

ニューラルネットワークのスケジューリング問題への適用
Application of Neural Network to Scheduling Problems

日高 誠* 湯沢 昭** 須田 照***

By Makoto HIDAKA Akira YUZAWA and Hiroshi SUDA

In this paper, we discuss the method of applying neural network to resource allocation in construction scheduling. It is very difficult to solve the resource allocation using LP or simulation system. A parallel operation using neural network can calculate time scheduling and resource allocation simultaneously. The procedure entails that there are different resources with some activities carried out using the same resource.

As a result, we find that this method could give the optimal schedule at the shortest possible time.

Keywords: resource allocation, neural network, PERT

1. はじめに

今日、土木工事の大規模化、複雑化によって施工管理者は多くの制約条件を考慮しながら施工計画を行わなければならない状況にある。特にスケジューリング問題においては、投入資源の制約、工事期間の制限等を考慮しながらより適切な工程計画を策定する必要がある。

建設工事におけるスケジューリング問題を記述する方法としては、PERT等のネットワーク手法が最も一般的なものである。しかし、投入可能な資源に制約があり、また複数の工種間で同一資源を使用する場合、その最適スケジューリングを決定することは容易ではない。この場合には、B

ABによる組合せ問題の適用やシミュレーションによる方法等¹⁾が用いられているが、これらの方法はいずれもネットワークの規模が大きくなるに従いその計算量も膨大になり、必ずしも一般的な方法とはいえない。

こうした問題を解決する手段として、近年話題を呼んでいるニューラルネットワーク理論²⁾⁻⁴⁾がある。ニューラルネットワークは、優れた並列情報処理能力を持ち、巡回セールスマン問題などの組合せ最適化問題を効率的に解く手段として有効であることが知られている。

そこで本論文では、資源の制約を考慮したスケジューリング問題へニューラルネットワークの適用を行い、その適用可能性の検討を行う。ただし、今回は以下に示す2つの資源配分問題に限定した。

(1) 1種1資源配分問題: ただ1種の資源が単1個だけ存在する場合

(2) n種1資源配分問題: n種類の資源が各1個だけ存在する場合

*学生会員 東北大学大学院工学研究科

(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

**正会員 工博 東北大学助手 工学部土木工学科
(同上)

***正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科
(同上)

2. ニューラルネットワーク

ニューラルネットワークは、生体の神経系からヒントを得たものである。これは、たくさんの「比較的単純な情報処理要素」が相互に結合し、「簡単な信号」をやりとりすることで並列情報処理を可能にする。本章ではニューラルネットワーク理論の概要を、最適化問題への適用に要点を絞って説明する。

(1) ニューロンモデル

生体の神経系を抽象化して考えると、多数の神経細胞（ニューロン）がシナプスと呼ばれる他のニューロンとの結合部分で結合したネットワークとしてモデル化することができる。シナプスは、一種の化学物質のやりとりで情報（信号）を伝える。ニューロンは自分の持つ多数のシナプスによって他のニューロンから信号を受取り、その総和がある値（しきい値）を越えると今度は自分自身が「発火」して、他のニューロンへ信号を送る。したがって、ニューロンは入力情報を別の出力に変換する関数として数学的に記述し、モデル化できる（図-1）。

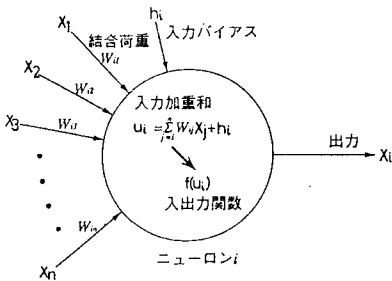


図-1 ニューロンのモデル化

またこのようなネットワークでは、各ニューロンの入出力関数での計算や各シナプス結合の計算は、並列処理的に行うことができる。

(2) Hopfieldモデル

ニューラルネットワークはニューロンの結合方法によって階層型と相互結合型の二種類に大別できるが、このうち最適化問題に適用可能なのは相互結合型である（図-2）。

Hopfield⁵⁾は相互結合型のニューラルネットワークについて、ネットワークのエネルギーを式(1)のように定義した。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} \cdot X_i \cdot X_j - \sum_i h_i \cdot X_i \quad \cdots (1)$$

ただし、 w_{ij} はユニット i からユニット j への結合の重みを示し、 $W_{ij} = W_{ji}$ が成立しているとする。

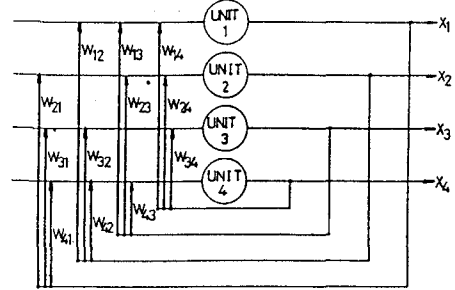


図-2 相互結合の概念図（4ニューロン）

そして、ネットワークの各ニューロンに対して、非同期的に以下の式(2), (3), (4)による状態変化を行うとき、各ニューロンの状態は式(1)のネットワークのエネルギーが極小値（最小値ではない）に収束することを示した。

ユニット i の状態 u_i 、

$$u_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} \cdot X_j + h_i \quad \cdots (2)$$

ユニット i の出力 x_i 、

$$X_i = f(u_i) \quad \cdots (3)$$

関数 f は、入出力関数と呼ばれ、以下のシグモイド関数がよく使われる。

$$f(u_i) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{u_i}{\alpha}\right) \right) \quad \cdots (4)$$

ここで α は、シグモイド関数の感度パラメーターであり、この値が 0 に近づくほど、階段関数に近づく。

この原理により、組合せ最適化問題を二次形式で定式化すれば、近似解ではあるが短時間で解を求めることができる。

(3) ガウシアンマシン

Hopfieldの定義したエネルギー関数 E は一般に多数の極小値（ローカルミニマム）をもつため、初期状態の与え方によっては、状態変化を繰り返すうちに、最小値ではない平衡状態に到達したり周期的な状態変化を繰り返すようなローカルミニマムに収束してしまう可能性がある（図-3）。

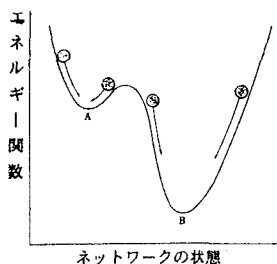


図-3 ローカルミニマム(点A)の存在

ローカルミニマムを避けて常に最小値、すなわち最適解に収束させる方法として、安西ら^{6),7)}はガウシアンマシンを提案している。ガウシアンマシンは、エネルギー関数を最小値に収束させるためににシャープニングとアニーリングという手法を用いている。シャープニングは、計算中に式(4)の感度パラメーター α を、ゆっくりと減少させてローカルミニマムを避ける方法で、アニーリングは式(2)にガウス分布にしたがうノイズ項 ε を加えて、

$$u_i = \sum_j W_{ij} \cdot X_j + h_i + \varepsilon \quad \dots (5)$$

とすることで、ローカルミニマムから脱出させる方法である。

3. 資源の制約を考慮したスケジューリング問題

本章では、図-4に示すような5作業から成る仮想工程ネットワークを例として、スケジューリング問題をニューラルネットワークで解くための定式化について述べる。なおこのネットワーク上のアローはすべて技術的な制約による先行後続関係によるものとする。

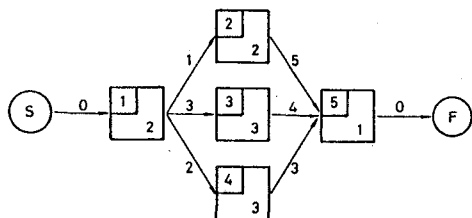


図-4 工程ネットワークの例

(1) ニューロンの出力値によるスケジュールの表現法

2章で述べたように、組合せ最適化問題をニューラルネットワークによって解くためには、その

問題の最小化すべき内容をニューロンの出力値 X_i の二次形式の関数として定式化しなければならない。したがってスケジューリング問題の解をニューロンの状態でどのように表現するかが重要となる。

ニューラルネットワークにおける各ニューロンの出力値 X_i は0(発火していないとき)か1(発火しているとき)しかとることができない。そこで、結果を図-5のようにバーチャートとして表現し、各格子に二次元配列に拡張したニューロン (i, j) を一つずつ対応させ、発火しているニューロンの位置によってその工種の開始日を表すことにする。

日	1	2	3	...	n-1	n
工種①	●	○	○	...	○	○
工種②	○	○	●	...	○	○
工種③	○	○	○	...	○	○
工種④	○	○	○	...	○	○
工種⑤	○	○	○	...	○	○

●: 発火している ○: 発火していない

図-5 結果の表現法

またニューロンを二次元に拡張したことによって、式(1)のエネルギー関数は次のように書き直さなければならない。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l W_{ijkl} X_{ij} X_{kl} - \sum_i \sum_j h_{ij} X_{ij} \quad \dots (6)$$

(2) 目的関数と基本的制約条件

まず、目的関数のニューロンによる定式化を考える。各工種は制約条件を満たした上で、できるだけ早期にすべての工種を終了する必要がある。すなわち図-5における各工種を表すニューロンのうちできるだけ左寄りのものが発火すればよいので目的関数は、次のように定式化できる。

$$\sum_i \sum_j j X_{ij} \rightarrow \min \quad \dots (7)$$

また各工種は一度しか行われないので、基本的な制約式として、式(8)が必要となる。

$$\sum_i (\sum_j X_{ij} - 1) = 0 \quad \dots (8)$$

(3) 技術的先行後続関係による制約

次に技術的先行後続関係による制約式をニューロンの出力によって表現する方法を考える。そのために図-5のネットワーク図を図-6のようなアロー・ダイアグラムに書き換える。このとき各ノードはノード番号と同じ工種の開始を表し、各工種の工期は後方のアローに取り込むようにする。

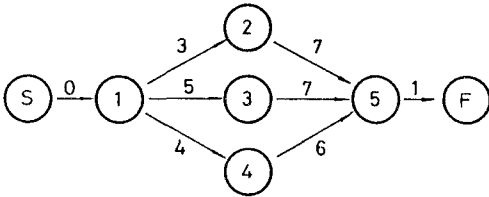


図-6 アロー・ダイアグラムへの変換

このアローダイアグラムから、例えば工種②は、先行後続関係①→②によって工種①の開始日より3日以上後でなければ開始できないことがわかる。この関係をバーチャート上で考える(図-7)。

図-7(a)に示すように工種①の開始日がj日のとき、工種②は1日からj+2日を開始日とすることができない。逆に図-7(b)のように工種②の開始日がj'日のときは、工種①はj'-2日から最終日までを開始日として選ぶことはできない。

	1 2	...	j		...	n
工種①				◎		
工種②				開始不可能		

(a) 工種①から見た場合(◎: 開始日)

	1 2	...	j		...	n
工種①						
工種②						

(b) 工種②から見た場合(◎: 開始日)

図-7 ①→②バーチャート上での関係

ここで、図-5と同じように図-7のバーチャートの各格子にニューロンを当てはめて考えれば、技術的先行後続関係①→②に関する制約は、以下のように定式化できる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \sum_{j'=j+2}^{j+2} X_{1j} X_{2j'} = 0 \\ \sum_{j=1}^n \sum_{j'=j-2}^{j-2} X_{2j} X_{1j'} = 0 \end{array} \right. \quad \dots(9)$$

さらに一般化して、

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \sum_{j'=j-D_{i \rightarrow i'}+1}^{j+D_{i \rightarrow i'}-1} X_{ij} X_{i'j'} = 0 \quad (i < i' \text{ のとき}) \\ \sum_{j=1}^n \sum_{j'=j}^{j-D_{i \rightarrow i'}+1} X_{ij} X_{i'j'} = 0 \quad (i > i' \text{ のとき}) \end{array} \right. \quad \dots(10)$$

ただし、 $D_{i \rightarrow i'}$: アロー(i→i')の時間的長さ
式(10)を図-6のすべてのアローについて適用することで、技術的先行後続関係のニューロンによる表現が可能となる。

(4) 資源による制約(1種1資源配分問題)

図-4のネットワークにおいて、工種②、③、④が同一の資源を共有するために同時にはできないものとする(図-8)。

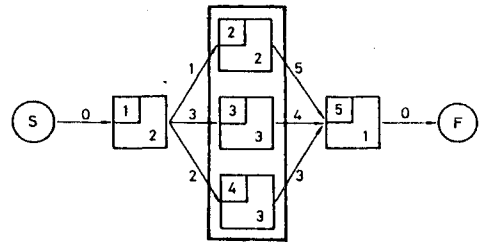


図-8 1種1資源配分問題の例

このうち工種②と工種③の関係をバーチャート上で考える。図-9で示すように、同一の資源を共有する二つの工種は、その工期が重なり合うことはできない。

	1 2	...	j		...	n
工種②						
工種③						

■: 工期

図-9 工種②、③の配置不可能な例

ここで3節と同様、図-9のバーチャートの各格子にニューロンを当てはめて考えれば、同じ資源を共有する(工種i, 工種i')の組合せに関する制約は、以下のように定式化できる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n \sum_{j'=j-D_i+1}^{j+D_i-1} X_{ij} X_{i'j'} = 0 \\ \sum_{j=1}^n \sum_{j'=j-D_{i'}+1}^{j+D_{i'}-1} X_{i'j} X_{ij'} = 0 \end{array} \right. \quad \dots(11)$$

ただし、 D_i : 工種iの工期

これを（工種②，工種④）および（工種③，工種④）の組合せについても適用することで、図一のネットワークの資源的制約のニューロンによる表現が可能となる。一般に、 m 種類の工種が一つの資源に対して共有関係にあるときは mP_2 通りの組合せにがあるが、技術的先行後続関係との関連から必ずしもすべての組合せに対して式(11)を適用する必要はない。このことについては、6節で述べる。

（6）資源による制約（ n 種1資源配分問題）

n 種1資源問題は1種1資源問題の拡張として容易に定式化できる。例えば図-4で工種②と③がある一つの資源を共有し、また工種③と工種④が先と別の資源を共有しているとする（図-10）。

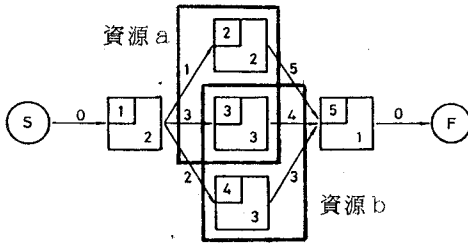


図-10 n 種1資源配分問題の例

この場合、3節で示した組合せのうち（工種②，工種④）の組合せを削除すればよい。すなわち、各資源に対して1種1資源配分問題と同じ式(11)を適用することで対処できることがわかる。

（5）エネルギー関数

以上、式(7)から式(11)の結果より、最適スケジュールを決定するためのエネルギー関数 E は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 E = & \text{（目的関数）} + \text{（基本的制約）} \\
 & + \text{（技術的制約と資源的制約）} \\
 = & A \sum_{i,j} \sum_{i',j'} J_{ij,i'j'} X_{ij} + B \sum_{i,j} \sum_{i',j'} (X_{ij} - 1)^2 \\
 & + C \sum_{i,j} \sum_{i',j'} \sum_{(i',j') \in S_{ij}} X_{ij} X_{i'j'} \quad \dots (12)
 \end{aligned}$$

ただし、

S_{ij} : ニューロン (i,j) が発火したときに発火できないニューロン (i',j') の集合

A, B, C : 各項の重みを表す正の定数

この定式化では、技術的制約と資源的な制約は式(10),式(11)の形から同質のものとして扱っている。ネットワークによっては、同一の資源を共有する工種の中で、すでに技術的先行後続関係により順番が決定されているものもある。この場合には、その組合せに関する資源制約の式を削除することで解決できる。

これを X_{ij} の2次項と1次項にまとめて、式(6)のエネルギー関数式と係数比較して結合荷重としきい値を決定する。

$$\begin{cases}
 W_{ij,i'j'} = -2B\delta_{ij,i'j'}(1 - \delta_{ij,i'j'}) - C \\
 \quad \quad \quad \text{（注:-Cの項は}(i',j') \in S_{ij}\text{のときのみ）} \\
 h_{ij} = -A \cdot j + B
 \end{cases} \quad \dots (13)$$

ただし、 $\delta_{ij,i'j'}$ はクロネッカーのデルタであり、またこのとき明らかに $W_{ij} = W_{ij,i'j'}$ である。

4. デジタルコンピュータによるシミュレーション方法

本章では3章で決定した結合荷重としきい値を用いて、コンピュータシミュレーションによりネットワークの状態変化を行い最適解を求める方法について述べる。なお、本論文では最適解への収束性の高いガウシアンマシンによるシミュレーションを採用する。

式(5),式(3)の形からわかるようにネットワークの状態変化は、それぞれのユニットが他のユニットからの出力値を利用して自分の出力を計算する並列処理方式で行われねばならない。しかし、一般のデジタルコンピュータで各ニューロンの状態を時間的にアナログとしてシミュレートするのは困難である。そこでネットワークの状態変化をデジタルコンピュータでソフト的にシミュレートするために、式(5),式(3),(4)を便宜的に時間軸に関して離散化した離散時間モデルに変形する。すなわち、時刻 t について、

$$\begin{aligned}
 u_{ij}(t) = & \sum_{i',j'} W_{ij,i'j'} X_{i'j'}(t-1) \\
 & + h_{ij} + \varepsilon(t) \quad \dots (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_{ij}(t) = & f[u_{ij}(t)] \\
 = & \frac{1}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{u_{ij}(t)}{\alpha(t)}\right) \right) \quad \dots (15)
 \end{aligned}$$

$$\text{ただし、} \varepsilon(t) = [0, \sqrt{\frac{8}{\pi}} \cdot T(t)]$$

ここで、シャープニングのスケジュール $\alpha(t)$ とアニーリングのスケジュール $T(t)$ を以下のように定める。

$$\alpha(t) = \frac{A_0}{1+t/\tau} \qquad \cdots(16)$$

$$T(t) = \frac{T_0}{1+t/\tau} \qquad \cdots(17)$$

τ : 時定数

この式では、各ニューロンは単位時間に同時に状態を変えるように見えるかもしれないが、実際にはすべてのニューロンが単位時間内に僅かな時間差で一つずつ取り出され各々一度だけ状態を更新する。このとき、一つのニューロンで更新された出力は次のニューロンへの入力として直ちに使用される。この単位時間内での全ニューロンの更新を1サイクルと呼ぶことにする。図-11にこの状態変化のフローを示す。各ユニットに適当な初期値を与え、ユニットを順番に取り上げては状態変化規則を用いてそのユニットの状態を変化させる。すべてのユニットがひととおり状態変化を受ける(1サイクル)と、さらにそのサイクルを繰り返す。次第にネットワークの状態は、定常状態に落ち着いていくことになる。

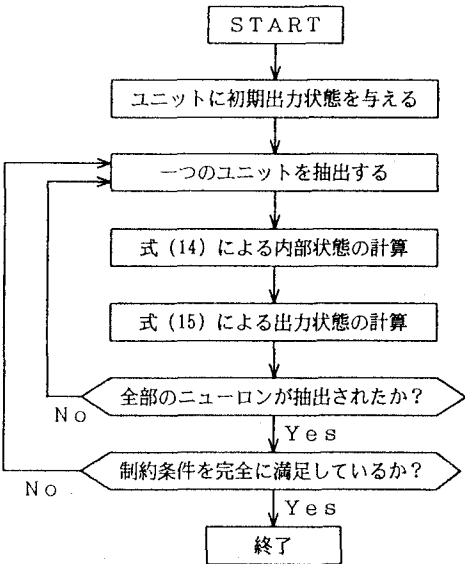


図-11 状態変化のフロー

5. 資源配分スケジューリング問題への適用例 (1) n種1資源問題

資源配分における1種1資源配分問題は、n種1資源問題の中に包括されるので、本節ではn種1資源問題の適用についての例のみを取り上げることにする。

図-12は事例として採用した8工種からなるPN型のネットワークである。

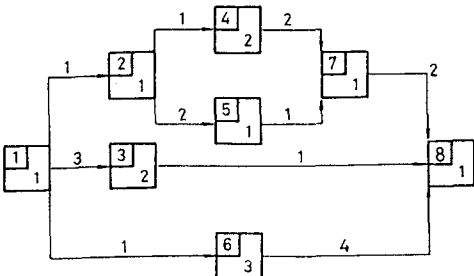


図-12 PN型工程ネットワークの例

図中のアローは技術的先行後続関係を表しており、各アローの数値はFS (Finish-Start) の値である。いまこのネットワークにおいて、4種類の資源が各1ずつ存在し、かつ各資源を使用する工種は表-1に示すとおりとする。たとえば、資源aは工種②と③で使用されることになるが、ネットワークの状態から明らかなように、すべての工種が最早開始状況にあれば時間的には干渉し合わないため特に問題は生じないことになる(この例では工種②の後に③を実施)。しかし、その他の資源は最早開始状況において時間的干渉を生じることは明らかである。また工種③、④は複数の資源を使用するため、資源配分問題を考える場合、すべての資源と工種を同時に考慮する必要がある。

表-1 資源と工種の関係

資源	使用する工種
a	②, ③
b	③, ④
c	③, ⑥
d	④, ⑤

この仮想ネットワークに対して、ニューラルネットワークによる解析を行った。解析の際に用いた各パラメーター値を表-2に示す。また工期を

とした。

表-2 解析に用いた各パラメーター

A	0.02
B	1.0
C	0.5
A ₀	1.0
T ₀	0.05
τ	2.0

その結果、12サイクル目で図-13に示すような最短期を与える最適スケジュールを得た。

```
cycle = 12
alpha = .1538462
t = .0076923
Acoef = .020 Bcoef = 1.00 Ccoef = .500
```

[illegible]

```
subj1 = 10      subj2 = .0011
Stop - Program terminated.
```

図-13 最適スケジュール

この場合の各工種の最早開始時刻 t_i はそれぞれ $t_1=0, t_2=3, t_3=7, t_4=5, t_5=7, t_6=3, t_7=9, t_8=11$ で、資源配分も考慮したネットワーク図は、図-14のようになった。

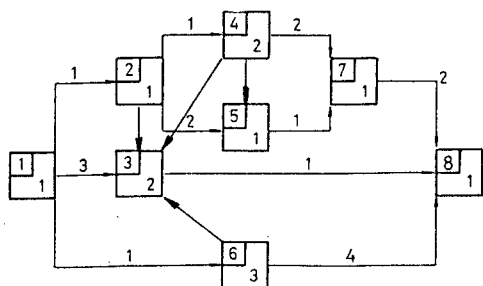
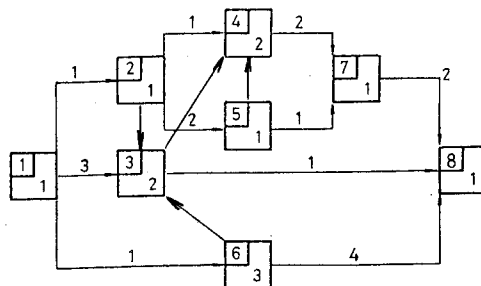


図-14 資源配分を考慮したネットワーク

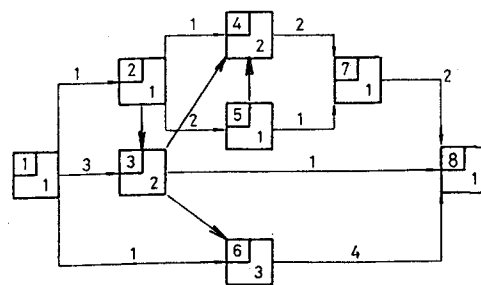
また、図-12と同じネットワークでFS値や資源による制約条件を変化させて解析を行ったところ、いずれの場合にも20サイクル以内に最適スケジュールが得られた。

(2) 適用上の問題点

上述の解析では、1 サイクルにおけるニューロンの抽出法は工種①から順次抽出することになっている。ランダムに抽出したほうが「非同期的に状態を変化させる」という条件により近いはずだが、ニューロンをランダムに抽出した場合には制約条件を完全に満たすような定常状態に収束することはなかった。また、表-2に示したパラメータの値を大きく変化させると、すべての制約条件は満たすものの冗長な結果になる場合もある。図-15はその結果の一例である。



(a) 全工期12日



(b) 全工期13日

図-15 最適解とは異なるネットワーク

つまりパラメーターの与え方によって必ずしも最適スケジュールに収束しない。Hopfieldのネットワークによる解法では、エネルギー関数の係数を含むこれら各種パラメーターの決定法が常に問題となる。以下にこの解析法における各パラメーターを列挙し、各々の特性について述べる。

①工期を最小化する係数: A

②各工種を1回のみとする係数: B

③技術的及び資源的制約を支配する係数: C

以上3つの係数は、いずれも大きいほどその制約の優位度が高くなるが、重要なのは各係数の比率であり、値の大きさはシグモイド関数の感度パラメーター α との関連によって支配されている。

④シャープニングの初期値: A_0

⑤アニーリングの初期値: T。

⑥時定数: τ

この3つの係数はガウシアンマシンのシステムパラメーターで大きくとるほどシャープニングやアニーリングのスケジュールはゆつくなり、最適解への収束が期待できる。しかし、その分演算ステップが長くなるので実用的な範囲で設定する必要がある。表-2に示した値は、このような特性を考慮した上で著者が最良であると判断した値である。

また、図-12とは工種数の異なるいくつかのネットワークについて表-2と同じパラメーター値で解析を行ったが、必ずしも最適解に収束するとは限らず最適なパラメーターの決定はニューロンの数によって規則的に変化するわけでもない。

さらに、ニューロンの初期値 X_{0ij} の与え方も最適解の収束性に影響することがわかっている。

こうしたパラメーター等の決定法は多分に経験的であり、問題によって使用者が各自判断しなければならないのが現状である。

6. おわりに

本論文は資源制約を受けるスケジューリング問題の解法にニューラルネットワークを適用し、その方法論と適用上の問題点を検討したものであり、得られた主な結論は以下のとおりである。

(1) 従来、BAB法やシミュレーションにより決定されていた資源配分問題に対しニューラルネットワークの適用可能性を示した。

(2) 従来問題となっていた工種と資源数の増加による処理時間の増大を、ニューラルネットワークの適用によって減少させることができることを明らかにした。

(3) ニューラルネットワークをスケジューリン

グ問題に適用するにあたり、エネルギー関数の各種パラメーターの設定の重要性を示したが、この問題に関してはさらに検討を進める必要がある。

(4) 資源配分問題としてはn種1資源配分問題までの検討を行ったが、さらに1種m資源配分問題、n種m資源配分問題への拡張を行い、一般化を図る必要がある。

参考文献

- 1) 湯沢昭, 須田 稔, 平田克英, 長尾毅: 空間的干渉を考慮した最適スケジューリングネットワーク作成方法の開発、土木学会論文集No. 425, pp.135-144, 1991
- 2) 麻生英樹: 「ニューラルネットワーク情報処理」、産業図書、1988
- 3) 合原一幸: 「ニューラルコンピュータ」、東京電気大出版、1988
- 4) 安西祐一郎: 「認識と学習」岩波書店、1989
- 5) Hopfield, J.J and D.W.Tank: "Neural" Computation of Decisions in Optimizaton Problems, Biological Cybernetics.52, pp. 141-152, 1985
- 6) 秋山泰, 山下明良, 梶浦政弘, 安西祐一郎, 相磯秀夫: ガウシアンマシンによる組合せ最適化、電子情報通信学会技術報告 MBE-88-183, 1989
- 7) 宮沢丈夫: 実践! ニューラルネット、ASCII, Vol.12, #10-Vol.13, #4、1988.10-1989.4