表現するためには、 $L(x)$ の2次項は多重1次形式である必要がある。⁵⁾そこで、 x_{is} が0または1になることに注意して式(12)の第7項及び12項を各々以下のように変換する。(この変換は筆者のミスにより前稿では行っていない。そのため前稿での定式化は完全な意味でのHopfield型ニューラルネットワークモデルになっていない。)

$$\begin{aligned} & (R_\lambda / 2) \sum_{i,s,j,t} (a_i a_j / A_s^2) x_{is} x_{jt} \delta_{st} \\ = & (R_\lambda / 2) \sum_{i,s,j,t} \{ (a_i a_j / A_s^2) x_{is} x_{jt} (1 - \delta_{ij}) \delta_{st} \\ & + (a_i a_j / A_s^2) x_{is} x_{jt} \delta_{ij} \delta_{st} \} \\ = & (R_\lambda / 2) \sum_{i,s,j,t} \{ (a_i a_j / A_s^2) x_{is} x_{jt} (1 - \delta_{ij}) \delta_{st} \} \\ & + (R_\lambda / 2) \sum_{i,s} (a_i^2 / A_s^2) x_{is} \quad \dots (13) \end{aligned}$$

同様に、

$$\begin{aligned} & (R_\mu / 2) \sum_{i,s,j,t} x_{is} x_{jt} \delta_{ij} \\ = & (R_\mu / 2) \sum_{i,s,j,t} x_{is} x_{jt} \delta_{ij} (1 - \delta_{st}) \\ & + (R_\mu / 2) \sum_{i,s} x_{is} \quad \dots (14) \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} L(x) = & (\text{定数項}) \\ & - \sum_{i,s} \{ w_1 U_{is} + \lambda_s a_i / A_s + R_\lambda a_i / A_s \} \\ & - (R_\lambda / 2) (a_i^2 / A_s^2) + \mu_i + R_\mu - (R_\mu / 2) x_{is} \\ & - (1/2) \sum_{i,s,j,t} \{ 2w_2 \delta_{i',j} \delta_{st} \delta_{sz} \\ & - R_\lambda (a_i a_j / A_s^2) (1 - \delta_{ij}) \delta_{st} - R_\mu \delta_{ij} (1 - \delta_{st}) \\ & - 2\rho_{isjt} \delta_{i',j} \delta_{s',t} \} x_{is} x_{jt} \quad \dots (15) \end{aligned}$$

以上により、 $L(x)$ はエネルギー関数として表現することが可能である。

(3) 最適化アルゴリズム

乗数法とニューラルネットワークモデルを統合した最適化アルゴリズムの概要を図1に示す。

図1におけるニューラルネットワークの最小化とは、ユニットの非同期的状態変化のシミュレーションによる拡張ラグランジュ関数の最小化計算である。具体的には以下のような方法によって、各ユニットの状態を順次変化させる。この際、状態変化を行うユニットの順番はランダムに与える。

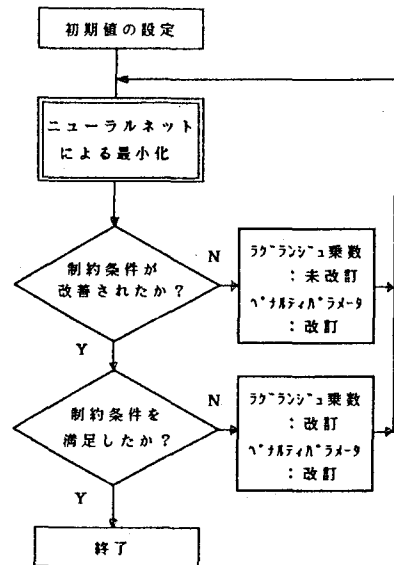


図1 最適化アルゴリズムの概要

$$u_{is}(m) = \sum_{j \in T} \sum_{t \in T} u_{isjt} V_{jt}(m) + I_{is} \quad \cdots (16)$$

$$V_{is}(m+1) = (1/2) \{1 + \tanh(u_{is}(m) / \theta(m))\} \quad \cdots (17)$$

(m: 状態変化の回数)

また温度パラメータ θ は、いわゆる焼鈍し法の考
え方に従って、以下のように改訂していく。

$$\theta(m) = \theta_0 / \log(1+m) \quad \cdots (18)$$

(θ_0 : 正の定数)

なお、ラグランジュ乗数、ペナルティ・パラメ
ータの改訂は乗数法の一般的な方法に準ずる。²⁾ た
だし、ペナルティ・パラメータはすべて以下のような
共通の正の係数 α によって改訂する。

$$R(k+1) = \alpha R(k) \quad \cdots (19)$$

4. 適用

ここでは、簡単な数値実験及び実際問題への適用
を通して、最適化アルゴリズムの検討を行う。

(1) 数値実験

いま図2に示すようなグリッド ($i=1, 2, \dots, 9$) に
対して、4つの計画区域 ($s=1, 2, 3, 4$) についての分
級結果が与えられているものとし、本研究で提案し
た最適化法によってゾーニングを行う。

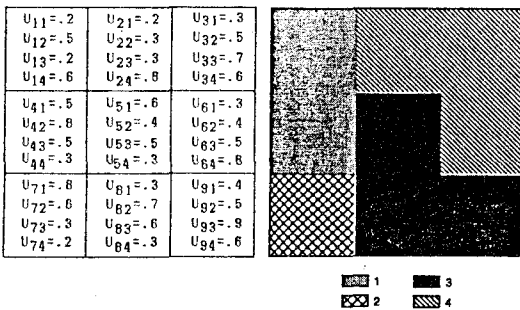


図2 分級結果 図3 ランダム探索解

ゾーニングの条件としては、単一計画区域条件、
分級結果条件の他、以下のような具体的条件を与え
ることにする。

① 総面積条件:

計画区域	1	2	3	4
総グリッド数	2	1	3	3

② 隣接条件: 計画区域2と4の隣接を禁止する。

③ 最小面積・形状条件: すべての計画区域はなるべく大きく、整形にするものとする。

なお重みパラメータは、 $w_1=0.6$, $w_2=0.4$ とする。

まずランダム探索法によって、図3に示すような
解を得た。(なお、拡張ラグランジュ関数の最小化
のみを準ニュートン法で行うことを試みたが、現段
階では単一計画区域条件、隣接条件の非線形制約式
を含めるとうまく収束しない。)

次に、本研究で提案した最適化手法を適用した。
各種パラメータの初期値を試行錯誤的に数回変更し
た後、図3と同じ解を得ることができた。その際の
主要パラメータを以下に示す。

x_{is} の初期値	U_{is}
θ_0	2.1
$\lambda_s, \mu_i, \rho_{ii'ss}$ の初期値	0
$R_{\lambda}, R_{\mu}, R_{\rho}$ の初期値	1.5
α	1.0

図4は、ニューラルネットワークの状態変化に伴
い、エネルギー関数が減少することを示している。
この実験では、計3回のペナルティ・パラメータの
改訂、及び計34回のニューラルネットワークの状
態変化によって、制約条件を完全に満足する解が得
られた。図5は、ニューラルネットワークによる最
小化計算の収束解の変化過程を示したものである。
図中、 $\langle \rangle$ 内はニューラルネットワークの状態変化
の回数を示し、 $\langle 0 \rangle$ は初期解、すなわち分級結果が
最大の計画区域に割り当てたものを示す。

(2) 実際問題への適用

ここでは前稿と同様に、筆者らが横浜市港北区を
対象として行った用途地域指定に関する分級結果⁶⁾
([0,1]の実数値)を利用して、より実的な大規模
問題への適用を試みる。対象地域は、100×100グリ
ッド(1グリッドは20m)をとり、計画区域としては住居

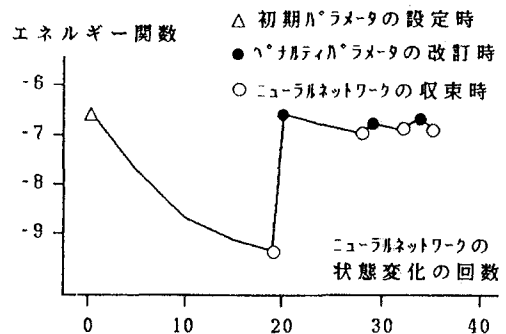


図4 エネルギー関数の変化

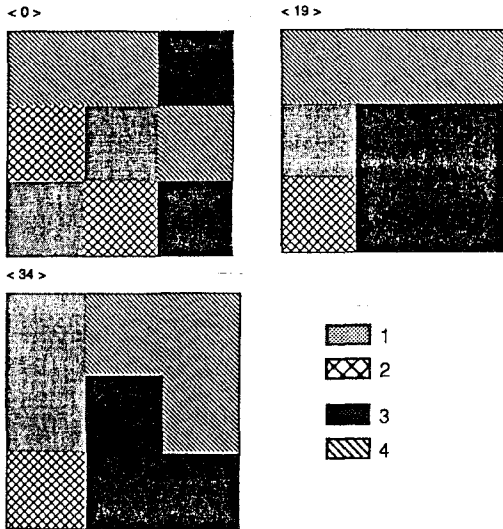


図5 収束解の変化

専用系地域、住居地域、商業系地域、工業系地域の4つを考える。考慮する条件は以下の通りである。

① 総面積条件：

計画区域	住専系	住居	商業系	工業系
総グリッド数	3201	2111	2226	1278

② 隣接条件：住専系と工業系の隣接を禁止する。

③ 最小面積・形状条件：すべての計画区域はなるべく大きく、整形にするものとする。

なお重みパラメータは、 $w_1=0.6$ 、 $w_2=0.4$ とする。

この問題は、 $100 \times 100 \times 4 = 40,000$ 個の変数を有する0-1整数計画問題であり、もはや一般的な最適化手法を適用するのは不可能である。

適用にあたっては、数値実験で用いた各種パラメータを参考にしながら試行錯誤的に数回の実験を行ったが、最小化計算が収束し、かつ制約条件をすべて満足するような解は得られなかった。しかし、総面積条件は完全に満足はしないが、隣接条件は満足し、かつゾーニング結果も一応妥当と考えられる近似解には比較的早く到達できた。この時の各種パラメータの設定値を以下に示す。

x_{is} の初期値	U_{is}
θ_0	2.5
$\lambda_s, \mu_i, \rho_{ii}, \rho_{ss}$ の初期値	0
R_λ, R_μ, R_ρ の初期値	1.5
α	1.2

この際のエネルギー関数及び総面積条件(式(4))の誤差の2乗和の変化過程を図6に示す。これにより、3回目のペナルティ・パラメータの改訂まではエネルギー関数が順調に減少し、総面積条件も満足する方向に状態変化がなされていることが分かる。しかし、その後はエネルギー関数が徐々に増加する傾向を示した。このような挙動は理論的に説明がつかず、今後の検討が必要である。(ただし、筆者らのプログラムにミスがあることも十分考えられる。)

一方、図7は数値実験のときと同様に、ニューラルネットワークによる最小化計算の収束解がどのように変化したかを示したものである。これにより、隣接条件や最小面積・形状条件は比較的早く満足する方向に向かうことが分かる。3回目の収束解<30>は、一応の近似解とみなしてよいと思われる。なお、エネルギー関数の増加に伴って収束条件を満足した6回目の収束解<51>は、急激な解の振動があったことを想像させる。(理由は不明)

(3) 考察

① 各種パラメータの初期値等は試行錯誤的に変更を行うしかない。この際、紙幅の都合上具体例を示すことはできなかったが、ニューラルネットワークの温度パラメータ θ の感度がきわめて高く、 θ_0 の設定には十分な注意が必要である。

② 同じ条件の小規模問題から大規模問題への展開では、各種パラメータはそれほど変化させる必要はない。大規模な問題へ適用する際には、あらかじめ小規模な問題で実験を行っておき、パラメータ設定値の目安をつけておくこと効率的である。

③ 大規模な問題では、制約条件を完全に満足する収束解を得ることは困難である。そのため、収束解

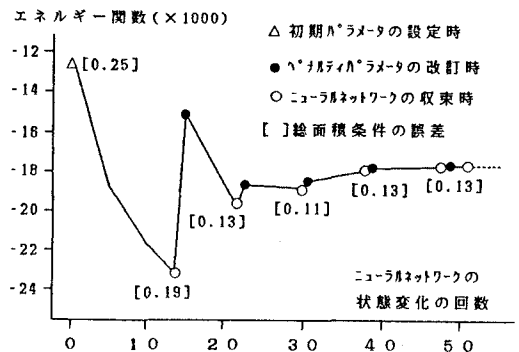


図6 エネルギー関数の変化

が得られるごとに、その結果をディスプレイに表示させ、妥当性を確認しながら作業を進めるといった方法が実用的である。

5. まとめ

本研究の結論をまとめる。

(1) 土地分級結果を所与としたゾーニング問題は、最適化問題としてそのかなりの部分を定式化できる。ただし、この最適化問題はNP完全であり、一般的な最適化手法を適用することは事実上不可能である。

(2) この問題の拡張ラグランジュ関数は、3次以上の項を無視することにより、Hopfield型ニューラルネットワークのエネルギー関数として表現できる。これにより、この問題の近似解法として、乗数法とニューラルネットワークモデルを組み合わせた最適化手法を適用することが理論的に可能である。

(3) 現在までに構築している最適化アルゴリズムには、各種パラメータの初期値を試行錯誤的に与えなくてはならないなどの問題点もある。(これは一般的な最適化手法にも言えることではある)しかし、小規模な問題でパラメータの大きさをある程度決め

ておき、これを参考として大規模な問題に対処するという方法で実用上、十分対処できそうである。

最後に、本論文を作成するにあたり、岐阜大学大学院青木隆裕君の協力を得た。記して感謝する。

【参考文献】

- 1) 清水英範, 河合毅治: 土地分級結果に基づく用途地域の配置問題, 土木計画学研究講演集No.13, pp.425-430, 1990./2) 今野浩, 山下浩: 非線形計画法, 日科技連, pp.237-252, 1988./3) J.J.Hopfield and D.W.Tank: "Neural" Computation of decisions in Optimization Problems, Biological Cybernetics, Vol.52, pp.141-152, 1985./4) M.Takeda and J.W.Goodman: Neural networks for computation: number representations and programming complexity, Applied Optics, Vol.25, No.18, pp.3033-3046, 1986./5) (社) 日本工業技術振興協会ニューロコンピュータ研究部会編: ニューロコンピューティングの基礎理論, 海文堂出版, pp.76-97, 1990./6) 清水英範, 巖網林, 中村英夫: 知識ベースに基づく用途地域指定支援システム, 土木学会論文No.425, pp.107-116, 1991.

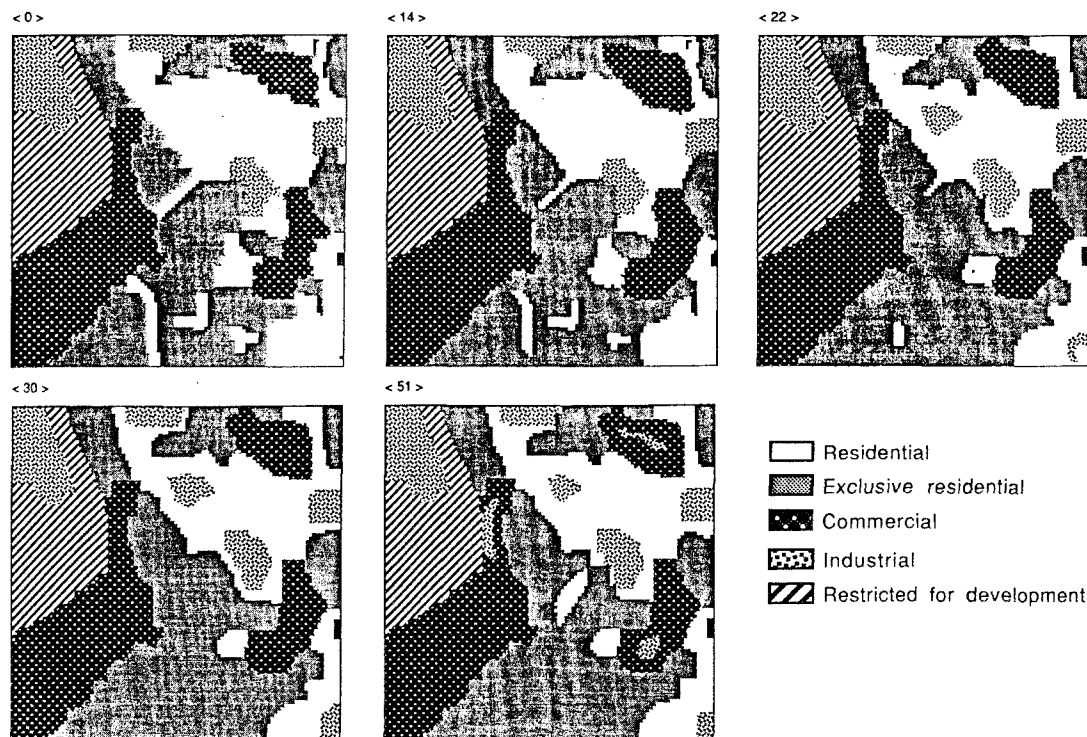


図7 収束解の変化