

利用者便益からみた 都市間鉄道の停車パターン改善法

A Method to Improve Train Scheduling on Shinkansen from Viewpoint of User's Benefit

*

**

永井 邦彦・家田 仁

By Kunihiro NAGAI, Hitoshi IEDA

In this study, the author presents a problem and its approximate solution to improve train scheduling on intercity railways from viewpoint of user's benefit. As the problem is nonlinear integer programming, the solution needs the balance between reality of assumption and rigorousness of result in order to be practical and effective. Then a proposed method is applied to Shinkansen in real, and the author comes to the conclusion that user's benefit of the lines can be improved by controlling the variance of the rate of stop among stations and trains without rising the rate itself.

Keywords; Train Scheduling, User's Benefit, Shinkansen

1. はじめに

鉄道における列車の停車パターンの設定は利用者便益に多大な影響を与える。特に新幹線では超高速からの減速と超高速への加速を車輪とレールとの粘着に依存して行っているため1回の停車による時間ロス¹⁾は停車時間を含め4～5分にもなり²⁾、その影響が大きい。ところが、ある駅に關係する旅客の利用機会とその駅を通過する旅客の所要時分とがトレードオフの關係にあるため最適パターンの作成は容易でない。更に新幹線の現状に注目すると、①速度種別間の輸送力配分が不適切で停車駅の少ない列車の混雑が激しい場合が多い、②そのため利用者がわざわざ遅い列車や在来線との接続の悪い列車を利用することがある、③近年の需要増に依り速達タイ

プの列車本数を増加させた結果各駅停車タイプの待避回数が増加し速度が低下しつつある、といった問題を生じている。これらは適切な停車パターン設定により改善し得ると思われる。しかし現状は経営上の判断や運行計画作成者の経験的技量に依存する部分³⁾が大きい³⁾ため、現行の停車パターンは必ずしも最善のものとはなっておらず、また既得権の無前提な保護や過度な政治的介入を招き易い。従って列車運行計画の素案作成段階に数理的手法を導入することにより上述の問題を解決し利用者便益の向上を図ることが必要となる。

2. 既往の研究と本研究の位置付け

近年スピードアップが盛んに行われ、その一環としての停車パターンの改善についても、新幹線では多様化、在来線ではひかり・こだまタイプの分離等が行われているが、それらは部分的改善に留っており、全体として最適な方向を指向するには至っていない。

* 学生会員 東京大学大学院工学系研究科修士課程
(〒113 文京区本郷 7-3-1)

** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

列車運行の改善に関する既往の研究は次の2つに大別される。第一は理想的な条件下で最適運行計画をかなり厳密に求める手法に関する研究、第二は現実の運行計画の改善法に関する研究である。

第一の研究としては、まず佐佐木⁴⁾によるものがある。これは2種類の列車が運転される線区での停車パターン最適化問題の動的計画法による解法の提案であった。また森津⁵⁾は、停車パターン最適化問題を多次元ナップサック問題と同じ制約条件式を持つ数値計画問題として定式化し、その厳密解法および近似解法を示した。これら2つは先駆的な研究としては重要であるが、待ち時間・乗り換え不効用を考慮しない点で実際の現象を再現しているものではない。そこで筆者ら⁶⁾は、列車運行を時空ネットワークで表現し待ち時間や乗り換え、混雑も考慮した利用者の行動を利用者均衡原理を用いて記述し、さらに単純化された小規模な線区では最適運行計画作成問題をネットワーク形成問題に帰着させ得ることを示した。しかし複雑な実際の線区への適用には問題を残した。

第二の研究としては、都市間鉄道に限定すれば、まず宮田⁷⁾による類別運転の東海道新幹線への適用の提案が挙げられる。類別運転とは、例えば3種類の列車がそれぞれ3駅おきに通過することにより、各駅停車を運転せず各駅間の移動を確保するものである。これは総停車回数の抑制と列車種類の多様化に注目している点で当時としては画期的な提案であるが、列車種別間の需要予測を誤ったため現在の新幹線に適用できるものとはなっていない。また曾根ら⁸⁾は、新幹線のダイヤの改善案をいくつか示し、評価を試みた。それらはいくつかの重要な指摘を行っているものの、案の作成方法が定性的分析からの類推によっており、定量的評価は代替案の比較に留まっている。

以上の様に、第一の研究はかなり厳密な解法であるため理想的な仮定の下でしか適用できず、第二の研究は具体的な提案のため最適性に問題を残している。本研究は、仮定の現実性と解法の厳密性とのバランスを考慮し、全体として有効な方法の提案を目的とする。

3. 定式化

(1) 方針

本章では、緩急分離運転を前提に、まず輸送システムに関する仮定を行う。次に利用者が①始発駅にランダムに到着する利用者（以下、ランダム到着旅

客という）と②事前に予定して行動する利用者（以下、予定行動旅客という）からなるものとし、それぞれの行動原理を仮定し、その便益の最大化問題を定式化し、その目的関数の近似について述べる。

(2) 輸送システムに関する仮定

簡単のため、①列車ダイヤは一定時間幅のパターンダイヤが繰り返される②各列車の運転時間は両駅間を無停車で運転した場合の時間と“余分”な時間からなり、後者は車両の種類等に依存せず停車回数に比例する部分と超越される回数に比例する部分からなる③車両運用、乗務員運用、および着発線容量の制約、事故時の対応は考えない④全区間運転の各駅停車が最低1本運転される、という仮定をおく。また事業者便益をほぼ一定とするため、⑤運転区間・運転本数は現在と同一、とする。

これらの内、①②は現状でほぼ成立する。③については計算時には考慮せず列車ダイヤ作成時に熟練者に依り考慮される方が現実的であろうと思われる。④については区域別運転への対応は不十分となる。

(3) 利用者の行動に関する仮定

利用者の行動としては、①利用者はランダム到着旅客と予定行動旅客からなる②両者とも乗り換えを行わない③混雑の影響は考えない、とする。また④OD交通量および各ODペア毎の両者の比率は固定、とする。また、④ランダム到着旅客は、ある列車と次の列車の間に駅に到着する数とその運転間隔に比例し、目的地に最も早く到着する列車に乗車する、⑤予定行動旅客は事前に乗車する列車を決定しており、それは乗車駅と降車駅の間を最も速く運転される列車である、とする。

ここでランダム到着旅客にとっての不効用は待ち時間と移動時間の合計の期待値であり、予定行動旅客に取っての不効用は移動時間の期待値のみであるとする。

②については前節の④と同様、緩急結合運転への対応は不十分となる。それ以外については⑤に確率的要素が有る他は、都市間輸送のデータタイムに限定すれば現実的である。

(4) 定式化

定式化に際して、 m 個の駅からなる線区の n 本の列車からなるパターンダイヤを想定し、 i 駅を j 列車が通過するとき0、停車するとき1をとる変数

$$X_j^i, i=1,2,3,\dots,n, j=1,2,3,\dots,m$$

を用いる。この変数が定められた時の乗車駅 r と降車駅 s との間の利用者一人当り不効用が、

$$\text{ランダム到着旅客について } Z_1^{rs}$$

$$\text{予定行動旅客について } Z_2^{rs}$$

であるとし、

$$r, s \text{ 間のOD交通量 } Q^{rs}$$

$$\text{そのうちランダム到着旅客の比率 } \gamma^{rs}$$

とすれば、この問題は以下の目的関数 Z の最小化問題として定式化される。

$$Z = \sum_x \sum_{r,s} Q^{rs} \{ \gamma^{rs} Z_1^{rs} + (1 - \gamma^{rs}) Z_2^{rs} \} \quad \dots(3-1)$$

ランダム到着旅客比率は、指定席等の発売状況と実乗人員から推定可能であろう。ただし、指定席を買った人にとって出発時間を調整することによる不効用が全くないわけではなく、その場で切符を購入する人も待ち時間を有効に使っている可能性があることに留意する必要がある。

(5) ランダム到着旅客の行動モデル

Z_1^{rs} は列車の運行順序および間隔に依存するため、

厳密に記述するためには、さらに多くの変数を用いて、しかも複雑な分枝を必要とする。従って利用者不効用の最小な列車運行を求めることは容易ではない。しかし、近似解を求めるためには以下のような近似を用いることが実用的であろう。

j 列車の停車率を、

$$P_j = \frac{\sum_{i=I_{\min}+1}^{I_{\max}-1} X_j^i}{I_{\max} - I_{\min} - 1} \quad \dots(3-2) \text{ と定義する。}$$

$$\text{ただし、} I_{\max} = \max \{ i \mid x_j^i = 1 \}$$

$$I_{\min} = \min \{ i \mid x_j^i = 1 \}$$

ここで、待避は停車率のより小さい列車に対してのみ行われるとする。また“余分”な運転時間のうち、停車回数に比例する部分を1回当たり T_s 、追越される回数に比例する部分を1回当たり T_a 、1バタ

ーンの時間長 T_p とする。列車 $1 \sim n$ が、遅くはない順に並べられているとき、 j 列車の停車1駅当りの余分な所要時分は、

$j = 1$ の場合

$$T_1 = T_s$$

$j > 1$ の場合

$$T_j = \frac{T_p \cdot T_s - (T_a \sum_{k=1}^{j-1} T_k \cdot P_k) / P_j}{T_p - T_a (j-1)} \quad \dots(3-3)$$

(Appendix参照)

と書くことができる。これは、区間運転が運転されない区間については過大、臨時列車の運転を前提としている場合には過小になる。

更に、各ODペアに注目して最適化した場合の不効用期待値の和を考える。複数のODペアに対しては過小評価であるが、不効用の絶対値でなく差が重要となる最適化問題においては十分な近似性を持つと思われる。

r 駅から s 駅までの

$$j \text{ 列車の所要時分 } T_j^{rs}$$

r 駅において

$$\text{直前の列車が} \text{出発後 } j \text{ 列車の出発まで } W_j^{rs}$$

とすると、そのODについての利用者不効用は、以下の非線形最適化問題を解くことにより得られる。

$$T_j^{rs} = \begin{cases} T_j \cdot \sum_{k=r+1}^{s-1} X_j^k & (\text{if } X_j^r \cdot X_j^s = 1) \\ \infty & (\text{else}) \end{cases} \quad \dots(3-4) \text{ として}$$

$$\text{minimize } Z_1^{rs} = \frac{1}{T_p} \sum_j \left\{ \frac{1}{2} (W_j^{rs})^2 + T_j^{rs} \cdot W_j^{rs} \right\}$$

$$\text{s.t. } \sum_j W_j^{rs} = T_p \quad \dots(3-5)$$

十分遅い列車、即ち最適な運行時に該当駅間で他の列車に追い越される列車については、発車時刻は意味をなさない。その場合は

$$W_j^{rs} = 0$$

とする。

この解は T_j^{rs} が小さい順に並べられているとすると、

$$W_j^{rs} = \begin{cases} 0 & (\text{if } j > J) \\ \frac{f(j)}{J} + T_j^{rs} - T_j^{rs} & (\text{if } j \leq J) \end{cases}$$

$$\text{ただし } f(j) = T_p - j \cdot T_j^{rs} + \sum_{k=1}^j T_k^{rs}$$

$$J = \max \{j \mid f(j) > 0\} \quad \dots(3-6)$$

Z_2^{rs} は、これを(3-5)式に代入して得られる。

この解は列車の方向に依存しないので、OD表が三角表であれば、上り列車と下り列車の解は同一となる。また、目的地の到着希望時間がランダムに分布する旅客を考慮した場合も同じとなる。

(6) 予定行動旅客の行動モデル

T_j^{rs} が小さい順に並べられているとすると、

予定行動旅客の不効用は $Z_2^{rs} = T_1^{rs}$ となる。

(7) 問題の特質

この問題は非線形非凸の整数計画問題であるため、連続変数の場合と異り解を解析的に求めることは難しい。そのため適切な近似解法が必要となる。

4. 近似解法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾

(1) 方針

いくつかの近似解法をこの問題と同様の特性を持つ以下の小規模な問題に対して適用し、その結果が最も良いものを採用することにする。

$$\text{minimize } Z = \sum_{r=1}^{m-1} \sum_{s=r+1}^m C_j^{rs} \cdot Q_j^{rs}$$

$$\text{s.t. } C_j^{rs} = \min_j C_j^{rs} \quad \dots(4-1)$$

$$C_j^{rs} = \begin{cases} \sum_{k=r+1}^{s-1} X_j^k & (\text{if } X_j^r \cdot X_j^s = 1) \\ \infty & (\text{else}) \end{cases} \quad \dots(4-2)$$

$$X_j^i = \begin{cases} 1 & (\text{if } i=1 \text{ or } m) \\ \in \{0, 1\} & \text{for } \forall i, j \text{ (else)} \end{cases} \quad \dots(4-3)$$

これは以下の様に定式化することもできる。 j 列車が r 駅と s 駅とに停車し、その間を無停車で行くとき1、そうでないとき0をとる変数 Y_j^{rs} を考える。

$$\text{minimize } Z = \sum_{r=1}^{m-1} \sum_{s=r+1}^m C_j^{rs} \cdot Q_j^{rs}$$

$$\text{s.t. } \sum_{r=1}^{i-1} \sum_{s=i}^m Y_j^{rs} \leq 1 \text{ for } 2 \leq \forall i \leq m, 1 \leq \forall j \leq n$$

$$C_j^{rs} = \min_j C_j^{rs}$$

$$Y_j^{rs} \in \{0, 1\} \text{ for } \forall r, s, j \quad \dots(4-4)$$

C_j^{rs} は、図-1のネットワークでの、ノード (r, j) とノード (s, j) との最短経路。また、ノード (i, j) は、 j 列車の i 駅を表すノードである。

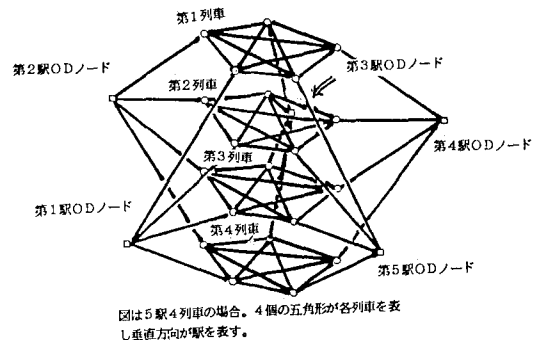


図-1 列車別ネットワークの概念図

ここで、駅数が7で列車本数が2~5の場合と列車本数が3で駅数が7~10の場合のそれぞれについて、5種類のODパターンを想定した合計40種類の問題で検討する。各問題の最適解を厳密解法で求め、目的関数の最小値 $Z_{\min}$ と、各駅停車のみの場合 ($C_j^{rs} = s - r + 1$) の場合の目的関数値 $Z_{\max}$ とを用いて、近似解法による目的関数値 Z を以下のような塑性指数型の評価指標で点数化し、その40問題についての平均及び標準偏差を用いる。

$$\text{Index} = \frac{Z_{\max} - Z}{Z_{\max} - Z_{\min}} \quad \dots(4-5)$$

(2) 近似解法

近似解法として以下の4つの方法を検討した。

①駅優先の逐次改善法

まず初期解を与える。ここで特定の駅の変数だけを変化させるとすると 2^n 通りの場合がある。これを全ての駅について考えた $m \times 2^n$ 通りの場合の目的関数を比較し、その内最適なものを選択。これを目的関数が改善しなくなるまで繰り返す。

②列車優先の逐次改善法

列車単位で①と同様の方法をとれば、通常の線区では $m > n$ ゆえ $n \times 2^m \gg m \times 2^n$ となり、計算時間が非常に長くなる。よって j 列車は $j-1$ 列車の停車駅は必ず停車し、 $j+1$ 列車の通過駅は必ず通過するという前提で逐次改善を行う。

③列車モジュールの逐次付加

図-1のような列車別ネットワークを想定する。初期解として各駅停車1本のみを考え、制約条件を満たす範囲で目的関数を一番小さくするリンクを順次付加し、付加できるリンクが無くなるまで繰り返す。

④列車モジュールの逐次除去

同上のネットワークで、逆に完全連結網を初期解とし、除去により制約条件が満たされる方向に変化するリンクのうち、なるべく目的関数を悪化させないものを逐次除去し、制約条件が満たされるまで繰り返す。

(3) 評価の結果

評価の結果を表-1に示す。このように、駅優先逐次改善法が最善であり、40問題中14最適解に至った。よって適用に際しては、この方法を用いる。

表-1 近似解法の比較

解法	得点	標準偏差
駅 優 先 法	95.9	5.5
列 車 優 先 法	86.2	6.8
リ ン ク 付 加 法	56.8	18.4
リ ン ク 除 去 法	82.3	10.7

5. 適用

本章では、実際の新幹線を想定し、本手法の適用を行う。簡単のためランダム到着旅客の比率 γ をすべてのODについて固定し、0, 0.25, 0.5, 0.75, 1の5通りを検討した。初期解は一樣乱数で与えた。運転区間は現行のものと同じとするが、全区間運転の各駅停車を前提としているため、若干の修正を行っている。得られた停車パターンと、停車率、駅別・列車別の停車率標準偏差を図-2に、また現行に対する改善率と改善量を表-2に示す。

(1) 東海道・山陽新幹線

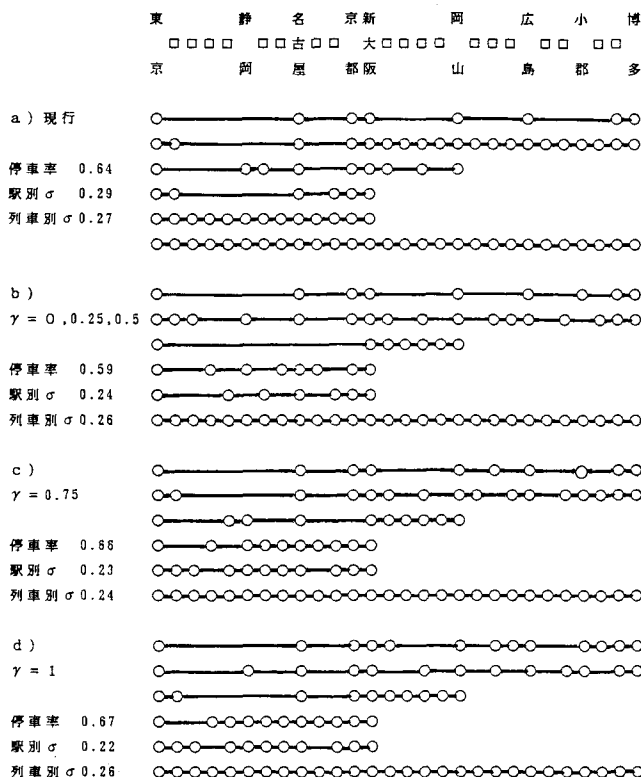
東海道・山陽新幹線は、 $\gamma = 0, 0.25, 0.5$ の場合はいずれも同じ解で、東海道区間については東京-新大阪間ノンストップの列車が設定され、全駅停車列車は1本になる。残り4本は、名古屋・京都に停車し、うち1本は他の駅には停車しないが、すべての駅に残り3本のいずれかが停車する。しかし3本の内2本が停車するのは静岡のみで、他は1本だけである。山陽新幹線については、現状より若干停車駅を削減したものとなった。また、 $\gamma = 0.75, 1$ の場合は、東海道区間は岡山開業前のいわゆる3-3ダイヤに近く、山陽区間は列車毎や駅毎の停車駅数を均一化したものとなっている。以上の結果により最低でも一日あたり8千人・時間の改善となった。

(2) 東北・上越新幹線

東北新幹線では、 $\gamma = 0$ の場合は東海道と同様、上野-仙台ノンストップの列車を設定し、小山以外の上野-仙台間各駅に全駅停車を除外した残り2本のいずれかが停車する。 $\gamma = 0.25, 0.5$ の場合は大宮-仙台間無停車の列車と全駅停車の他、主要駅停車タイプと区間急行タイプの設定となる。 $\gamma = 0.75, 1$ の場合は仙台行きの1本が全駅停車となるが、停車駅の少ない列車のの停車率はあまり高くない。

上越新幹線では、 γ が大きいくほど停車駅が増える。現行と比較すると、 γ に依らず速達列車は燕三条にも停車するのが良いという結果になった。

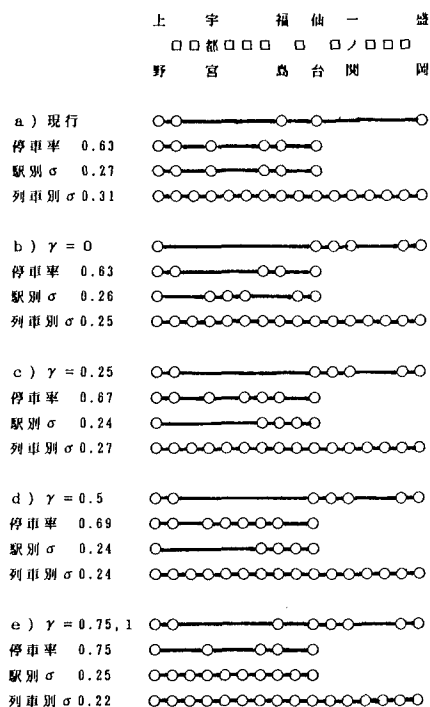
東
海
道
・
山
陽
新
幹
線



駅別 σ
: 駅別停車率の標準偏差

列車別 σ
: 列車別停車率の標準偏差

東
北
新
幹
線



上
越
新
幹
線

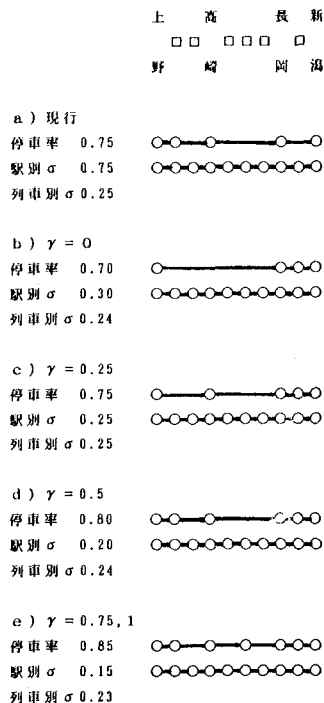


図-2 停車パターン計算結果

表-2 現行と計算結果との比較

γ		東海道山陽	東 北	上 越
0	目的関数改善率	30.2	21.3	10.4
	改善量	17.9	3.3	0.7
0.25	改善率	15.9	12.0	4.3
	改善量	13.3	2.8	0.5
6.5	改善率	8.1	8.4	2.1
	改善量	8.7	2.6	0.4
0.75	改善率	5.9	6.7	2.7
	改善量	7.9	2.6	0.6
1	改善率	5.5	7.0	3.6
	改善量	8.6	3.3	0.9

改善率 (%)

改善量 (10³人・時間/日)

6. 考察

(1) 結果に関して

現在の停車パターンに比して、得られた解は停車率標準偏差が列車別、駅別とも小さく、 γ にさほど影響を受けない。停車率は γ が大きくなるほど高くなる。現行の停車率は、東海道・山陽が γ が中程度の場合、また東北・上越は γ がかなり小さい場合に適当な値である。列車本数が多くなるほど利用者中のランダム到着旅客の割合は増加すると思われるので、停車率は概ね適切であろう。

また、東海道の“千鳥”パターンは、中央リニア完成後の東海道新幹線の役割を示していると考えられる。

(2) 実施上の問題点

まず公平性であるが、 γ が大きいときは東海道新幹線の数駅で問題となる他はいずれの場合も悪くはない。 γ が小さい場合は、山陽新幹線の新倉敷、新岩国などが問題になる。この場合効率性を犠牲にしても公平性を確保すべきかどうかは、経営判断に委ねることが適当であろう。

事業者便益についてはOD交通量が不変の場合にほぼ一定となることを前提としたが、利用者便益を改善した結果利用者が増加し、収入増となり結果的に改善となるであろう。

更に、東海道・山陽新幹線に関しては混雑が問題となりうるが、東海道で $\gamma=0.5$ 以下の場合を見ると、目的駅により乗るべき列車が分散し、停車駅の少ない列車の輸送力が増強されるので、混雑が結果的に緩和されると思われる。但し γ が大きい場合は、停車駅の少ない列車が減少し、混雑の点で実現可能性に問題が残る。

(3) 発展・拡張に関して

今回は、緩急分離を前提として検討したが、東北新幹線や山陽新幹線では緩急結合型ダイヤがより良い可能性も残されており、その点は検討が必要である。その場合、停車率は低下するが解の傾向はさほど変化しないと思われる。

在来線への適用に関しては、本問題は在来線の場合を包括したモデルであるのでそのまま適用することもできるが、在来線の場合は①追越し待避が無い②停車時間に比して運転間隔が十分に大きい、といった事を利用すればより簡単なモデル化が容易にできる。

7. まとめと今後の課題

本研究のまとめとしては、

①都市間鉄道の停車パターンの最適化問題を提案し、近似解法としては駅優先の逐次改善法が適切であることを示した。

②現行の停車パターンから列車を多様化し、停車率を上昇させず駅および列車間の停車率のばらつきを抑制することで利用者便益を改善可能である。具体的には、ノンストップ型の列車や全駅停車列車に加え、主要駅には必ず停車し他の駅にはいずれかが停車するような数本の列車群を設定するのが良い。

ということになる。

今後の課題としては、

①本研究の発展として、本研究で求めた解の近傍をより現実的な仮定で、かつより厳密に探索する手法の開発や、大規模な問題に対応する計算速度の向上に関する研究

②本研究では固定かつ既知としたランダム到着旅客比率について、大規模な調査を行わずその比率を推定する方法、またフリクエントサービスがその比率に与える影響に関する研究

③本研究では固定としたOD交通量について停車パターンの変更がOD交通量の変動に与える影響（特に、新横浜¹²⁾・新神戸・大宮などはこの影響が大きいと思われる。）、また利用者の季節変動や時間変動を考慮した研究

④事業者の便益をより实际的に表し、本数や運転区間の変更に対応する方法の開発が挙げられよう。

8. 謝辞

本研究を行うにあたってJR東日本の中井雅彦氏（前投資計画部）、JR東海の宇野護氏（リニア対策本部）よりアドバイスをいただいた。また東京大学の柴崎亮介助教授からは非常に有用なコメントをいただいた。ここに記して謝意を表したい。

参考文献

- 1) 小野純朗：鉄道のスピードアップ—速度向上の理論と実践 p.30、(社)日本鉄道運転協会、1987
- 2) 鉄道技術研究報告 No.1282 300km/h級新幹線速度向上の研究 pp.47-50、日本国有鉄道鉄道技術研究所、1985.1
- 3) 須田 寛：東海道新幹線—その足とりとリニアへの展望 pp.48~234、大正出版、1989.10
- 4) 鈴木・高井編：講座・数理計画法11 数理計画法の応用〈実際編〉 pp.93-97 (佐佐木 綱)、産業図書、1981
- 5) 森津秀夫：最適交通網構成手法に関する研究、pp.74-83、1984.2
- 6) 赤松、古川、家田：利用者便益からみた列車ダイヤ最適化に関する研究、土木計画学研究・講演集 No.11、pp.243~250、1988
- 7) 宮田 一：鉄道輸送とその設備A PP.110~117、1982.3 (原典、1957.3~1968.6)
- 8) 曾根 悟：鉄道関係著作選集1~4、[列車群計画]、1983.9~1989.2
- 9) オペレーションズ=リサーチ VOL.31 NO.1 <特集>組合せ最適化、(社)日本OR学会、1986.1
- 10) 今野 浩：講座・数理計画法6 整数計画法、産業図書、1981.7
- 11) 松本 嘉司：土木工学基礎シリーズ9 交通計画学、培風館、1985.4
- 12) 曾根 悟、嶋 正和：東海道新幹線における乗客誘引因子の分析、昭和62年電気学会全国大会

Appendix

停車パターンから所要時間を求める際に追越しを考慮する方法

一駅あたりの*i*列車とそれより速い*k*列車との時間差を δ_{jk} とすると、

$$\delta_{jk} = T_j \cdot P_j - T_k \cdot P_k$$

である。従って、*i*列車が停車する時、*k*列車に追越される確率を ϕ_{jk} とすると、

$$\phi_{jk} = \frac{\delta_{jk}}{T_p \cdot P_j}$$

となる。*i*列車の追越し待避による“余分”な所要時間は、これを *T_a* 倍したものを、自分より速い列車について加算したものである。

$$\begin{aligned} \therefore T_j (\text{停車一駅当りロス}) \\ &= (\text{停車によるロス}) + (\text{追越しによるロス}) \\ &\quad \sum_{j=1}^{j-1} (T_j \cdot P_j - T_k \cdot P_k) \\ &= T_s + \frac{\sum_{k=1}^{k=1} \delta_{jk}}{T_p \cdot P_i} \cdot T_a \end{aligned}$$

これを *T_j* について解くと式(3-3)が得られる。