【土木計画学研究・講演集 No.12　1989年12月】

観測リンク交通量からのネットワーク均衡コスト推定法

Estimating Network Equilibrium Cost from Observed Link Flows

赤松　隆*・高木　淳**

by Takashi Akamatsu and Jun Takagi

This paper presents a method of estimating the user's perceived travel cost from observed link flows in general network. We formulate the estimation problem as the equilibrium network model in which the link flows are given and the link costs are the unknown variables to be estimated. Not only the problem estimates the perceived travel cost, it can be viewed as the unified approach to the several network problems such as estimating the parameters of link performance function or the imposition of optimal congestion toll. The problem is converted into the equivalent mathematical programming problem and the efficient solution algorithm is developed. Finally, the various directions for extension of the method are discussed.

keywords: perceived cost, network equilibrium, observed link flow

1．はじめに

従来の交通計画に用いられてきた需要分析モデルは，需要を求めることにのみ主眼がおかれ，利用者の知覚するサービスレベルの推定と需要予測間の整合性については十分に考慮されてきたとは言い難い．このことは，過去の交通計画では，与えられた交通量を処理することを主な目標とすることが多く，とりあえず需要の予測さえできればよいという傾向があったこととも関連していると思われる．

最近では，単に需要をさばくことができるということだけではなく，利用者が交通サービスレベルをどのように認知しているかという点を考慮しつつ施設整備水準を計画する，あるいは，これを基にきめ細かな交通管理をおこなうことの必要性が認識されつつある．そのような背景のもと，交通研究の分野では，交通行動における利用者の知覚効用レベルの計量化が非集計行動モデルの適用を中心として行われてきた．しかし，これらは，個別的な分析に終わり，一般化された枠組みで取り扱える形となっていないものが多いことや，モデルの性質上，混雑の影響を明示的に取り扱いにくいという問題点がある．この混雑の影響を一般的なフレームで考慮しうるモデルの一つに交通均衡配分モデルがある．このモデルはもともとは，道路網交通量配分計算のために開発されたものであるが，ネットワーク表現に工夫をすれば，より広範な交通行動分析問題への適用が可能である．例えば，我々が行った列車ダイヤと利用者の行動の関係分析についての研究(1) の様に，利用者の時間・空間的行動経路をネットワークとして表現すれば，このモデルを適用することができる．従来，ネットワーク均衡モデルは，リンク性能関数の諸条件(関数形・パラメータ)は物理的に計測され

＊ 学生会員　東京大学工学部土木工学科
（〒113　文京区本郷7-3-1）
＊＊ 同上

た結果から所与であるとして使用されてきたが，一般化されたネットワークを用いる場合には，そのリンクコストは直接計測することのできない利用者の知覚費用（不効用）を表わすものとなる．従って，これは，観測された利用者の行動結果をもとに推定するより他，方法は無いであろう．そこで，我々は，先の列車ダイヤ分析問題において，観測されたリンク交通量と均衡モデルによる推定リンク交通量の残差自乗和を最小化するようにパラメータ推定をおこなった．しかし，この方法では，解が唯一に決まらないため多数回配分計算を行う必要があり，膨大な計算量を要するという問題点が生じてしまう．この例からもわかるように，リンク性能関数パラメータあるいは均衡リンクコストを効率的に推定する方法の開発は，一般化されたネットワークモデルの適用を考える上で避けて通れない問題であると思われる．

さて，我々の研究以外で，ネットワーク分析の枠組みを用いて利用者の知覚費用推定に係わる問題を扱った研究としては，河上・溝上(2)と井上(3)の研究があげられる．河上・溝上は機関分担・配分結合問題において交通手段選択関数等のいくつかのパラメータと交通量を同時に未知変数とした二段階最適化問題を定式化し，実際ネットワークでパラメータを求めている．しかし，その分析は，理論的には，解の唯一性や計算の収束性・必要な計算量等に関して多くの疑問点が残る．井上の研究は，OD表推定を主目的としている点で一見方向が異なるが，そこで用いられているシャドウコストという概念は，利用者の知覚交通費用を表現しているという点で，我々の前述の研究における「不効用」と同様の意味をもっており興味深い．しかし，この研究では経路選択率を所与としているという点で実際的なネットワークでの適用は難しく課題が残る．

以上の背景をふまえ，我々は以下の四つの点を満たしたモデルの定式化とその効率的解法の開発を研究目的とする．**①一般性・汎用性**：個別的問題ではなく，一般的なネットワークとして表現された交通網における利用者の行動を表現できるモデル，**②需要予測段階との整合性**：混雑の影響の大きい場合の需要予測法として優れたネットワーク均衡モデルと整合性のある見通しの良いモデル，**③少ない計算量**：大規模なネットワークにおいても十分フィージィブルな計算量（配分計算数回に相当する程度）ですむモデル，**④データ収集の容易さ**：比較的容易に得ることのできる観測リンク交通量のみを利用者の行動結果データ（モデルの入力）とするモデル．

以上の点を満たした方法として，我々が本論文で提案・考察するのは，需要変動型ネットワーク均衡モデルにおいてリンク交通量を所与とし，リンク性能関数とそのパラメータ値を所与とせずにリンクコスト（あるいはそのパラメータ）を直接未知数とする問題である．すなわち，ネットワーク均衡条件を通常の需要予測段階とは「逆に解く」ことを考える．

この方法が可能となれば，先のダイヤ分析問題のような一般化されたネットワークモデルにおけるリンクコスト（利用者の平均知覚不効用）の推定計算が容易になることはもちろんであるが，従来，問題が指摘されてきた道路交通網の日配分計算におけるリンク性能関数のパラメータ推定(4)にも応用できるであろう．また，本研究で扱うモデルは統合型ネットワーク均衡モデルを基本とするため，観測リンク交通量から均衡モデルと整合的なOD交通量を同時推定するモデルとしての発展も可能である．さらに，我々のモデルは，観点を変えれば，交通管理・制御問題の一種と見なすことも可能である．なぜなら，モデルの入力となる「観測リンク交通量」の代わりに「望ましいリンク交通量」を入力とすれば，モデルの出力として得られるリンクコストは，サービスレベルに差をつける（これは例えば料金の設定により可能である）ことによって利用者の行動を間接的に誘導・制御する際の最適サービスレベルを求める問題(5)の解となっているからである．

本研究の構成は以下の通りである．次章では，まず，均衡モデル逆解析の考えに基づくリンクコスト推定法を定式化する．これは，等価な数理計画問題へと変換され，その性質が分析される．3章では，この等価最適化問題を効率的に解く方法を示し，4章において，その具体的な数値計算例が示される．5章では，このリンクコスト推定法をもとにリンク性能関数・需要関数パラメータの推定を行う方法について考察する．最後に，6章では，この方法を実際に適用する場合に考えられるいくつかの問題点の対処法およびモデルの拡張方法について議論する．

2．均衡モデルの逆解析

(1) 問題の枠組みと定式化

ネットワーク均衡モデルを用いた需要予測においては，リンク性能関数・需要関数パラメータは所与とし，リンク・OD交通量を求めるのが通常である．それに対して，本研究で行う「逆解析」とは，均衡条件式において，交通量データを既知とし，リンク性能関数を仮定せずに均衡コストあるいはリンク性能関数パラメータ等を未知数として直接推定しようというものである．仮定する均衡モデルの種類および未知変数のとりかたには多くのバリエーションが考えられるが，ここでは理論展開を明快にするために，ODペアごとに分離可能な需要関数をもつ利用者均衡ネットワーク配分モデルを基に，リンク交通量を既知，リンクコスト・均衡ODコスト・OD需要を未知変数とした場合をとりあげ，問題の定式化とその解析を示す．

観測リンク交通量ベクトルを $\mathbf{x}^*$，リンクコストベクトルを $\mathbf{t}$ と書き，OD交通量ベクトルを $\mathbf{q}$，逆需要関数ベクトルを $\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q})$，そのパラメータベクトルを $(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta})$，経路交通量および経路コストベクトルを $\mathbf{f}$，$\mathbf{C}$ と書くと，需要変動型利用者均衡モデルに基づく逆解析問題は以下の様に表現される．

$$f_k^{rs}(C_k^{rs} - u_{rs}) = 0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$C_k^{rs} - u_{rs} \geq 0 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$q_{rs}[u_{rs} - D_{rs}^{-1}(q_{rs}, \boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta})] = 0 \quad \cdots\cdots(3)$$

$$u_{rs} - D_{rs}^{-1}(q_{rs}, \boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta}) \geq 0 \quad \cdots\cdots(4)$$

$$q_{rs} - \sum_k f_k^{rs} = 0 \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\mathbf{x}^* = \Delta\ \mathbf{f} \quad \cdots\cdots(6)$$

$$\mathbf{C} = \Delta'\ \mathbf{t} \quad \cdots\cdots(7)$$

$$\mathbf{q} \geq 0, \quad \mathbf{f} \geq 0 \quad \cdots\cdots(8),(9)$$

ここで，添字 a はリンク，rsはODペア，k は経路の番号を表わし，$\boldsymbol{\Delta}$ は以下のように定義される要素を持つ経路・リンク結合行列である．

δ_{ak}^{rs} = リンク a がODペアrsの第k 番目経路に含まれるなら1，そうでないなら0．

通常の予測配分計算では，リンクコストを決めるリンク性能関数と需要関数（およびそのパラメータベクトル$(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta})$）を所与とし，リンク交通量 $\mathbf{x}$ とOD交通量 $\mathbf{q}$ を未知変数として解くが，ここでは式(1)～(9)の条件を完全に満たした4種の変数ベクトル$(\mathbf{x}, \mathbf{t}, \mathbf{q}, \mathbf{u})$のうち，$\mathbf{x}$ と$(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta})$を所与としたときに，リンクコスト $\mathbf{t}$，OD均衡コスト $\mathbf{u}$ およびOD交通量 $\mathbf{q}$ を未知変数とする問題を考える．

(2) 等価な最適化問題

均衡条件式(1)～(9)ではOD均衡コスト $\mathbf{u}$ に関して単調減少な需要関数 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\eta})$ あるいはその逆関数 $\mathbf{D}^{-1}$ を所与としているのでOD変数については $\mathbf{q}$ か $\mathbf{u}$ のいずれか片方だけを未知変数とすれば十分である．また経路交通量変数 $\mathbf{f}$ を明示的に取り扱うことは一般ネットワークにおいては困難である．これらのことを考えると式(1)～(9)を直接あつかうのではなく，これと等価で，リンクコスト $\mathbf{t}$ とOD均衡コスト $\mathbf{u}$ のみを明示的未知変数とする問題を考えるのが賢明である．そのような問題として，我々は以下の最適化問題D1を考える．

［D1］

$$\min.\ Z(\mathbf{t}, \mathbf{u}) = \sum_a t_a x_a^* - \sum_{rs} \int_{u0}^{u_{rs}} D_{rs}(\nu)\,d\nu \quad \cdots\cdots(10)$$

subject to

$$\sum_a t_a \delta_{ak}^{rs} \geq u_{rs} \quad \cdots\cdots(11)$$

ここで $u0 = D_{rs}^{-1}(0)$.

この最適化問題は，Beckmann型の等価最適化問題の双対問題（例えば文献(6)～(8)参照）において，逆リンク性能関数を観測リンク交通量 $\mathbf{x}^*$ におきかえることにより得られるものである．従って，この問題が式(1)～(9)と等価であることは，最適性の条件であるKuhn-Tucker 条件が均衡条件式となっていることを長々と示すまでもなく，容易に理解できるであろう．

なお，問題D1では，需要関数の単調減少性を仮定しているので，式(10)の目的関数値を下げるため

にはuはできるだけ大きな値をとるほうがよいが，一方で，制約式(11)が効いているため，結局，最適な状態ではuは必ず各ODペアの最小経路費用そのものとなっているはずである．従って，この問題は，リンクコストtのみを明示的未知変数とした以下の様な制約条件無し最適化問題としても表現できる．

［D1’］

$$\min. Z(t)=\sum_a t_a x_a^* - \sum_{rs}\int_{u0}^{u_{rs}} D_{rs}(\nu)d\nu$$

ここで，$u_{rs}=\min_k\{C_k^{rs}=\sum_a t_a \delta_{ak}^{rs}\}$

(3) 解の存在と唯一性

問題D1は通常の均衡配分問題と同様，凸な目的関数と凸な制約領域をもつ数理計画問題であり，解が存在することは明らかである．しかし，解の唯一性に関しては，均衡配分問題の場合とは若干異なり，注意が必要である．この問題は，OD均衡コストuに関しては狭義凸関数であるから唯一の解を持つが，リンクコストtに関しては線形である（凸ではあるが狭義凸ではない）からtは必ずしも唯一に決まらないのである．これについて，経路コストとリンクコストの関係式(7)をもとに，より詳しく考えてみよう．均衡状態においてフローの流れている経路のみを，ありうる経路と考えると，uとtの間には以下の関係式が成立している．

$$\tilde{u}=\Delta' t \quad\cdots\cdots(12)$$

ここで，$\tilde{u}\equiv[\underbrace{u_1,\ldots,u_1}_{\text{ODﾍﾟｱ }1},\underbrace{u_2,\ldots,u_2}_{\text{ODﾍﾟｱ }2},\ldots]^t$

リンク数をL，ODペアとなっていないノードの個数をNと書くと，リンク・経路結合行列Δの階数はL-N である．従って，式(12)で$\tilde{u}$を所与，tを未知変数とした連立方程式中の独立な式の個数はL-N 個だけであることがわかる．つまり，未知数L個に対してL-N 個しか方程式は与えられないため，N個の自由度があり，一般的にはtは唯一に決まらないのである．しかし，このN個の自由度をなくすような条件を付加することができればtを唯一に決めることができるだろう．また，N＝0となるようなネットワーク，即ち，全てのノードが発生か集中ノードのいずれかになっているような場合には，リンクコストtも唯一に決めることができることがわかる．

3．計算のアルゴリズム

問題D1はBeckmann型均衡配分モデルの双対問題と類似した形であるから，その解法としても配分計算と同様な解法が適用できる．ここでは，劣勾配法を用いた場合の計算法を示す．

劣勾配法の一般的アルゴリズムは以下の様にまとめられる(7)(9)．

STEP 0:(1) tの下限値 t_{min}，収束判定定数εの値を設定，
(2)目的関数下限値LB と解 t の初期値を設定，
(3)作業変数w:=∞．

STEP 1:目的関数$Z(t^n)$と劣勾配$d^n=\partial Z(t^n)$の値を計算．

STEP 2:目的関数下限値LBを改訂．

STEP 3:もし，$Z(t^n)<w$ ならば$w:=Z(t^n)$としSTEP 4へ，そうでないならSTEP 5へ．

STEP 4:もし，$w-LB\leqq\varepsilon\cdot|LB|$ なら停止，そうでないならSTEP 5へ．

STEP 5: t^n を次式により改訂：

$$t_a^n=\max\{t_{min},\ t_a^n - s\, d_a^n\},$$

ただしｽﾃｯﾌﾟｻｲｽﾞ s は次式により決める：

$$s=\sigma^n(Z(t^n)-LB)/\|d^n\|^2,$$

ここで，σは0＜σ＜2で繰り返し回数に応じて小さな値にしてゆく定数．

STEP 1 へ戻る．

これをみればわかるように，このアルゴリズムが適用できる為には，目的関数値，劣勾配，目的関数下限値の値の評価が効率的に計算できる必要がある．

目的関数値はリンクコストt^nに対してODペア別の最小経路コストuが計算でき，それらを式(10)に代入すれば容易に計算できる．

次に，劣勾配については，次式により与えられる．

$$d_a^n=x_a^* - \sum_p f_p^{rs}\delta_{ap}^{rs} \quad\cdots\cdots(13)$$

(13)式の，第二項はリンクコストt^nによってODペア別最小経路コストuを計算し，それを需要関数

に代入することによりOD交通量を求め，そのOD交通量を all or nothing 配分したときのリンク交通量として求められる．

最後に，下限値については，問題D1と双対関係にある以下の問題P1の目的関数，すなわち逆需要関数の積分の値を用いれば良い．

［P1］

$$\max.\ Z(\mathbf{q}) = \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega)\, d\omega \quad \cdots\cdots (14)$$

subject to

$$\sum_{rs}\sum_{k} f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} = x_a^* \quad \cdots\cdots (15)$$

$$\sum_{k} f_k^{rs} = q_{rs} \quad \cdots\cdots (16)$$

$$f_k^{rs} \geqq 0 \quad \cdots\cdots (17)$$

以上のことから，一般的なネットワークにおいて経路を列挙することなくこの解法を適用することができ，効率的にリンクコストを推定できることが判る．

4．数値計算例

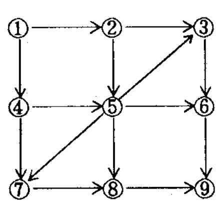
第3章で述べたアルゴリズムの確認のため，図－1に示すようなノード数9，リンク数14のネットワークにおいて，OD需要関数パラメータ及びリンク交通量を所与とし，リンクコスト及びOD交通量を求める数値計算を行った．需要関数には以下の式を用い，

$$D_{rs}(u_{rs}) = \exp(-\zeta(u_{rs} - \mu_r - \eta_s)) \quad \cdots (18)$$

需要関数パラメータの値は，$\zeta = 0.02$，$\boldsymbol{\mu}$，$\boldsymbol{\eta}$ は各ノードごとに表－1のように与える．

表－1 需要関数ﾊﾟﾗﾒｰﾀ値

ﾉｰﾄﾞ	μ_r	η_s
1	200.00	------
2	160.00	30.00
3	190.00	80.00
4	140.00	90.00
5	150.00	40.00
6	210.00	100.00
7	180.00	120.00
8	170.00	50.00
9	------	60.00



図－1 例題ﾈｯﾄﾜｰｸ

計算にあたって，予めリンクコストとOD交通量の真の最適解が判っていると都合がよい．そこで，以下の2通りのケースの各々について，式(18)の需要関数とともに適当なリンク性能関数を与えて需要変動型均衡配分を行ない，リンクフロー**xo**，リンクコスト**to**，OD交通量**qo**，均衡ODコスト**u0**を求め，その**x0**を問題D1への入力に用い，(**to**, **qo**, **uo**)を真の最適解とした．

(1) リンクコストが唯一に求まる場合

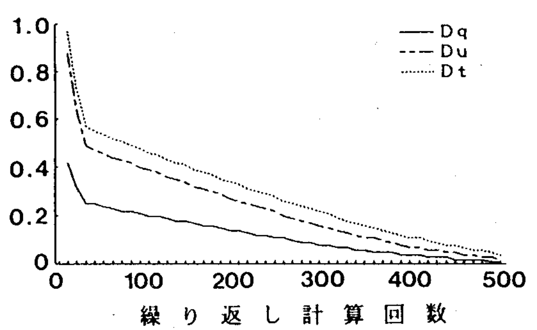
第2章で述べた通り，全ノードが発生または集中ノードである場合，リンクコストは唯一に求めることができる．そのことを確かめるために，図－1のネットワークにおいてノード①から⑧までを発生ノード，ノード②から⑨までを集中ノードとし，劣勾配法を用いて計算を行なった．解の収束状況をみるために，リンクコスト**t**，OD交通量**q**，ODペア間均衡コスト**u**のそれぞれについて，各繰り返し計算における真の最適解と推定値の乖離度を示す以下のような指標を用いた．

$$Dt^n \equiv \| \mathbf{to} - \mathbf{t}^n \| / \| \mathbf{to} \| \quad \cdots\cdots (19)$$

$$Dq^n \equiv \| \mathbf{qo} - \mathbf{q}^n \| / \| \mathbf{qo} \| \quad \cdots\cdots (20)$$

$$Du^n \equiv \| \mathbf{uo} - \mathbf{u}^n \| / \| \mathbf{uo} \| \quad \cdots\cdots (21)$$

ここで，右肩の n は繰り返し計算回数を表わす．図－2に，これら指標で表した解の収束状況を示す．



図－2 リンクコストが唯一に求まる場合の解の収束状況

図－2および表－2から明らかなように，全ノードが発生または集中ノードの場合，リンクコスト，OD交通量とも，ほぼ厳密に真の最適解に収束していく．やや収束回数が多いが，劣勾配法の特性上一次元探索を行わないので，Frank-Wolfe 法などの配

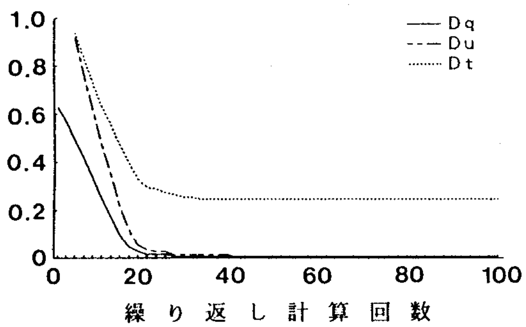
分計算に比べ1回当りの計算時間が短いこと，アルゴリズムにおけるステップサイズパラメータσの設定や劣勾配のとりかたを工夫することにより収束回数減少の余地があることなどから，大規模なネットワークにおいても十分なフィージビリティを持つ計算方法であると思われる．

表－2　観測ﾘﾝｸﾌﾛｰ，最適ﾘﾝｸｺｽﾄ，推定ﾘﾝｸｺｽﾄ

ﾘﾝｸ番号	x	to	t
1(1-2)	296.314	29.3481	29.3502
2(1-4)	408.127	27.9196	27.9198
3(2-3)	365.402	24.4708	24.4691
4(2-5)	187.623	27.5881	27.5820
5(3-6)	462.798	23.6557	23.6565
6(4-5)	88.046	29.8872	29.8810
7(4-7)	346.977	30.2476	30.2426
8(5-3)	79.575	29.7553	29.7583
9(5-6)	166.304	21.8139	21.8198
10(5-7)	228.360	25.0866	25.0900
11(5-8)	55.610	25.7150	25.7348
12(6-9)	268.735	23.1045	23.1032
13(7-8)	177.441	19.9520	19.9844
14(8-9)	125.122	23.7053	23.6772

(2) リンクコストが唯一に求まらない場合

ノードの一部が発生または集中ノードでない場合，ODペア間均衡コストおよびOD交通量は唯一に定まるが，リンクコストは初期値の与え方によって収束解は変化する．その例として，図－1のネットワークにおいて，ノード①②③④を発生ノード，ノード⑥⑦⑧⑨を集中ノードとし，表－3左欄のリンクフローをモデルの入力として(1)と同様の計算を行なった．図－3にその解の収束状況を示す．



図－3　リンクコストが唯一に求まらない場合の，解の収束状況

また，計算が十分収束した段階での推定リンクコストtと最適リンクコストtoの比較およびOD交通量qと真のOD交通量qoの比較を，各々，表－3，表－4に示す．

表－3　観測ﾘﾝｸﾌﾛｰ，最適ﾘﾝｸｺｽﾄ，推定ﾘﾝｸｺｽﾄ

ﾘﾝｸ番号	x	to	t
1(1-2)	121.344	26.6158	26.5956
2(1-4)	232.203	25.1412	25.2976
3(2-3)	214.194	22.3998	22.4308
4(2-5)	123.028	26.6386	23.1269
5(3-6)	479.001	23.9077	23.8786
6(4-5)	55.528	29.3873	25.0552
7(4-7)	350.197	30.3066	30.1966
8(5-3)	0.000	28.5714	50.0000
9(5-6)	55.528	20.5711	25.0807
10(5-7)	99.430	23.3848	26.9001
11(5-8)	23.597	25.2985	28.8182
12(6-9)	119.520	21.2712	21.4150
13(7-8)	52.818	18.6750	18.5306
14(8-9)	2.350	22.2484	22.8242

表－4　最適OD交通量と収束解

ODﾍﾟｱ	qo	q
1-6	93.800	93.869
1-7	198.513	198.366
1-8	33.690	33.768
1-9	27.545	27.484
2-6	71.774	71.795
2-7	99.430	99.431
2-8	23.597	23.597
2-9	21.076	21.021
3-6	204.697	204.881
3-9	60.110	59.987
4-6	44.738	44.580
4-7	98.865	99.094
4-8	16.778	16.869
4-9	13.139	13.053

一見して判るように，ノードの一部が発生，集中ノードでない場合，均衡コスト，OD交通量は真の解に収束するが，リンクコストは真の解とは異なる点に収束している．ただし，リンクコストの初期値を真の解の近傍で与えると，真の解に収束することも計算により判明している．

5．リンク性能関数・需要関数パラメータの推定

(1) リンク性能関数のパラメータ推定

問題D1は特定のリンク性能関数を想定せずにリンクコストを推定する問題としたが，この結果を用いれば，適当な関数型を仮定したリンク性能関数のパラメータαを推定することも可能である．その具

体的な方法として最も単純かつ一般的であるのは，推定されたリンクコストと観測リンク交通量の関係をリンク種別ごとに適当な関数型について回帰分析し，パラメータを推定するという方法であろう．

(2) 需要関数のパラメータ推定

前章までの説明では，簡単のため，需要関数パラメータ(ζ, η)を所与としたが，実際の適用計算では，なんらかの方法でこれを予め求めておく必要がある．その方法としては，いくつか考えられるが，例えば，既存のパーソントリップ調査等から得られるターゲットＯＤ表データを用いることができれば，以下のような問題を解くことにより得ることができる．

$$\min. Z(\zeta, \eta) = \sum_{rs} \{D_{rs}(\zeta, \eta, \mathbf{u}) - \tilde{q}_{rs}\}^2$$

subject to　D 1

ここで，$\tilde{\mathbf{q}}$は所与のターゲットＯＤ交通量．これは二段階最適化問題となっているが，LeBlanc等(11)がＯＤ表推定問題に対して示した部分的双対化の考えを用いた方法とほぼ同じ解法で効率的に計算できるであろう．

6．いろいろな場合のモデルの変形と拡張

(1) 部分的観測リンク交通量を用いる場合

問題Ｄ１では，ネットワーク中の全てのリンク交通量が与えられているとして解析を行ったが，実際の観測データにおいては，ネットワーク中の部分的なリンクの交通量しか与えられていないということがしばしばある．この場合，様々な状況が考えられるため，その扱い方（ネットワーク分解原理を用いた方法）全般については別の機会に示すことにし，ここでは，以下の①～③の条件をみたした場合についてのみ言及しておこう．

①リンク交通量の観測されたリンクはコストが未知
②リンク交通量の観測されていないリンクは交通量が未知（ただしリンク性能関数は与えられている）
③フローパターンは観測リンク交通量も含めて完全に利用者均衡条件を満たしている

このような状況は，例えば，鉄道と道路の結合ネットワーク分析において，鉄道網(Ｇ１)のリンク交通量と道路網(Ｇ２)のリンク性能関数$\mathbf{t}(\mathbf{x})$あるいはその逆関数$\mathbf{t}^{-1}(\mathbf{t})$は所与とし，鉄道網のリンクコスト$\mathbf{c}$と道路網のリンク交通量を未知とした場合におこる．

この場合，以下のような最適化問題を解くことにより鉄道網の未知リンクコストおよび道路網の未知リンク交通量を得ることができる（等価性の証明についてはKuhn-Tucker条件を導くだけの簡単なものであるからここでは省略する）．

［Ｄ２］

$$\min. Z(\mathbf{t}, \mathbf{c}, \mathbf{u}) = Z_1(\mathbf{t}) + Z_2(\mathbf{c}) + Z_3(\mathbf{u}) \quad \cdots\cdots(22)$$

subject to

$$\sum_{a \in G1} c_a \delta_{ak}^{rs} + \sum_{b \in G2} t_b \delta_{bk}^{rs} \leq u_{rs} \quad \cdots(23)$$

ここで

$$Z_1 = \sum_{a \in G1} c_a x_a^* \quad \cdots\cdots(24)$$

$$Z_2 = \sum_{b \in G2} \int_{t0}^{t_b} t_b^{-1}(\nu)\, d\nu \quad \cdots\cdots(25)$$

$$Z_3 = -\sum_{rs} \int_{u0}^{u_{rs}} D_{rs}(\nu)\, d\nu \quad \cdots\cdots(26)$$

(2) 精度の悪い観測リンク交通量を用いる場合

問題Ｄ１で入力となる観測リンク交通量はフロー保存則を満たしている必要があるが，実際に使用可能なデータは，計測誤差その他によって，この条件を満たしていないという場合がありうる．そのような場合には，観測データに前処理をほどこし，その結果得られるリンク交通量をＤ１で用いる観測リンク交通量データとするという方法が考えられる．具体的には，誤差を含んだ観測リンクデータ$\mathbf{y}$を以下の様な最小自乗問題の解として得られるリンク交通量$\mathbf{x}$に変換すればよいであろう．

$$\min. Z(\mathbf{x}) = \sum_{ij} (x_{ij} - y_{ij})^2 \quad \cdots\cdots(27)$$

subject to

$$\sum_i x_{ik} - \sum_j x_{kj} = \sum_s q_{ks} \quad \cdots\cdots(28)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \cdots\cdots(29)$$

この問題は狭義凸な目的関数と凸制約をもつ問題で

あるから解 **x** は唯一に決まる．また制約条件は各ノードでのフロー保存則と非負条件のみであるから，乗数法等の適当なアルゴリズムを用いれば，大規模なネットワークにおいても容易に解くことができる．

(3) 不効用のばらつきを考慮する場合

均衡コスト推定モデルＤ１は，利用者の知覚費用（不効用）を決定論的均衡モデルの枠組みで取り扱ったものであるが，実際には，利用者の不効用は，ランダムなばらつきをもっているとする方が自然である．そのためには，確率的均衡配分モデルを基本とした方法を考えればよいであろう．この場合，著者等の最適混雑料金問題の研究(5) において示された等価最適化問題とほぼ同様な問題として取り扱うことができる．例えば，発生交通量ベクトル **O** が与えられたNESTED LOGIT型確率配分モデルの場合は，以下のような最適化問題を解けば良い．

［Ｄ３］

$$\min.\ Z(\mathbf{t}) = \sum_a t_a x_a^* - \sum_r O_r S_r(\mathbf{t}, \eta, \theta, \zeta) \quad \cdots\cdots(30)$$

ここで，

$$S_r = -(1/\zeta)\ln\sum_s \exp(-\zeta u_{rs} + \eta_s) \quad \cdots(31)$$

$$u_{rs} = -(1/\theta)\ln\sum_k \exp(-\theta C_k^{rs}) \quad \cdots\cdots(32)$$

ζ，θ は各々目的地，経路選択にともなう不効用のばらつきを示すパラメータ，η は目的地の魅力度．

問題Ｄ３の解法としては，問題Ｄ１と同様，劣勾配法が適用できる．この場合，式(32)の **u** の値を経路を列挙せずに計算することが難しく見えるが，著者らの開発した確率的均衡配分の解法(12)と同様の方法を用いれば，経路を列挙することなくリンクごとの変数に分解して効率的に計算することができる．

7．結論

本研究は，混雑の影響を考慮した一般ネットワークにおいて，利用者の知覚交通費用を均衡モデルと整合的な形で推定する方法を定式化し，その問題の解析と効率的計算アルゴリズムの開発をおこなった．この方法は，パラメータ推定問題・ＯＤ表推定問題・最適混雑料金問題という一見全く異なる問題をひとつの観点から統一的に眺め直すことができることから，需要分析へのネットワークモデルの適用可能範囲を広げることとなるであろう．今後これらの結果をふまえて，様々なケースへ実際の適用をおこなってゆくことにより本手法の発展とその有効性の確認をおこなってゆきたい．

参考文献

(1)家田仁・赤松隆・高木淳:利用者均衡配分法による通勤列車運行計画の利用者便益評価,土木計画学研究・論文集 6,pp.177-184,1988.

(2)河上省吾・溝上章志:手段分担・配分結合モデルを用いた手段選択関数と均衡交通量の同時推定法,土木学会論文集,No.371,pp.79-88,1986.

(3)井上博司:シャドウコスト概念による観測交通量からのＯＤ交通量推計,土木学会論文集,No.401,pp.41-50,1989.

(4)北川久,太田勝敏:配分手法で用いるQ-V式に関する考察,交通工学,Vol.19(3),pp.4-13,1984.

(5)T.Akamatsu and M.Kuwahara: Optimal toll pattern on a road network under stochastic user behavior with elastic demand, The 5th W.C.T.R. ,1989.

(6)宮城俊彦:双対交通均衡モデル,土木計画学講演集 4, pp.403-412,1982.

(7)M.Fukushima: On the dual approach to the traffic assignment problem,Transpn.Res., Vol.18B,pp.235-245,1984.

(8)M.Carey:The dual of the traffic assignment problem with elastic demands,Transpn.Res., Vol.19B,pp.227-237,1985.

(9)J.Kennington and R.Helgason:Algorithms for network programming, John Wiley & Sons, New York, 1980.

(10)S.Nguyen: Estimating origin-destination matrices from observed flows, Transportation Planning models, pp.363-380,1984.

(11)L.LeBlanc and K.Farhangin:Selection of a trip table which reproduces observed link flows, Trans.Res.,Vol.16B,pp.83-88,1982.

(12)赤松隆・松本嘉司:需要変動を考慮した交通ネットワーク確率的利用者均衡モデルとその解法,土木学会論文集,No.396,pp.109-118,1989.