

道路網信頼性解析へのネットワーク集計法の適用

LARGE SCALE ROAD NETWORK RELIABILITY ANALYSIS BY NETWORK AGGREGATION

若林 拓史*, 飯田 恭敬**, 吉木 務***

Hiroshi WAKABAYASHI, Yasunori IIDA and Tsutomu YOSHIGI

Road network is a complex and large system. Conventional reliability analyses which require all the minimal path sets and/or cut sets are impractical for a large system since the system involves large number of path sets and cut sets. Although many approximation methods have been proposed so far, they also require all the minimal path sets and/or cut sets. The methods proposed by authors are quite useful since they require only partial minimal path sets and cut sets which reflect route choice behaviour of drivers. When network size expands, however, even the number of partial minimal path sets and cut sets becomes large. Thus, reliability analysis combined with network aggregation technique is effective for large scale road network reliability analysis. Several aggregation methods based on the decomposition are developed. First model is that the actual nodes on the boundary links of sub-network are aggregated into one dummy node. Second model is that two aggregated networks are constructed conserving original path sets and cut sets independently. Third model is that the original network is aggregated into the standardized network conveniently used for off-line-constructed reliability analysis.

1. ネットワーク集計法の意義と目的

道路網は大規模なシステムであり、一般に大規模システムでの信頼性解析は計算量が膨大となりきわめて困難とされている。このため種々の近似計算法が提案されてきたが、なかでも部分的なミニマルパス・カットを選択して用いる方法が計算量を大幅に短縮する点で有効となる^{1), 2)}。しかしながら、道路網がさらに大規模となると、部分的なミニマルパス・カット数も膨大な数となる。例えばミニマルパスに関しては、ODペア間にある中間ノード相互間でも経路が複数あり、ODペア間の経路はそれらの組

* 正会員 工修 大阪府立工業高等専門学校 助教授
(〒572 寝屋川市幸町26-12)

** 正会員 工博 京都大学工学部 教授
(〒606 京都市左京区吉田本町)

*** 正会員 工修 建設省東北地方建設局
(〒980 仙台市青葉区二日町9-15)

合せて与えられるため、実際の経路数すなわちミニマルパス数がきわめて多数となる。したがって大規模道路網での信頼性解析は、バスやカットの探索作業自体が膨大な作業量となり、多大の計算時間を必要とする。これに対し、ネットワークが小規模な場合には、ミニマルパス・カット数も少なくなり、信頼性解析は容易に行える。したがって、大規模ネットワークを小規模ネットワークに分割すると信頼性解析の効率化が図れるものと考えられる。本研究では、大規模なネットワークを小規模なサブネットワークに分割して集計化し、地区ブロックあるいはゾーン毎にバスやカットを集約して信頼度を求め、これをネットワーク全域に拡大統合して大規模ネットワークの信頼性解析を行う方法をいくつか考察する。

ネットワーク集計化法の研究は、おもに交通量配分の分野で推進蓄積されている³⁾⁻¹²⁾が、信頼性解析と配分問題との主な相違点は以下のように要約することができる。

(1) 交通量配分では、配分計算の過程で動的に変化する交通量と経路について、オリジナルネットワークと集計化ネットワークとの間で整合をとらなければならない。これに対し、信頼性解析での対象は静的なリンク信頼度であり、配分における走行時間関数等のパフォーマンス関数の合成は、リンク信頼度の合成という問題に変わる。整合性が問題となるのは、オリジナルネットワークと集計化ネットワーク間でのミニマルパス・カットの対応である。

(2) 交通量配分では、すべてのODペアを同時に対象とする必要があるが、信頼性解析では特定ノード間のみを対象とした方が効率がいよい。そのため、信頼性解析ではネットワーク集計が均一に行われる必要がなく、連結関係の整合がとれていれば特定の方向にネットワーク集計が集中して行われるのは差し支えない。したがって集計化の結果、集計化ネットワークの形状が大きく変化することも起こり得る。

したがって、信頼性解析の分野でのネットワーク集計化は、ノード間のパス、カットを合理的に集約することを目的とする問題となる。

道路網信頼性解析では、信頼性を道路網整備水準評価指標と考え、道路計画や道路の管理運用のための計画情報と考えていることから、一般システムほどの高精度は要求されないと考えられる。したがって、道路網信頼性解析では、他の一般システムよりも大胆な解析を行える余地があるといえる。さらに、近似解法による値が、複雑で精密な方法による値と

大差なければきわめて価値があると考えている。

このように本研究では、ネットワークをサブネットワークに分割して信頼性解析を行う方法をいくつか考察する。具体的には、①バンドリング法による方法、②バスネットワーク・カットネットワークによる方法、③基本型ネットワークによる方法である。本文中では、説明のため集計化する以前の原型ネットワークをオリジナルネットワークとよび、オリジナルネットワークを分割したものをサブネットワーク、サブネットワークを集約した後、再構築したネットワークをメインネットワークとよぶこととする。

2. バンドリング法による集計化ネットワークでの信頼性解析

(1) バンドリングの考え方

オリジナルのネットワークをリンク上で分割すると、境界ノードが多数発生するが、境界ノードの増加を抑えるためにバンドリング、すなわち、“集計化された境界ノード”を作成する方法が提案されている¹²⁾。例えば、図-1aのネットワークを4つのサブネットワークに分割し、各サブネットワークを図-1bに表示するように集計化することを考える。ここでは、3本のリンクがそれぞれ1個の境界ノードで集約されている。この集計化された境界ノードは境界線上のリンクを束ねたもので2つのブロック間の接点の役目を果たす。集計化した境界ノードと境界線に隣接する真のノードとの間は、真のリンクの代わりに束ねられたダミーリンクで結ばれる。集計化された境界ノードを作成する長所は、その方向に通じるパスの出発点を1カ所に絞り込むことと、サブネットワークをメインネットワークに再構築した場合にそのメインネットワークを単純な構造とすることができる点である。図-1bでは、各サブネットワーク内の複数のパスを1本のパスへと統合している。そして、ネットワークを再構築して、図-1cのようにきわめて単純なネットワーク構造に変換可能である。このように、境界ノードの集計化は、単に計算効率の向上だけでなく1つのブロックを通過する経路を絞り込むことでパスを統合させる効果も期待できる。ただし、真のリンクからダミーリンクへの信頼度の変換には若干の考慮を要するであろう。一方カットに関しては、バンドリングノード周辺で、オリジナ

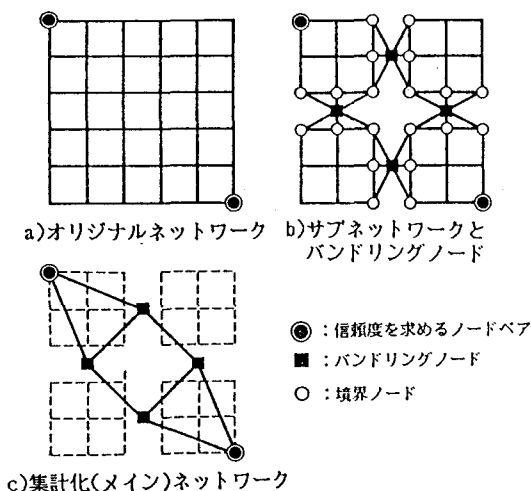


図-1 バンドリング法によるネットワーク集計化

ルネットワークでのカットとメインネットワークでのカットとが1対1に対応しないという欠点がある。したがって変換前後のパスの対応性は保持できてもカットの対応性は完全でない。このことから、この方法はパスを重視した方法といえる。本論文では今後説明のために“集計化された境界ノード”を「バンドリングノード」と呼ぶことにする。

(2) バンドリングの方法

バンドリング操作で問題となるのはバンドリングノードに接続されているダミーリンクの信頼度の決定法である。例えば、図-2において、(a)から(b)へと変換させる場合、ダミーリンク $l \sim o$ のリンク信頼度を与えねばならない。この値を決定するには、種々の方法が考えられる。例えば、リンク l と n で元のリンク6を、リンク m と o でリンク7を表し、リンク m と n および、 l と o は接続不可と考えれば、

$$r_l \cdot r_n = r_6, \quad r_m \cdot r_o = r_7,$$

$$r_m \cdot r_n = 0, \quad r_l \cdot r_o = 0,$$

という連立方程式が成立する。しかし、この解は存在しない。そこで m と n 、 l と o の接続関係は無視してリンク l 、 n とリンク6の関係を重視し、

$$r_l = r_n = (r_6)^{1/2},$$

とすることも考えられる。ところがこの場合はバンドリングノードと他への信頼度計算の際に過大評価をしてしまう。その理由は、

① 明らかに $r_l > r_6$ となる、

② ノード1と3の連結性を増加させている、からである。②の影響はバンドリングする部分が多くなればさらに大きくなる。それは1つのノードに対して数本のリンクを集中的に集めることは、本来並列に接続されていた真のノード間の連結性を過大にしてしまうからである。例えば図-2の場合には、ノード1～3間で2本であった経路が、バンドリン

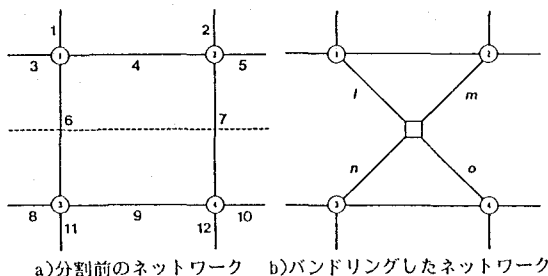


図-2 ダミーリンクの信頼度

グノードを経由することで4本に増加する。

したがって、本研究ではそのような過大評価を避けるためと簡単のために、ダミーリンクの信頼度は真のリンクと同一値にする。つまり、

$$r_l = r_n = r_6, \quad r_m = r_o = r_7,$$

とする。しかし、上記②の影響は残るので、メインネットワークにおける仮リンク信頼度計算が過大になるのはやむを得ないと考えられる。

(3) バンドリングモデル：その1

以上述べたネットワーク集計化法を交点法^{2), 13)}に対して適用する。交点法とは、ミニマルパスおよびカットによって表現された2関数が、パス・カット数に関してそれぞれ単調増加、単調減少する性質を利用し、この2曲線の交点を信頼度の近似値とする方法である。計算が簡単であるうえ計算量も少なく、実用上の解精度も保証される特徴がある。しかしながら、ネットワークが大規模になると、交点発生に要するパス・カット数が増加する問題点がある。したがって本手法によって、交点発生に要するパス・カット選択数を減少させる効果が期待できる。

図-3に示す道路網でのノードペアに対して計算を行う。このノードペア信頼度のオリジナルの交点法による近似値は0.87038である¹³⁾。また、近似値の有効性の基準となる厳密値は、計算量が膨大となる

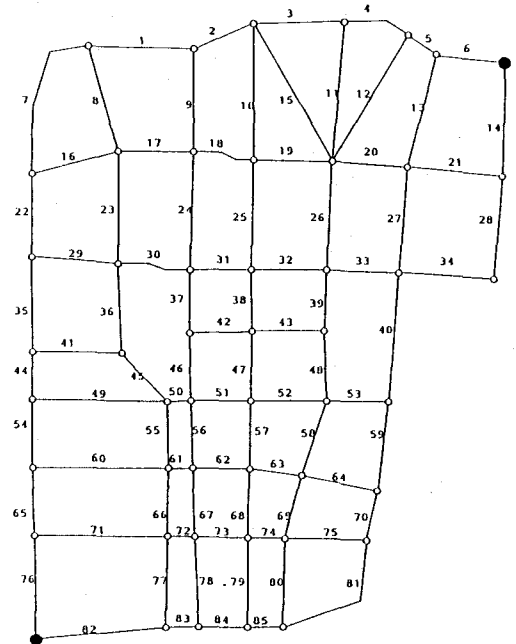


図-3 対象道路網とノードペア

ため算出できず、比較的計算量の少なくて済む分散減少法によるモンテカルロ法による値を基準値とした。

バンドリングモデルでは、図-4点線のようにネットワークを4分割しバンドリングノードを各部ブロックの一辺に1個設置した。再構築されたメインネットワークが図-4実線である。このようにメインネットワークはきわめて簡単な構造となる。メインネットワークの仮リンクの信頼度は各ブロックにおいて交点法を適用して求めた。計算結果を表-1に示す。

このモデルによる信頼度計算値は0.92463であり、基準値および交点法と比較して高い値となり、やや誤差が大きいといえる。誤差が大きくなった理由はメインネットワークとオリジナルネットワークの構

表-1 各種信頼性解析法と交点法（オリジナルモデル）との比較

信頼性近似解析法	近似値	選択バス・カット数
交点法（オリジナルモデル）	0.87038	22
バンドリングモデル1	0.92463	3
バンドリングモデル2	0.81999	14
バンドリングモデル3	0.85524	6
バス・カットネットワークモデル	0.87933	3
参考値（分散減少法によるモンテカルロ法）	0.82696	—

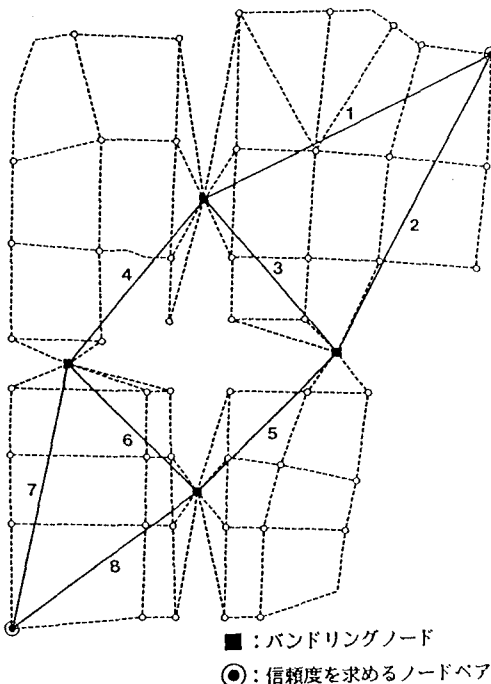


図-4 集計化（メイン）ネットワーク（バンドリングモデル：その1）

造の差が反映されたと考えられる。このケースではネットワーク集計化により、オリジナルネットワークより“つながりやすく”同時に“切れにくい”メインネットワークが形成される。特に、起終点ノード付近にてこの傾向が著しくなるものと考えられる。

（4）バンドリングモデル：その2・その3

集計化されたネットワークがオリジナルのネットワークを良好に再現できるように、起終点ノード周辺のリンクを残したままでメインネットワークを構築したのがこれらのモデルである。これは信頼度の値は、特にカットによる値に関して、対象とする起終点ノード周辺のリンク信頼度に大きく依存すると考えられるからである。

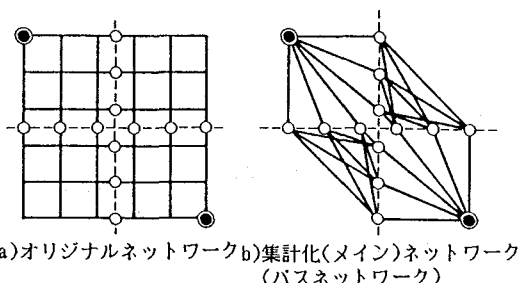
「バンドリングモデル：その2」は、起終点ノードが含まれるブロックはまったく簡略化しないモデルである。「バンドリングモデル：その3」は、起終点ノード周辺1リンク分を残して残りを集計化するモデルである。これは起終点ノードに接続しているリンクを重視するモデルであり、メインネットワークはダミーリンクの数は多いものの、「モデルその2」よりも単純である。

このように、起終点ノード周辺のリンクを保存したままでネットワーク集計化を行うと、比較的オリジナルの交点法の精度を維持できるものと考えられる。

3. バスネットワーク・カットネットワークの構築による信頼性解析

（1）基本的考え方

2.の方法は、ネットワークの形状に着目した集計化法である。この方法では、ネットワーク集計化前後のカットの対応関係が保存できないという問題点がある。これに対し、ネットワーク内に存在するミニマルバス・カットの構造を保存しながら、バス・カットを独立に集計化することを考える。ミニマルバスについては、サブネットワーク内の境界ノード相互間に存在する複数のミニマルバスを1本のミニマルバスに統合し、ミニマルカットについては、オリジナルネットワークの双対ネットワークをサブネットワークに分割し、サブネットワークの境界ノード間のバス（オリジナルネットワークのカットに対応する）を同様の手法で1本のバスに集約することを考える。この方法では、境界ノード間のバスを、


 図-5 バスネットワーク構築による
ネットワーク集計化

1本の等価的なリンクで置換するため、得られるサブネットワークは信頼性からみた構造は保存されるが、外見的にはまったく異なったものとなる。したがって、この方法はネットワークの潜在的構造に着目し、内部情報であるバス・カットを集約してネットワークを再構築する方法といえる。

例えば、図-5aのネットワークにおいて、対角線ノードペアを結ぶミニマルパスは、構成リンク数が最小の10リンクのもの(左上から右下へ向かうバス)だけで252個存在する。このネットワークを境界線と境界ノードで分割し、サブネットワーク内の境界ノード間信頼度を求めてこれらを統合すると、図-5bのように表せ、対角線ノード間のミニマルパスは、18個

のバスに集約することができる。先の252個のミニマルバスは、これらの境界ノードを必ず1回は通過するので、18個のバスのいずれかに、重複することなく排反的に集約されたことになる。したがって、この集約されたバスに基づいて信頼性解析を行えばよい。この場合、オリジナルネットワークには存在し、再構築されたネットワークには存在しないミニマルバスがある。これらは、構成リンク数が11以上でジグザグ状、あるいは大回りのバスであり、これらの情報は失われる。しかし、筆者らが提案した信頼性解析法は、少数でかつ経路として意味のあるミニマルバス(あるいはカット)のみで計算が可能となる点に特徴があり、集約対象となったバス(カット)のみで信頼度計算が可能であれば問題はないと考えている。

このようにオリジナルのネットワークのミニマルバスのみを集約して“通りやすさ”を表現するバス専用の集計化ネットワークを作成し、同時に“切れやすさ”を示すカット専用の集計化ネットワークを作成して信頼性解析を行う方法が考えられる。この方法では、ブロック化をバス用とカット用に対し2種類行わねばならないが、2.では考慮できなかったバスとカットの相反する特性を独立して考慮できるという長所がある。本研究では、バスとカットを

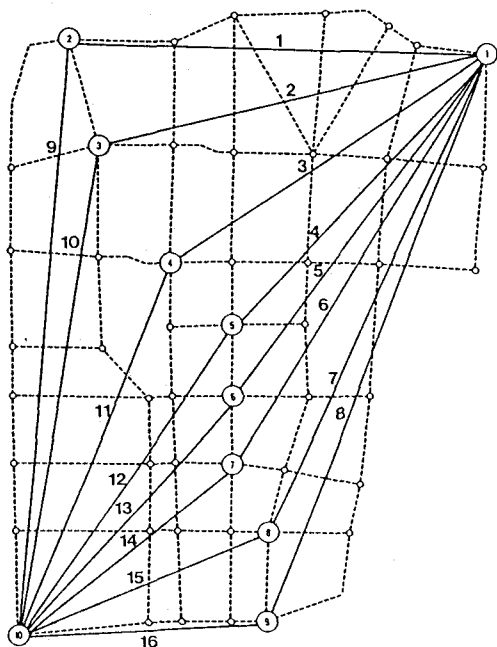
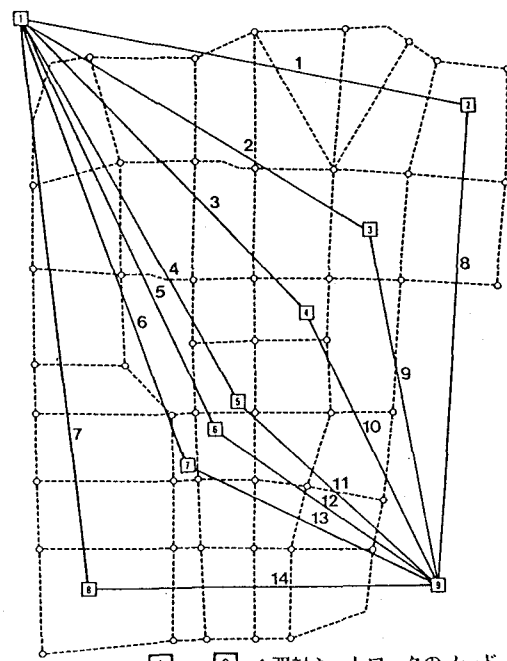


図-6 バスネットワーク


 図-7 カットネットワーク
[1] ~ [9] : 双対ネットワークのノード

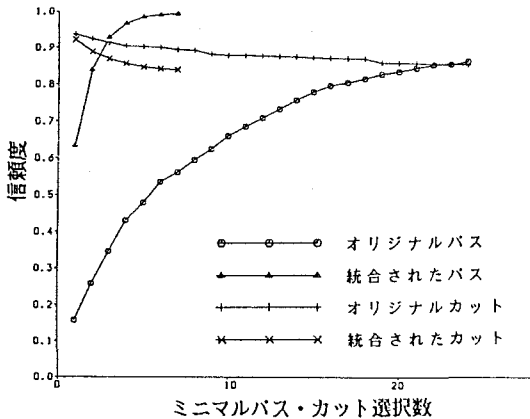


図-8 交点法による信頼度計算結果

それぞれ集約して得られる集計化ネットワークをバスネットワーク、カットネットワークとよぶこととする。

(2) モデル計算

バンドリングモデルと同じノードペアに対して計算を行う。オリジナルネットワークおよびその双対ネットワークを2分割し、バスネットワーク（図-6）・カットネットワーク（図-7）を作成する。バスネットワークでのノード②～⑦、およびカットネットワークでのノード②～⑧はそれぞれ境界ノードを表している。このようにして作成されたメインネットワーク（バスネットワーク）は7本の排反的な集約バスから構成される並列構造のネットワークとなる。カットネットワークについても同様である。

バスネットワークとカットネットワークによる交点法の結果を表-1に示し、集計化しない場合の交点法とともに図-8に示す。オリジナルな交点法では交点発生に要するバス・カット選択数が22であるのに対し、集計化により交点の発生が大幅に早くなって、バス・カット統合の効果が確認できる。得られた近似値の誤差もこの程度であれば、実用上の許容範囲であると考えられる。

また、ミニマルバス・カットの集約過程では、対象ノードペアにとって信頼度の値に大きく寄与する集計化リンクが明らかとなる。また、カットに関しては、どの集約カットが信頼度の値に対し影響が大きいかが明らかとなる。例えば、モデルその1では、図-6において、ノード⑦、⑥等を通る集約バスの信頼度への寄与が大きく、図-7では、ノード⑧、③の領域を通過するカットが、平均的に不信頼度が高い

ことが明らかとなる。このように本モデルでは、対象ノードペアに関する信頼度の寄与度状況がマクロに解析できる。

一方、本方法の欠点は、集計化リンク作成のために多くの信頼度解析が必要となる点である。分割断面上のすべての境界ノードと起終点ノード間の信頼度を計算する必要がある。本モデルではバスのために16本の集約リンクを必要とした。さらに、双対ネットワークに関しても同様の作業を必要とする。交点法の特徴から、バスとカットの扱いをバランスよく実行する必要があるものの、ネットワーク集計化の作業は膨大なものとなる。また、ネットワークが巨大になり、分割数が増加した場合の対処も問題となる。

4. 基本型ネットワークによる信頼性のマクロ解析法

ここでは、サブネットワークを基本型のサブネットワークに同定して信頼性解析を行う方法を考察する。この方法では、(1)オリジナルネットワークをサブネットワークに分割し、このサブネットワーク上での信頼度を基本型のサブネットワーク上に投影する作業と、(2)基本型のサブネットワークから構成された基本型のメインネットワーク上での信頼性解析、の2段階で信頼性解析を行う。基本型のメインネットワーク上での信頼性解析には、種々の方法が考えられるが、その1つには、予め信頼性解析法をオフラインで構築しておき、基本型ネットワークのリンク信頼度を代入することによって信頼性解析を実行する方法等が考えられる。つまり、解析対象ノードペアが、縦方向であっても横方向であっても、ネットワーク形状が異なっても、最終的な解析手法を共通化できる利点がある。

以上の考え方を、図を用いて説明する。まず、詳細なサブネットワーク上での信頼度を基本型のサブネットワークに変換する。図-9において、細線はオリジナルネットワークを模式的に表現している。ノード①～④と太い矢印は基本型のサブネットワークを表現している。オリジナルネットワークをある範囲内で限定し、各ノード間の集約された信頼度を求める。各ノードペアの信頼度は、それぞれ独立に求めることとし、また、同一ノードペアを結ぶ集計化

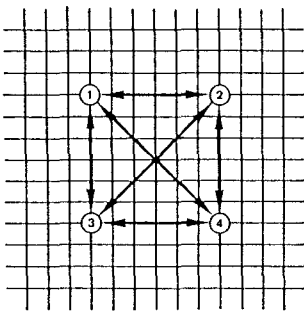


図-9 基本型のサブネットワーク

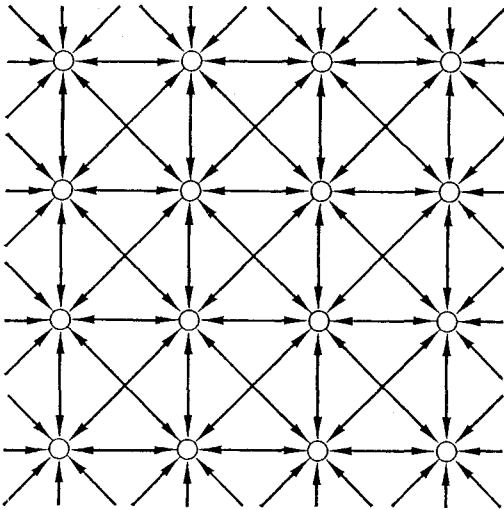


図-10 基本型のメインネットワーク

リンクは1本のみと約束する。したがって、これらの間の排反性を考慮する必要が生ずる。例えば、ノードペア(1,4)の信頼度は、このリンクのみで表現することとし、ノードペア(1,2)と(2,4)の直列結合では表現しない。

次に、基本型のサブネットワークを連結し基本型のメインネットワークを構築する(図-10)。本信頼性解析では、この基本型ネットワークでの信頼性解析法を予め構築しておくことを考えている。ブール演算法¹⁾等の上・下限値解析法あるいは厳密解法は、有用な信頼度を提供する反面、一般にリンク信頼度を代入する以前の項の整理に要する計算時間が膨大であるので、事前にオフラインで解析法を構築しておくことで、これらの方法の有効性を生かすことができる。各ノードペアの信頼度解析法を一度構築すれば、何度も再利用が可能となる。したがって、厳密解に近い信頼度を簡単に得ることのできる可能性

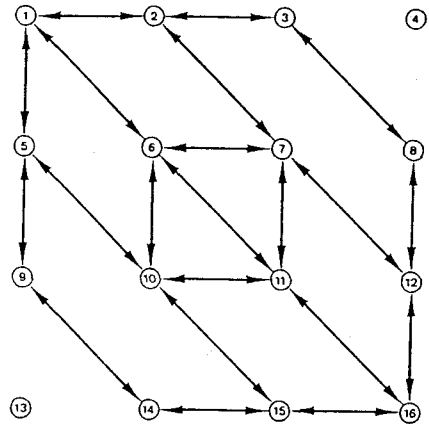


図-11 基本型のメインネットワークでの信頼性解析

がある。もちろん、基本型ネットワーク上での交点法の実行も可能である。

基本型のメインネットワークでの信頼性解析は、次のように行う。例えば、4×4ネットワークで対角線方向の信頼度を求めることを考える。集約バス間の排反性を満足させながら、基本型のメインネットワークからバスを選択抽出し、図-11に示すようなネットワークを構築する(対象ノードペアは(1,16))。ノード間信頼度をこのネットワークによって決定される信頼度と定義して、計算を行えばよい。

これらの方法では、効率性の観点から、指定された特定のノード間信頼性を解析するよりも、複数の代表的なノードペアに対して信頼性解析を行う方が有効であると考えられる。また、対象ノードペアのノードを厳密に指定するのではなく、地域を代表するノードとして設定して地域間信頼度を求める形でノードペアを設定する方が有効であると考えられる。したがって、本解析法は、ネットワーク全域に対する信頼性のマクロ的解析に有効な方法であると考えられる。

提案した方法に対して、具体的な数値計算は行っておらず、今後詳細な数値解析が必要であるが、これまで提案した種々の方法を組み合わせる、あるいは改良することで、ある程度の見通しは得られていると考えられる。また、信頼度のマクロ的解析であることから、集約した信頼度の値を厳密に固定した値として与えるのではなく、ある程度の幅をもった数値として解析する方法が考えられる。この問題はファジィ理論との組合せで対処が可能である^{14), 15)}。

5. まとめ

本論文では、筆者らが提案した信頼性解析方法を、より大型のネットワークに適用するため、ネットワーク集計化による信頼性解析の方法論の検討と若干の数値計算を行った。バンドリング法は、ネットワークを特に単純な表示に変換したい場合に有効であり、計算がきわめて簡単となる特徴がある。計算値はやや粗い値となるがノードペア起終点付近のリンク情報を保存することにより、値を改善することができる。バスネットワーク・カットネットワークモデルは、集計化リンク作成の作業量が大いのが欠点であるが、オリジナルネットワークでの重要なミニマルパス・カットを構造上保存できる点で理論的整合性がとれており、得られる信頼度の精度も良好である。また、対象ノードペアにとって、ネットワーク中での重要な経路を指摘できるという利点も有している。基本型ネットワークによる信頼性解析法は、具体的な計算を行っていないが、ネットワーク集約以降の信頼性解析手法を共通化できる利点を生かし、多数の代表的なノードペアを対象にネットワークのマクロな信頼性解析を行う方法として今後検討の余地のある方法である。

前2者の方法とも交点法による計算実行を行った結果、ネットワーク集計化によって交点発生を促進する効果は大きく、当初の目的が達成できることが確認できた。今後は、計算例を豊富に蓄積することが必要であるが、現在の方法では、計算時間の短縮効果よりもネットワーク集計化に要する手数がきわめて大きく、実用的でない。交点法の場合は、それぞれの信頼度計算はきわめて短時間で済むため計算時間の比較はあまり意味がなく、本研究の場合にはむしろサブネットワークの構築やサブネットワーク内での信頼度計算の準備に要する作業量の評価が重要であると考えられる。今後は、この作業量を減少させるための方法の開発が必要とされるであろう。一例として、サブネットワークの抽出、サブネットワークに対する双対ネットワークの作成、サブネットワークにおける信頼度計算等の一連の作業が、対話的に行える自動計算システムが考えられる。このシステムが開発されれば、ネットワーク集計化による信頼度解析法にとってきわめて大きな武器となり

得るものと考えられる。

参考文献

- 1) 飯田恭敬・若林拓史：プール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上・下限値の効率的算出法，土木学会論文集，No.395/IV-9，pp.75-84，1988。
- 2) 飯田恭敬・若林拓史・吉木 務：ミニマルパス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法，交通工学，Vol.23，No.4，pp.3-13，1988。
- 3) Wilson E.M., Matthais J.S., Betz M.J. : A Traffic Assignment Planning Model; The Load-Node Concept, Transp. Res., Vol.8, pp.75-84, 1974.
- 4) Y.Can: A Method to Simplify Network Representation in Transportation Planning, Transp. Res., Vol.10, pp.179-191, 1976.
- 5) M.L.Manheim: Fundamentals of Transportation System Analysis, Vol.1.; Basic Concept, The M.I.T. Press, pp.472-484.
- 6) Eash R.W.: Equilibrium Traffic Assignment as an Aggregated Network for Sketch Planning, Transp. Res., 944, pp.30-37, 1983.
- 7) C.F.Daganzo: An Equilibrium Algorithm for the Spatial Aggregation Problem of Traffic Assignment, Transp. Res., Vol.14, pp.221-228, 1980.
- 8) 内山久雄・林 良嗣・横谷博光・大島邦彦：大規模ネットワークにおける経路探索の簡略化手法に関する研究，第4回土木計画学研究発表会講演集，pp.413-419，1982。
- 9) Hearn D.W.: Practical and Theoretical Aspects of Aggregation Problems in Transportation Planning Models, Transportation Planning Models (M.Florian ed.), North Holland, pp.257-287, 1984.
- 10) 林 良嗣・林由起夫・野口宏一：階層的経路探索を用いた大規模道路網配分計算の簡略化手法，土木学会第37回年講概要集第4部，pp.395-396，1982。
- 11) 飯田恭敬・高山純一・横山日出夫：メッシュ分割によるネットワーク表示の簡略化手法を用いた交通量配分計算法，土木計画学研究・論文集2，pp.149-156，1985。
- 12) 飯田恭敬・朝倉康夫・広川誠一・鷹尾和幸：ネットワークの分割およびバンドリングによる交通量配分計算の簡略化，土木計画学研究・講演集11，pp.227-234，1988。
- 13) 飯田恭敬・若林拓史・福島 博：道路網信頼性の近似解析方法の比較研究，土木学会論文集，No.407/IV-11，pp.107-116，1989。
- 14) 若林拓史・片岡孝之・久末信幸：道路網信頼性解析へのファジィ理論の適用，第5回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.385-389，1989。
- 15) 若林拓史・飯田恭敬・中川真治：ファジィ理論を適用した交点法による道路網信頼性解析，土木学会第44回年次学術講演会概要集第4部，1989。