

Fiskモデルにおける θ の推定方法 およびその実用可能性に関する一考察

A Method to Estimate θ
of Fisk's Stochastic Equilibrium Model from Observed Flows

溝上 章 志^{*} 松 井 寛^{**}

By Shoshi MIZOKAMI and Hiroshi MATSUI

A stochastic user equilibrium traffic assignment model incorporating congestion effects shown by Fisk is effective in traffic assignment procedure. It includes parameter θ which transforms travel cost of each route into utility, but there is no effectual method to estimate this θ value.

In this paper, we propose a method to estimate θ value using link count data. We analyse the behavior of estimator resulting from our model, and a comparison of our model with entropy maximizing model to estimate θ and equilibrium flows developed by Anas is made.

1. はじめに

経路選択結果が Wardrop均衡状態になるためには、①確定的効用最大経路選択、②完全情報、③集計的行動という3つの仮説が成立していなければならない。しかし、現実にはこれらがすべて成立しているとは考えられず、実際にはランダムな経路選択と等時間経路選択との中間に位置するような状態で均衡していると考えられる。このような均衡状態を表す均衡配分モデルとしては、Fisk¹⁾やSheffi²⁾らによって開発された確率均衡配分モデルがある。近年、このモデルに関する幾つかの理論的展開や実用可能性についての実証的研究が行われているが、このモデルを実際の配分業務に用いた例はない。その理由は、求解のための計算方法の難しさだけでなく、モデルの中に含まれるパラメータの値をあらかじめ設定し

ておくことが容易でないためと考えられる。

本研究では、Fiskが提案した Logit型の確率経路選択規範を満足する確率均衡配分モデルの中のパラメータ θ を、リンク交通量の観測値を用いて現実の経路選択行動結果に最も適合するように推定する方法を提案する。

2. リンク交通量推定値への θ の影響

よく知られているように、Fiskが提案した確率均衡配分モデルは以下の最適化問題で定式化される。

$$\min: Z = \frac{1}{\theta} \sum_i \sum_j \sum_k h_{ijk} \ln h_{ijk} + \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_k h_{ijk} = t_{ij} \quad \forall i, j \quad (2)$$

$$v_a = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk} h_{ijk} \quad \forall a \quad (3)$$

$$h_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (4)$$

ここで、 h_{ijk} は ij OD ペア間第 k 経路の経路交通量、 t_{ij} は ij ペア間の OD 交通量、 $t_a(x)$ はリンク

* 正会員 工博 九州東海大学講師 工学部土木工学科
(〒862 熊本市大江町渡鹿223)

** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発
工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

コスト関数、 δ_{ijkd} はリンク a が ij ODペア間第 k 経路に含まれるとき1をとるダミー変数である。制約条件式(2)はOD保存条件式、式(3)はリンク交通量と経路交通量の関係式、式(4)は経路交通量の非負条件式である。この最適化問題の解が確率均衡配分交通量を与えるのは、そのKuhn-Tucker条件より、最終的に以下の条件が導かれることから明らかである。

$$h_{ijk}^* = t_{ij} p_{ijk}^* = t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ijk}^*)}{\sum_j \exp(-\theta c_{ijl}^*)} \quad (5)$$

ここで p_{ijk}^* は ij ODペア間第 k 経路の経路選択確率であり、 c_{ijk}^* は

$$c_{ijk}^* = \sum_d \delta_{ijkd} t_d(v_d^*) \quad (6)$$

を満たす ij ODペア間第 k 経路のコストである。 $*$ はその均衡値(最適解)を示す。いま、 $\theta \rightarrow \infty$ であると式(1)のZの第1項が0に近づき第2項が卓越することからWardrop均衡問題と等価となり、 $\theta \rightarrow 0$ であるとZの第1項の経路交通量に関するエントロピー項が卓越するため、各経路に関して等確率な配分問題となる。このことは式(5)からも分かり、 θ の値は配分交通量の推定値に影響を与えることは理論的に明らかである。

θ に対する配分交通量推定値の感度を簡単な田字型モデルネットワークを用いて分析した結果、以下のことが定性的に明らかになった(図-1参照)。

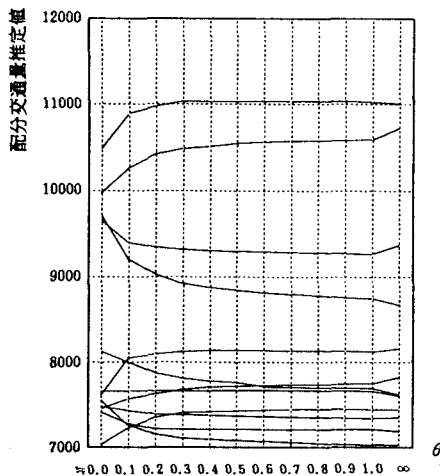


図-1 θ に対する配分交通量推定値の感度分析

①Fiskモデルにより得られる均衡交通量はWardrop均衡交通量とはかなり異なる。

② θ に対する感度は、配分される交通量が多いリンクほど大きい。

③ $0 < \theta \leq 0.5$ の範囲ではリンク交通量推定値の変動は大きく、 $\theta \geq 0.5$ では大きな変動は生じない。

④配分される総トリップ数は θ に対するリンク交通量の感度に影響を与える。

これらの結果より、実際の交通量配分プロセスにFiskモデルを適用する場合には θ の値を正しく推定して設定する必要があるといえる。

3. 従来の θ 値の推定方法

Fiskモデルの中に含まれるパラメータ θ の推定方法としては、主として次の3つの方法がある。

①経路選択行動に関する実態、あるいは意識データを用いて経路選択モデルを直接構築する方法

②Fiskモデルによる配分推定値(たとえばリンク交通量など)と実績値が最も適合するような θ を経験的に設定する方法

③Wilson³⁾やAnas⁴⁾によって開発されたentropy-maximizingモデル(EMモデル)や、Boyce⁵⁾によるdispersion-constrainedモデル(DCモデル)などの数理モデルにより θ と均衡交通量を同時推定する方法

①は方法論的には直接的で分かりやすい。しかし、実態調査にしても意識調査にしても大規模な調査が必要となる上、経路選択枝の限定やLOSデータの収集が容易でないために、実際にこの方法で経路選択モデルを構築して θ を推定した例はあまりない。

一方、宮城⁶⁾や溝上⁷⁾は②の方法を用いて θ の設定を行っている。彼らは θ の値を少しずつ変えながらFiskモデルを適用し、あらかじめ指定しておいた適合度評価項目に対する適合度指標が最も良好な値をとるときの θ を推定値として採用している。しかし、この方法から得られる θ は指定した適合度評価項目や適合度指標によって異なる。岐阜都市圏道路網においてリンク交通量の不一致係数を適合度指標とした宮城の研究では $\theta \approx -4.5$ であるのに対して、豊田都市圏道路網においてリンク交通量のRMS誤差を適合度指標とした溝上の研究では $\theta \approx -2.0$ であり、かなり差がある。また、両者とも直感的にその

絶対値は過大であると考えられる。以上のように、①、②の方法はデータ入手方法や推定値の信頼性などの点でそれぞれ問題があると考えられる。

次に③の方法について説明する。前述したEMモデルとDCモデルとは数学的に類質であるが、後者は定式化の際に必要な情報の量が多く、その収束が容易でないため実際への適用が困難と考えられる。そこで、以下ではEMモデルについて説明するが、このモデルによる θ の推定特性についての説明は文献4) 詳しい。EMモデルは次の数理最適化問題で定式化される。

$$\max: S = - \sum_i \sum_j \sum_k h_{ijk} \ln h_{ijk} \quad (7)$$

$$\text{s. t. } \sum_k h_{ijk} = t_{ij} \quad \forall i, j \quad (8)$$

$$v_a = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk a} h_{ijk} \quad \forall a \quad (9)$$

$$\sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx \leq \widetilde{C} \quad (10)$$

これは、OD保存条件式(8)とリンク交通量と経路交通量の関係式(9)、および式(10)を満足する経路交通量 h_{ijk} に関する実行可能な最大のdispersion S を求めることを意味している。

このモデルがリンク交通量の均衡値とパラメータ θ を同時推定できることを以下に示す。EMモデルのラグランジュ関数は、制約条件式(8)、(10)に対するラグランジュ乗数をそれぞれ λ_{ij} 、 η とすると、

$$\begin{aligned} L = & \sum_i \sum_j \sum_k h_{ijk} \ln h_{ijk} \\ & + \sum_i \sum_j \lambda_{ij} \left(\sum_k h_{ijk} - t_{ij} \right) \\ & + \eta \left\{ \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx - \widetilde{C} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。したがって、このKuhn-Tucker条件は、

$$\ln h_{ijk} + 1 + \lambda_{ij} + \eta \sum_a \delta_{ijk a} t_a(v_a) = 0 \quad (12)$$

$$\sum_k h_{ijk} = t_{ij} \quad \forall i, j \quad (13)$$

$$v_a = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk a} h_{ijk} \quad \forall a \quad (14)$$

$$\eta \left\{ \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx - \widetilde{C} \right\} = 0 \quad (15)$$

$$\sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx - \widetilde{C} \leq 0 \quad (16)$$

$$\eta \geq 0 \quad (17)$$

となる。いま、式(10)の左辺における推定リンク交通量 v_a を観測リンク交通量 $\widetilde{v}_a$ で置き換え、

$$\sum_a \int_0^{\widetilde{v}_a} t_a(x) dx = \widetilde{C} = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx \quad (18)$$

が成立するときのことを考える。つまり、真の θ のもとでの人の経路選択行動結果が観測リンク交通量としてまさに現象していると想定する。このとき、式(15)と式(17)より $\eta^* > 0$ 、式(12)と式(13)より、

$$p_{ijk}^* = \frac{h_{ijk}^*}{t_{ij}} = \frac{\exp(-\eta^* c_{ijk}^*)}{\sum_l \exp(-\eta^* c_{ilj}^*)} \quad (19)$$

となる。このことから、式(7)、(8)、(9)および式(18)によって定式化されたEMモデルの解はまさに式(5)と同値になる。ここで、ラグランジュ乗数 $\eta^* (> 0)$ を θ とみなすことによってリンク交通量の均衡値と θ とが同時に求められる。このモデルは理論的に極めて強固で、スマートである。しかし、①式(18)を設定するためには道路網上のすべての道路区間でリンク交通量の正確な観測が必要であり、②式(7)の最適化のためには有効経路をあらかじめ限定しておく必要があることから、実際の道路網においてEMモデルを用いて θ と均衡交通量を推定することはかなり困難であると考えられる。

4. 情報量最小化法⁸⁾による θ の推定モデル

ここで提案するモデルは、真の θ のもとで経路選択行動が行われた結果として現れている道路区間交通量の観測データを利用して、その道路区間交通量が最も生じやすい状態となるような θ の推定値を求めようとするものである。まず、次の変数を定義する。 q_{ija} : ij 間OD交通量 t_{ij} のうちリンク a を利用するOD交通量、 p_{ija} : 道路区間利用率であり、 ij 間のOD交通量のうちリンク a を利用する割合を示す。このとき、

$$v_a = \sum_i \sum_j q_{ija} = \sum_i \sum_j t_{ij} p_{ija} \quad (20)$$

$$p_{ija} = \sum_k \delta_{ijk a} p_{ijk} \quad (21)$$

の関係が成立する。 p_{ijk} は ij OD間第 k 経路の経路選択確率である。

いま、リンク a の交通量がどのようなODをもつ交通量で構成されているかを考える。リンク a 上で

ij間のOD交通量が観測される確率が、パラメータ α を含む $s_{ij\alpha}(\alpha)$ で仮定できるとき、当該リンク a の交通量のうちij間のOD交通量が $q_{ij\alpha}$ だけ観測される確率は、

$$P_a(\alpha) = \frac{(\sum_j \sum_i q_{ij\alpha})!}{\prod_j \prod_i q_{ij\alpha}!} \prod_j \prod_i (s_{ij\alpha}(\alpha))^{q_{ij\alpha}} \quad (22)$$

となる。観測したリンク a ($a=1, \dots, m$)上で観測値 $q_{ij\alpha}$ が生起するときの $s_{ij\alpha}(\alpha)$ を特定化するパラメータ α は、

$$\max_{\alpha} B = \prod_a P_a(\alpha) \quad (23)$$

を満足する解として求めることができる。この α が求まれば θ は推定できる。

しかし、観測リンクにおいて、そのリンク交通量を構成するOD別の交通量 $q_{ij\alpha}$ を観測することは不可能である。そこで、ここでは $s_{ij\alpha}(\alpha)$ ではなく、リンク a における $q_{ij\alpha}$ の構成の仕方を確率的にとらえ、最も起こりやすい状態でリンク a 上の各OD交通量 $q_{ij\alpha}$ の組み合わせが生起すると考える。いま、 $r_{ij\alpha}$ をリンク a の交通量のうちij間のOD交通量が生起する先験確率とし、これはなんらかの方法で設定可能とすると、リンク交通量の観測値 v_a が得られる同時生起確率 $P(v_a)$ は

$$P(v_a) = \frac{v_a!}{\prod_j \prod_i q_{ij\alpha}!} \prod_j \prod_i (r_{ij\alpha})^{q_{ij\alpha}} \quad (24)$$

で表される。さらに、交通量を観測した全てのリンク a ($a=1, \dots, m$)上で、最も起こりやすい状態で $q_{ij\alpha}$ が生起していると考えるとき、 $q_{ij\alpha}$ は

$$\max_{q_{ij\alpha}} A = \prod_a P(v_a) \quad (25)$$

を満足する解として求められる。目的関数式を簡単にするために式(24)の両辺の対数を取り、これにスターリングの公式を用いて変形すると、この問題は以下の最小化問題と同値となる。

$$\min_{q_{ij\alpha}} I = \sum_a \sum_j \sum_i q_{ij\alpha} \ln \left(\frac{q_{ij\alpha}}{v_a \cdot r_{ij\alpha}} \right) \quad (26)$$

一方、Fiskモデルから得られる経路選択確率は式(5)に示すようなLogit型のモデルで表され、また $q_{ij\alpha}$ には

$$q_{ij\alpha} = \sum_k \delta_{ij\alpha k} h_{ij\alpha k} = \sum_k \delta_{ij\alpha k} t_{ij} p_{ij\alpha k} \quad (27)$$

の関係が成立していることから、

$$q_{ij\alpha} = \sum_k \delta_{ij\alpha k} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ij\alpha k})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ij\alpha l})} \quad (28)$$

となり、 $q_{ij\alpha}$ は未知パラメータ θ をもつ関数で表すことができる。したがって、式(26)で定式化された問題は、式(28)を式(26)に代入することによって最終的に

$$\min_{\theta} F = \sum_a \sum_j \sum_i \left\{ \sum_k \delta_{ij\alpha k} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ij\alpha k})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ij\alpha l})} \cdot \ln \left[\frac{\sum_k \delta_{ij\alpha k} t_{ij} \frac{\exp(-\theta c_{ij\alpha k})}{\sum_l \exp(-\theta c_{ij\alpha l})}}{v_a \cdot r_{ij\alpha}} \right] \right\} \quad (29)$$

となり、Fiskモデルの θ はこの問題の解として求めることができる。

ここではOD交通量 t_{ij} は既知である。また、ijOD間の有効経路が限定できれば $\delta_{ij\alpha k}$ は決まり、 $c_{ij\alpha k}$ は有効経路上の所要コストの実測から得られる。したがって、経験的に妥当と思われる道路区間利用率の先決値 $p_{ij\alpha}$ を用いて、先験確率 $r_{ij\alpha}$ をたとえば、

$$r_{ij\alpha} = t_{ij} \tilde{p}_{ij\alpha} / \sum_j \sum_i t_{ij} \tilde{p}_{ij\alpha} \quad (30)$$

などの方法で先験的に与えることができれば、リンク交通量の観測値に最も適合させるような $q_{ij\alpha}$ を式(28)で規定するパラメータ θ を、交通量観測道路区間におけるリンク交通量の観測値 $\tilde{v}_a$ ($a=1, \dots, m$)と有効経路所要コストの観測値 $\tilde{c}_{ij\alpha k}$ を式(29)に代入したときの目的関数 $F(\theta | \tilde{v}_a, \tilde{c}_{ij\alpha k})$ の最小化問題の解 θ^* として求めることができる。このモデルはリンク交通量観測値からOD交通量を推定するときに用いられる情報量最小化法⁹⁾の考え方をを用いたものである。

この問題の最適性の条件は

$$\partial F / \partial \theta = 0 \quad (31)$$

であり、解は式(31)の θ についての非線形方程式を解くか、式(29)の最小化問題を θ について直接解くことによって得られる。ここでは最小化問題を直接解く方法を用いた。

5. 推定方法の適用可能性分析

(1) 本モデルの推定特性

現実道路網に対して本モデルを適用するためには、以下に示すような要因に対するモデルの推定特性を明らかにしておく必要がある。ここでは、図-2に示す9ノード、24リンクの田の字型道路網、表-1に示すOD交通量、図-3に示す有効経路集合 K_{ij} を用いて、

①リンク交通量観測道路区間数

②リンク交通量、および有効経路所要コスト観測値の観測誤差

③有効経路集合、道路区間利用率の先決誤差

に対するモデルの推定精度分析を行った。推定精度分析は図-4のフローに従うシミュレーションによって行った。以下にその概略を示す。

step 1: θ の真値 θ_0 を先決する。

step 2: θ_0 を用いたFiskモデルを解き道路区間利用率 p_{ija} を求め、式(30)より r_{ija} を設定する。

step 3: θ_0 をもとに推定時の現実値 $\tilde{\theta}$ を設定する。

step 4: この値を用いたFiskモデルから得られる確率均衡解を現実の交通状況(真値)とする。

表-1 モデルOD表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	6	12	2	16	12	10	12	8
2	10	0	4	8	20	6	16	8	10
3	12	8	0	10	20	16	18	16	6
4	6	10	10	0	18	8	6	12	12
5	8	14	14	10	0	20	14	16	10
6	14	8	16	8	24	0	12	18	8
7	12	12	10	4	28	18	0	16	8
8	12	6	18	8	22	14	8	0	8
9	8	8	6	12	26	10	10	14	0

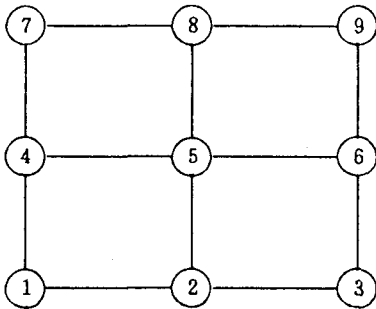


図-2 モデルネットワーク

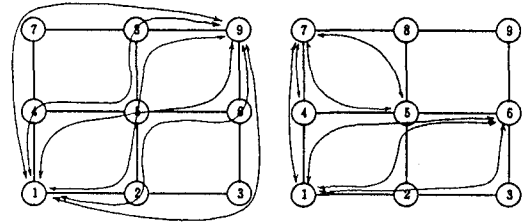


図-3 有効経路集合

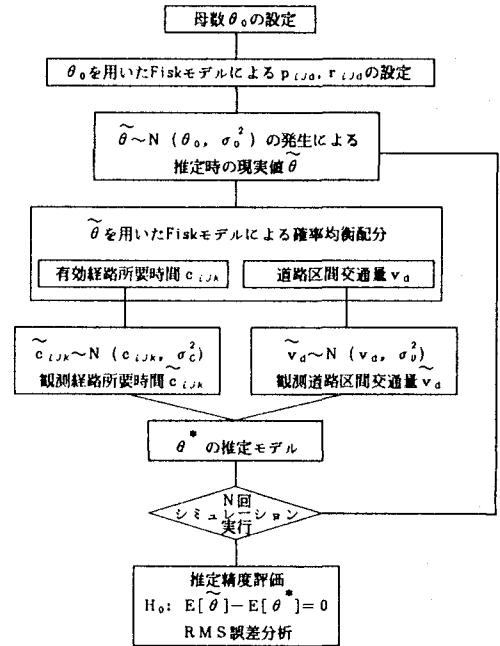


図-4 シミュレーションの方法

step 5: 真のリンク交通量 v_d 、および有効経路所要コスト c_{ijk} に観測誤差項を付加することによって観測値 $\tilde{v}_d$ 、 $\tilde{c}_{ijk}$ を作成する。

step 6: 提案モデルを用いて推定値 θ^* を求める。

推定精度の評価は、上述したシミュレーションを N 回繰り返したときの $\tilde{\theta}$ と θ^* の平均値 $E[\tilde{\theta}]$ と $E[\theta^*]$ の差の検定、および $\tilde{\theta}$ と θ^* の RMS 誤差を用いて行った。なお、step 3 と step 5 における現実値 $\tilde{\theta}$ と観測値 $\tilde{v}_d$ 、 $\tilde{c}_{ijk}$ は、

$$\begin{aligned}\tilde{\theta} &= \theta \cdot (1.0 + t_{\theta} Z) \\ \tilde{v}_d &= v_d \cdot (1.0 + t_v Z_d) \\ \tilde{c}_{ijk} &= c_{ijk} \cdot (1.0 + t_c Z_{ijk})\end{aligned}$$

により設定している。ここで Z はシミュレーションの繰り返しごとに、 Z_d 、 Z_{ijk} はそれぞれ、リンクごと、ODペア間経路ごとに発生させる $N(0, 1)$ の標準正規乱数である。 t_0 、 t_v 、 t_c はランダム誤差や観測誤差の大きさを表す変動係数である。以下では、 $\theta_0=1.0$ 、 $t_0=t_v=t_c=0.01$ 、 $N=50$ 、観測道路区間数 $m=24$ を基準ケースとして、上記の①～③の要因に対する推定精度の変化を分析する。

(a) リンク交通量の観測区間数の影響

リンク交通量の観測区間数が θ の推定精度に与える影響を検討するために、観測道路区間の数を変化させてシミュレーションを行った。その結果を表-2に示す。これより、観測道路区間数が減少するのに従って $E[\theta^*]$ は過小推定となることが分かる。しかし、このバイアスの程度は観測道路区間数が全道路区間の $1/2$ になってもさほど大きくはない。 $H_0: E[\theta^*] - E[\theta] = 0$ という帰無仮説は全道路区間でリンク交通量を観測する場合以外はすべて棄却される。これは、 $E[\theta^*]$ の変動にかかわらず、 $V[\theta^*]$ に大きな増加が生じないためである。RMS誤差はリンク交通量観測道路区間数が減少するのに従って増加する。

(b) 各種観測誤差の影響

リンク交通量、および有効経路所要コストの観測誤差が θ の推定精度に与える影響を、観測誤差の大きさを示す変動係数 t_v 、 t_c を変化させることによって検討した。その結果が表-3、表-4である。リンク交通量については観測誤差が20%になっても $E[\theta^*]$ にバイアスはほとんど生じず、帰無仮説 H_0 は棄却されない。また、RMS誤差の増加もさほど大きくない。 $V[\theta^*]$ はかなり増加し、 θ^* のばらつきは拡大していく。

一方、経路所要コストについては観測誤差が増大するのに従って過小推定となり、そのバイアスの大

表-2 推定精度に対する観測区間数の影響

観測区間数	24	18	12	6
$E[\theta^*]$	0.996	1.077	0.806	0.627
$V[\theta^*]$	0.212×10^{-3}	0.249×10^{-3}	0.258×10^{-3}	0.578×10^{-3}
t値	0.25	5.41*	13.54*	25.63*
RMS E	0.142×10^{-1}	0.808×10^{-1}	0.198×10^{-0}	0.378×10^{-0}

注) $\theta_0=1.0$ 、 $t_0=t_v=t_c=0.01$ 、 $N=50$

表-3 推定精度に対するリンク交通量の観測誤差の影響

t_v	0.01	0.05	0.10	0.20
$E[\theta^*]$	0.996	0.998	1.001	1.006
$V[\theta^*]$	0.212×10^{-3}	0.496×10^{-3}	0.138×10^{-2}	0.530×10^{-2}
t値	0.25	0.10	0.07	0.36
RMS E	0.142×10^{-1}	0.230×10^{-1}	0.387×10^{-1}	0.754×10^{-1}

注) $\theta_0=1.0$ 、 $t_0=t_c=0.01$ 、 $N=50$ 、 $m=24$

表-4 推定精度に対する経路所要コストの観測誤差の影響

t_c	0.01	0.05	0.10	0.20
$E[\theta^*]$	0.996	0.901	0.649	0.271
$V[\theta^*]$	0.212×10^{-3}	0.267×10^{-2}	0.375×10^{-2}	0.332×10^{-2}
t値	0.25	6.25*	21.14*	44.35*
RMS E	0.142×10^{-1}	0.113×10^{-0}	0.359×10^{-0}	0.733×10^{-0}

注) $\theta_0=1.0$ 、 $t_0=t_v=0.01$ 、 $N=50$ 、 $m=24$

きさは急激に増加する。10%程度の観測誤差がある場合には $E[\theta^*]$ は0.649となり、統計的信頼性もきわめて低くなる。RMS誤差の増加率も非常に大きい。

(c) 道路区間利用率の先決誤差の影響

道路区間利用率の先決誤差が θ の推定精度に与える影響を検討する。そのために、step 2において、真値 θ_0 の α 倍の値 $\alpha \cdot \theta_0$ を用いたFiskモデルの解から道路区間利用率を先決した場合の θ の推定精度をシミュレーションを用いて分析した。その結果を表-5に示す。 $\alpha=0.1$ のときは $\alpha \cdot \theta_0=0.1$ であるからエントロピー最大化配分結果に近いもので、

表-5 推定精度に対する道路区間利用率の先決誤差の影響

α	0.10	0.50	0.90	1.10	1.50	2.00
$E[\theta^*]$	0.577	0.863	0.977	1.014	1.067	1.113
$V[\theta^*]$	0.786×10^{-4}	0.160×10^{-3}	0.204×10^{-3}	0.221×10^{-3}	0.246×10^{-3}	0.269×10^{-3}
t値	29.82*	9.61*	1.62	0.96	4.70*	7.86*
RMS E	0.427×10^{-0}	0.138×10^{-0}	0.226×10^{-1}	0.202×10^{-1}	0.701×10^{-1}	0.115×10^{-0}

注) $\theta_0=1.0$ 、 $t_0=t_v=t_c=0.01$ 、 $N=50$ 、 $m=24$

$\alpha = 2.0$ のときは $\alpha \cdot \theta_0 = 2.0$ であるから等時間原則配分結果に近いもので道路区間利用率 p_{ijk} を先決していることを意味する。 $E[\theta^*]$ は $\alpha < 1.0$ で過小に、 $\alpha > 1.0$ で過大に推定することが分かる。帰無仮説 H_0 は $\alpha = 0.9, 1.1$ 以外では棄却され、推定値の統計的信頼性は低下する。しかし、道路区間利用率をエントロピー最大化配分 ($\alpha = 0.1$) 結果に近いもので先決した場合に比べて、等時間原則配分 ($\alpha = 2.0$) 結果に近いもので先決した場合の方が推定値の期待値のバイアスはかなり小さく、統計的にも有効である。また、RMS 誤差の増加の割合も小さい。

(2) 従来の方法との推定精度の比較分析

Anasli によってその有効性が検証されている EM モデルとの推定精度の比較を行う。EM モデルの推定精度は制約条件式 (18) によってすべて決定される。つまり、リンク交通量の観測値が誤差を全く含まないときには EM モデルの解として θ は正確に求められる。しかし、全ての観測リンクにおいて誤差のないリンク交通量の観測を行うことは実際には不可能である。そこで、他の設定値は基準ケースのものとし、リンク交通量の観測誤差の程度を示す t_v だけを変化させて EM モデルと本モデルの推定精度の比較を行った。その結果が表-6 である。EM モデルではリンク交通量の観測誤差が増大するのにもなって $E[\theta^*]$ は過小推定傾向となり、そのバイアスの程度は本モデルに比べてかなり大きい。また、5% 以上の誤差を含むと帰無仮説 H_0 が棄却されるようになる。また、RMS 誤差も本モデルと比較してかなり大きく、その増加の割合も大きい。このことから、本モデルは EM モデルに比べてリンク交通量の観測誤差が θ の推定精度に与える影響は小さく、統計的にも信頼性の高い推定値が得られることが明らかになった。

EM モデルは、ネットワーク上の交通混雑の程度にかかわらず推定値の統計的信頼性が高いと報告されているが、その際のバイアスはかなり大きい。ここでは、OD パターンは表-1 と同一のままで総トリップ数を変化させた場合の推定精度比較を行う。結果を表-7 に示す。報告されているように、EM モデルによる推定値の統計的信頼性に大きな変動はないが、本モデルと比較すると $E[\theta^*]$ のバイアス

表-6 リンク交通量の観測誤差による推定精度の比較

t_v		0.01	0.03	0.05	0.10
EM モデル	$E[\theta^*]$	0.996	0.966	0.732	0.611
	$V[\theta^*]$	0.611×10^{-1}	0.429×10^{-0}	0.450×10^{-0}	0.379×10^{-0}
	t 値	0.38	0.37	2.80*	4.40*
	RMS E	0.249×10^{-0}	0.694×10^{-0}	0.758×10^{-0}	0.809×10^{-0}
提案モデル	$E[\theta^*]$	0.996	0.997	0.998	1.001
	$V[\theta^*]$	0.212×10^{-3}	0.308×10^{-3}	0.496×10^{-3}	0.138×10^{-2}
	t 値	0.25	0.17	0.10	0.07
	RMS E	0.142×10^{-1}	0.178×10^{-1}	0.230×10^{-1}	0.387×10^{-1}

注) $\theta_0 = 1.0$, $t_0 = t_c = 0.01$, $N = 50$, $m = 24$

表-7 ネットワークの混雑程度による推定精度の比較

k		0.60	0.80	1.00	1.20
EM モデル	$E[\theta^*]$	1.002	0.978	0.986	1.173
	$V[\theta^*]$	0.274×10^{-0}	0.451×10^{-1}	0.611×10^{-1}	0.402×10^{-0}
	t 値	0.03	0.66	0.37	1.90*
	RMS E	0.528×10^{-0}	0.214×10^{-0}	0.694×10^{-0}	0.743×10^{-0}
提案モデル	$E[\theta^*]$	0.982	0.995	0.996	0.994
	$V[\theta^*]$	0.676×10^{-3}	0.233×10^{-3}	0.212×10^{-3}	0.332×10^{-3}
	t 値	1.20	0.35	0.25	0.44
	RMS E	0.325×10^{-1}	0.162×10^{-1}	0.142×10^{-1}	0.185×10^{-1}

注) $\theta_0 = 1.0$, $t_0 = t_v = t_c = 0.01$, $N = 50$, $m = 24$

k は基準ケースの総トリップ数に対する比率

は大きく、 $k = 1.2$ のときには帰無仮説 H_0 が棄却される。また、EM モデルの $V[\theta^*]$ は本モデルの約 200 倍にもなり、 θ^* のばらつきは大きい。一方、本モデルはネットワーク上の交通混雑の程度に依存せずバイアスは小さく、統計的にも信頼性の高い推定値を得ることができる。

6. おわりに

本研究では、Fisk の開発した Logit 型経路選択を満足する確率均衡配分モデルの中のパラメータ θ を、リンク交通量の観測データを用いて推定する方法を提案し、その推定特性の分析、EM モデルとの推定精度の比較を行った。その結果、本モデルは EM モデルと比較していくつかの有用な推定特性を有することが分かったが、以下の問題が残っている。

- ① EM モデルと同じく、有効経路をあらかじめ列挙しておかなければならない。また、
- ② EM モデルのように、全てのリンクにおいてリンク交通量の正確な観測値を必要としないかわりに、

各経路の所要コストを観測する必要がある。

しかし、EMモデルが必要とする有効経路の列挙と全リンクでの正確なリンク交通量の実測がなされれば、リンクコスト関数を介して有効経路上の経路所要コストは計算できるから、②の問題は解決できる。したがって本モデルが必要とする入力データはEMモデルと全く同じである。必要とする情報は同じであり、推定特性は優れている本モデルの有用性は高いといえよう。

参考文献

- 1) Fisk, C.: Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment, Transpn. Res. -B, Vol. 14B, pp. 243-255, 1980.
- 2) Sheffi, Y.: Urban Transportation Networks, Prentice-Hall, 1985.
- 3) Wilson, A. G.: A Stochastic Theory of Spatial Distribution Models, Transpn. Res., Vol. 1, pp. 253-270, 1967.
- 4) Anas, A.: Statistical Properties of Mathematical Programming Models of Stochastic Network Equilibrium, Journal of Regional Science, Vol. 28, No. 4, pp. 511-530, 1988.
- 5) Boyce, D. E., K. S. Chon, K. T. Lin & L. J. LeBlanc: Implementation and Computational Issues for Combined Models of Location, Destination, Mode and Route Choice, Environment and Planning A, Vol. 15, pp. 1219-1230, 1983.
- 6) 宮城・小川・小嶋: 均衡確率配分法に関する事例研究, 土木学会第40回年次学術講演会講演概要集, pp. 503-504, 1985.
- 7) 溝上・松井・二ノ宮: 道路網の集約化の程度に対応した配分手法の選択, 土木学会第44回年次学術講演会講演概要集, 1989.
- 8) Van Zuylen, H. J. & L. G. Willumsen: The Most Likely Matrix Estimated from Traffic Counts, Transpn. Res. -B, Vol. 14B, pp. 281-293, 1980.
- 9) 高山純一: リンクフロー観測値に基づいた道路網交通需要分析モデルに関する方法論的研究, 京都大学学位論文, 1988.