【土木計画学研究・講演集 No.12　1989年12月】

複数経路を持つ都市高速道路の最適流入制御方法

Optimal On-Ramp Traffic Control Method for Urban Expressway Network with Multiple Routes

飯田恭敬*　朝倉康夫**　田中啓之***

By Yasunori IIDA, Yasuo ASAKURA and Hiroyuki TANAKA

This paper is concerned with the development of an improved on-ramp traffic control method for urban expressway. Preparing for future large scale urban expressway network, the conventional LP control method is extended so that it can consider the multiple routes between on/off ramps and the route choice behavior of the expressway user with detailed travel informations. Proposed traffic control model combines User Equilibrium with the current LP traffic control model. It is formulated as a bilevel optimization problem. We propose a solution algorithm for this problem applying the Complex Method. Numerical examples are executed for simple and hypothetical networks.

1．はじめに

都市高速道路における自然渋滞の予防策として提案された流入制御手法のうち、方法論的に完成度が高く、実用面でも十分機能しうる方法は、LP（線形計画法）によるランプ流入制御である。しかし、従来型のLP制御は、ODペア間に複数の経路が存在する場合への対応が十分ではなかった。近い将来に、都市高速道路網は、大規模かつ複雑化することが予想され、さらに情報提供システムも充実するであろう。その場合に備えて、豊富な交通情報を持つ利用者の経路選択行動を考慮した流入制御方法の開発が急がれている。

本研究の最終的な目的は、情報提供を利用して、流入制御により高速道路の有効利用、渋滞回避を狙いつつ、利用者にとっては自由な経路選択行動を保証しうるような新しい交通制御法を開発することにある。本稿では、従来型LP制御の考え方にもとづいて、交通流が利用者均衡条件を満足するという条件の下での最適流入制御問題の定式化と数値計算法について述べる。

2．従来型LP制御

（1）LP制御問題の定式化

LP制御方式は、都市高速道路の全ての区間で交通量を容量以下に抑えて、かつ総流入車数あるいは総走行距離を最大にするような流入交通量を決定するものである。制御問題は、LP（線形計画）問題として、以下のように定式化できる。[1)]

*　正会員　工博　京都大学教授　工学部 交通土木工学科（〒606 京都市左京区吉田本町）
**　正会員　工博　愛媛大学講師　工学部 土木工学科（〒790 松山市文京町3）
***　学生員　京都大学大学院　修士課程

$$\max \sum_{i \in I} U_i \quad \text{or} \quad \sum_{i \in I} U_i L_i \qquad (2-1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in I} Q_{ia} U_i \leqq C_a \qquad a \in A \quad (2-2)$$

$$0 \leqq U_i \leqq U_i^d \qquad i \in I \quad (2-3)$$

U_i :ランプ i からの流入交通量
U_i^d :ランプ i からの流入需要量
L_i :ランプ i からの流入車の平均利用距離
C_a :リンク a の容量
A :リンクの集合
I :流入ランプの集合
J :流出ランプの集合
Q_{ia} :影響係数（流入ランプ i から1台の車が流入した場合、リンク a に生じる交通を表す）

$$Q_{ia} = \sum_{j \in J} P_{ij} \ \tau_{ija}$$

P_{ij} :目的地選択確率（流入ランプ i から流入した車が、流入ランプ j から流出する確率）

$$\sum_{j \in J} P_{ij} = 1$$

τ_{ija}:最短経路行列（i, j 間の最短経路がリンク a を含むとき1, そうでなければ0)

決定変数は流入交通量 U_i であり、ほかの変数はすべて外生的に与えられる。制約条件(2−2)は区間容量制約、(2−3)は流入交通量の上、下限に関する制約である。

（2）ＬＰ制御の問題点とその対応

ＬＰ制御の問題点として、以下の３点をあげることができる。

①リンク所要時間とリンク交通量との関係についての仮定が非現実的である。リンク所要時間はその交通量とは関係なく一定であると仮定されているが、実際にはリンク交通量の増加にともないリンク所要時間は増加する。

②各ＯＤペア間の経路を１本に限定している。この仮定は現在の阪神高速道路のようなネットワーク構造に対して、ほぼ妥当である。しかし、将来ネットワークの規模が大きくなり、ＯＤペア間に複数の経路が存在するようになった場合、この仮定を緩和しなければならない。

また、利用者は情報提供システムにより、大量の高度な交通情報を持つようになる。新しい制御方式は、このような場合の利用者の行動を考慮にいれたものでなければならない。

そこで本研究では、利用者が豊富な交通情報を得ていることを前提に、利用者にとっては自由な経路選択行動を保証しつつ、交通システム全体としては効率的であるような交通制御方式を検討する。具体的には、ネットワーク上での利用者の経路選択行動を記述するために、利用者均衡の考え方を用い、それを従来からのＬＰ型の最適流入制御問題とを結合することを考える。

３．最適流入制御問題の定式化[2),3)]

（１）前提条件

最適流入制御問題を定式化するために、次の仮定を設ける。

①従来からのＬＰ制御問題に含まれる制約は、そのまま継承する。すなわち、各リンク交通量はその容量を越えてはならないし、各流入ランプの許容流入量は流入需要量と等しいか、それ以下でなければならない。

②ＯＤペア間に、パス（利用者にとっての選択可能な経路）が複数存在する。

③リンク所要時間は、リンク交通量の単調増加関数である。交通量の増加に対する交通混雑は、この関数に反映される。

④利用者には、経路選択に関して十分詳細な交通情報が提供されており、その結果、ネットワークフローは利用者均衡状態にある。

仮定②、③は、先に述べた従来からのＬＰ制御方式の問題点を解消するために、設定した条件である。一方、仮定④はネットワークフローに関するものである。この仮定は、都市高速道路の利用者の経路選択行動を規定している。もし、情報提供システムにより、経路所要時間についての完全な情報が、利用者に対して提供されたとすれば、利用者はそれぞれ所要時間が最小となるように経路選択を行うであろう。利用者均衡の概念は、そのような状況のもとでの利用者の行動によって生じる交通流の安定状態を適切に記述するものであ

ると考えられる。利用者均衡は、ODペア間に経路が複数存在し、所要時間は交通量に依存することを前提としているため、仮定④には、仮定②、③が反映されている。

（２）定式化

（１）の前提条件のもとに、定式化すべき制御問題の特徴を簡単に表現すれば「利用者均衡を考慮した最適流入制御問題」ということになる。利用者均衡問題は、ある最適化問題の解として与えられるから、定式化すべき制御問題の全体構造は、最適化問題をその制約の中に持つ２レベル最適化問題となる。[4]

上位問題は交通システムの制御変数を決定する手順を記述するものである。従来からの交通制御手法の研究では、各流入ランプからの許容流入交通量が最も適切な制御変数であるとされている。本研究においても、その変数を用いて定式化する。

目的関数としては、従来と同様に、都市高速道路の運営者にとっての効率性の最大化を考える。ここでは、LP制御の最も単純な目的関数である総流入台数の最大化

$$\max \sum_{i \in I} U_i \qquad (3-1)$$

を用いる。この目的関数の特徴は、短距離トリップが優先されることである。現在の都市高速道路で採用されている均一料金徴収制度のもとでは、利用台数最大が料金収入最大となる。このほかにも、総利用距離を最大とする目的関数や、総流入台数と利用距離の線形和の最大化を考えることもできる。

上位問題の制約条件は、次の２つの条件である。

①リンク容量に関する制約

リンク交通量はリンク容量と等しいか、それ以下でなければならない。

$$\sum_{i \in I} Q_{ia}^{*} \cdot U_i \leqq C_a \qquad a \in A \qquad (3-2)$$

ここに、影響係数 Q_{ia}^{*} は、下位問題の解であるリンクフローのOD内訳を加工することにより作成される。従前のLP制御では影響係数を外生的に与えていたが、ここで提案する方法では Q_{ia}^{*} が利用者の経路選択を通して、内生的に決定される点が異なっている。

②制御変数 U_i の上限と下限に関する制約

各流入ランプからの許容流入交通量は、そのランプでの流入需要量を越えないという条件と非負条件を満たさなければならない。

$$0 \leqq U_i \leqq U_i^{d} \qquad i \in I \qquad (3-3)$$

なお、各ランプからの流入需要量は、外生的に与えられるとする。

下位問題は最適化問題として記述された需要固定型の利用者均衡問題である。ただし、制約条件の一つであるOD交通量の保存条件は、制御変数 U_i と目的地選択確率 P_{ij} を用いて

$$\sum_{k \in K_{ij}} h_{kij} = U_i \ P_{ij} \qquad i \in I,\ j \in J \quad (3-4)$$

と表される。ここに、

h_{kij}：ODペア i,j 間のパス k の交通量

K_{ij}：ODペア i,j 間のパスの集合

である。

以上のことから、「利用者均衡を考慮した最適流入制御問題」は、つぎのように定式化される。

$$\max \ f(U) = \sum_{i \in I} U_i \qquad (3-5)$$

s.t

$$\sum_{i \in I} Q_{ia}^{*} \cdot U_i \leqq C_a \qquad a \in A \qquad (3-6)$$

$$0 \leqq U_i \leqq U_i^{d} \qquad i \in I \qquad (3-7)$$

$$\min \sum_{a \in A} \int_0^{X_a} t_a(x)dx \qquad (3-8)$$

s.t

$$\sum_{k \in K_{ij}} h_{kij} = U_i P_{ij} \qquad i \in I, j \in J \qquad (3-9)$$

$$X_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} \delta_{akij} h_{kij} \quad a \in A \qquad (3-10)$$

$$h_{kij} \geqq 0 \qquad k \in K_{ij},\ i \in I, j \in J \qquad (3-11)$$

ここに、

X_a　：リンク a の交通量

$t_a(x)$：リンク a の走行時間関数（リンク交通量に対する単調増加関数）

δ_{akij}：経路行列（i,j 間のパス k がリンク a を通るとき1，そうでなければ 0）

である。

4．数値計算法

（1）コンプレックス法[5),6)]

従来型のＬＰ制御問題では制約条件式が線形でかつ陽に与えられるため、制約領域を解析的に明示することができる。一方、ここで定式化した最適流入制御問題は、最適化問題（均衡問題）をその制約条件として持つ２レベル最適化問題の枠組みで定式化され、制約条件式が非線形でかつ陽には与えられないので、解析的に制約領域を示すことはできない。また、そのため、非線形計画問題の解法として実用的である目的関数の勾配を用いる方法によって解を探索することも容易ではない。

勾配を利用しない試行探索法に Spendley らが開発したシンプレックス法と呼ばれるものがある。シンプレックスとは、ｎ次元空間における（ｎ＋１）個以上の点を頂点とする幾何学的図形のことである。この方法は、シンプレックスの頂点の中で最悪の目的関数値をとる点の、残りの頂点の図心に関する鏡映点は、目的関数値を改善させることが期待できるという考え方にもとづいている。この期待が正しければ、鏡映のプロセスを続けていくことにより、シンプレックスを最適点に近づけることができる。図４－１は３次元空間のシンプレックスと鏡映点を示したものである。

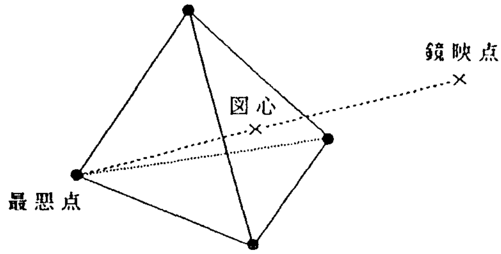

図４－１　シンプレックスと鏡映点

Spendley らのシンプレックス法は、探索の手段としては鏡映動作のみを考え、すべての頂点間の距離が等しい正三角錐のシンプレックスを用いた。

NelderとMeadにより提案された改良シンプレックス法は、シンプレックスを正三角錐に限らず、探索の手段も基本動作である鏡映のほかに、目的関数の形状に応じて、伸張、収縮、縮小などの修正動作を加えることにより、効率化をはかったものである。図４－２は、このようなシンプレックスが最適点に収束していく様子を示す。

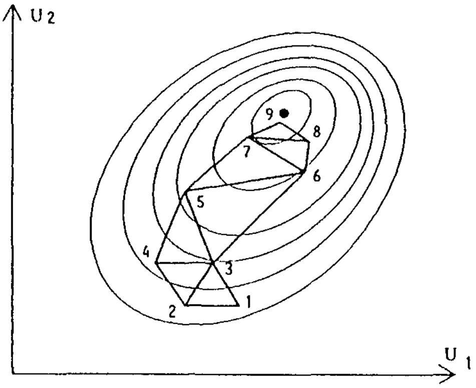

図４－２　シンプレックスによる解の探索

一方、Box はシンプレックス法を不等式制約つき最小化問題に拡張し、これをコンプレックス法（Constrained Simplex Method）と呼んだ。この方法はシンプレックス法のアルゴリズムと制約条件を満たす手順によって構成される探索法である。

（２）コンプレックス法を用いた解法

定式化した最適流入制御問題にコンプレックス法を適用することを考える。このとき、シンプレックスの頂点は、問題の制御変数であるランプ流入交通量の組合せＵ（$U_1, U_2, \cdots, U_n$）で与えられる。頂点はｎ個の独立変数によって定められるｎ次元空間における点と考えられるから、（ｎ＋１）個以上の流入交通量の組合せを考えることにより、シンプレックスを形成することができる。

また、どのような流入交通量の組合せＵに対しても、下位問題を解けば利用者均衡フローを求めることができる。それが上位問題の制約条件を満足するかどうか調べることによって、頂点である流入交通量の組合せＵの実行可能性を判定できる。

コンプレックス法を用いた解法では、まず制約条件を満たす（ｎ＋１）個以上の流入交通量の組合せＵからシンプレックスを作る。つぎに、改良シンプレックス法を用いて、上位問題の目的関数値ｆ(Ｕ)を増加させる方向にシンプレックスを移動させる。そして、シンプレックスを更新するごとにその頂点が制約条件を満たすかどうか調べ、もしそうでない場合は制約条件を満たすように修正動作を行い、最適解に収束することを期待する。

（３）計算アルゴリズム[5),6)]

記号を以下のように定義する。

$f(U)$：上位問題の目的関数

U^k：n次元空間におけるシンプレックスの頂点kの座標（$U_1{}^k, U_2{}^k, \cdots\cdot, U_n{}^k$）

U^L：シンプレックスにおける目的関数の最小点（最悪点）

U^H：シンプレックスにおける目的関数の２番目の最小点

U^S：シンプレックスにおける目的関数の最大点

U^G：最悪点U^L を除いたすべての頂点の図心

次に、この方法で用いる５種の操作を次のように定義し、２次元の場合について操作を図示する。

①鏡映：U^L を次式により鏡映し、試行点U^k を求める。

$$U^k = (1+\alpha)\,U^G - \alpha\,U^L \qquad (4-1)$$

α：鏡像係数（$\alpha > 0$）

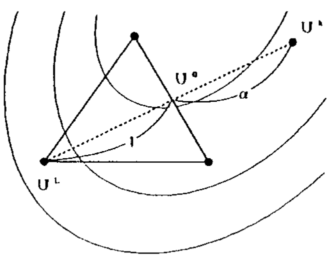

図４－３　鏡映

②拡張：鏡映点の方向に、その点を越えて試行点をさらに移動することを拡張という。これによって目的関数値の改良がさらに期待できるときは、次式による拡張を行う。

$$U^E = \gamma\,U^k + (1-\gamma)\,U^G \qquad (4-2)$$

γ：拡張係数（$\gamma > 1$）

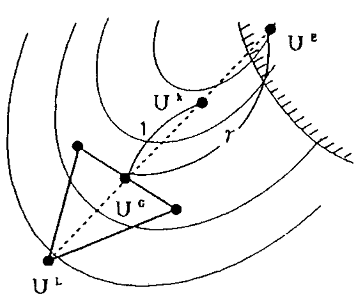

図４－４　拡張

③収縮：U^L をU^C におきかえる操作によってシンプレックスの収縮を行う。

$$A：U^C = \beta\,U^k + (1-\beta)\,U^G \qquad (4-3-A)$$

$$B：U^C = \beta\,U^L + (1-\beta)\,U^G \qquad (4-3-B)$$

β：収縮係数（$0 < \beta < 1$）

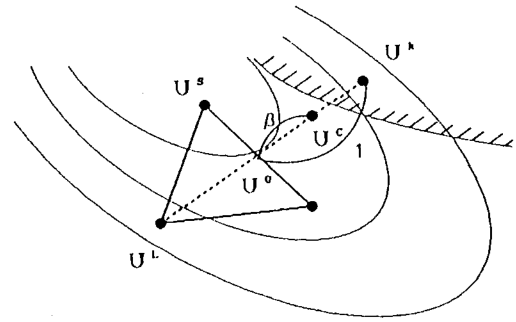

図４－５（ａ）収縮A

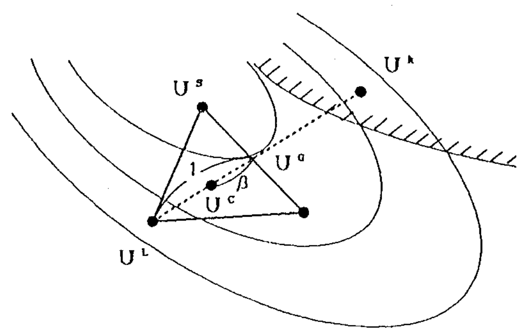

図４－５（ｂ）収縮B

④縮小：シンプレックスの大きさが、問題に対して適正でない場合にとられる手法で、すべての頂点U^k を目的関数値の最も大きい点U^S の方向へ１／２ずつ移動させて縮小したシンプレックスを作る。

$$U^{kR} = (U^k + U^S)\,/\,2 \qquad (4-4)$$

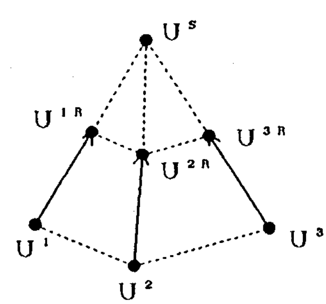

図４－６　縮小

⑤許容化：試行点U^k が制約条件を満足しないならば、U^G 方向へ収縮率１／２で３回までもどして、許容点$U^{k'}$をみつける。それでも許容点が得られないならば、U^G で許容かを判定し、なお許容点でないなら、シンプレックスをU^S に向かって縮小する。

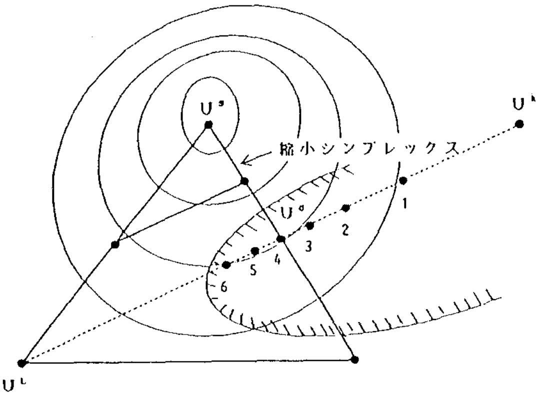

図４－７　許容化

コンプレックス法による具体的な解法の手順は以下に示す通りである。

[Step.1] 最初のシンプレックスを作り、各頂点での関数値を求めてU^L、U^H、U^S、U^Gを決める。

[Step.2]　鏡映を行ない、求められた試行点U^Kの関数値$f(U^K)$ を定める。

[Step.3]　$f(U^k) \geq f(U^H)$の場合

3-1 U^k が許容点のとき

①$f(U^S) > f(U^k) \geq f(U^H)$の場合

U^L の代わりにU^k を採用する。

②$f(U^k) > f(U^S)$の場合

試行点が新しいシンプレックスであるからその方向で一層の改善が期待できるので、拡張を行う。

$f(U^E) > f(U^k)$かつU^E が許容点のときには、U^L の代わりにU^E をとり、他の場合にはU^L の代わりにU^k を採用する。

3-2 U^k が許容点でないとき

許容化アルゴリズムを用いて、U^k を許容化した$U^{k'}$を求めて、U^L の代わりに採用する。

[Step.4] $f(U^H) > f(U^K)$の場合

試行点U^k が、新しいシンプレックスにおいても最悪点になる場合である。

4-1 $f(U^L) \geq f(U^k)$の場合

U^k をU^L 側へ収縮を行い、U^C を求める。

①U^C が許容点のとき

$f(U^C) > f(U^L)$なら収縮は成功で、U^L の代わりにU^C を採用する。もし、$f(U^C) \leq f(U^L)$ なら、収縮は失敗で、シンプレックスを縮小する。

②U^C が許容点でないとき

非許容領域を、シンプレックスが包んでいる場合で、シンプレックスを制約領域の形状にあった適正な大きさに縮小する。

4-2 $f(U^L) < f(U^k)$の場合

U^C をU^k 側へ収縮を行い、U^C を求める。

①U^C が許容点のとき

4-1と同様の処理を行う。

②U^C が許容点でないとき

許容化アルゴリズムを用いて、許容な$U^{c'}$を見いだし、U^L の代わりに採用する。

[Step.5]　新しいシンプレックスについて手続きを再開する。収束判定条件を満たせば、手続きを停止する。収束判定条件として、シンプレックスの各頂点の目的関数値$f(U^k)$の標準偏差が十分小さくなったとき、最適点に収束したと考える。

５．数値計算例

定式化した最適流入制御問題の数値的挙動を知るために、４．で述べた解法に従って、仮想的なネットワークデータを用いた数値計算を行い、その結果について考察を加える。

（１）計算前提条件

数値計算に用いたネットワークを、図５－１に示す。リンク走行時間関数は、修正B.P.R.関数と呼ばれる関数を用いた。すなわち、

$$t_a(x) = t_{a0}\{1+2.62(x/C_a)^5\}$$

ここに、

t_{a0}：自由走行によるリンク走行時間

である。リンク容量とリンク所要時間を表５－１に、目的地選択確率を表５－２に示す。流入需要量は　$U_1{}^d = U_2{}^d = 100$　である。

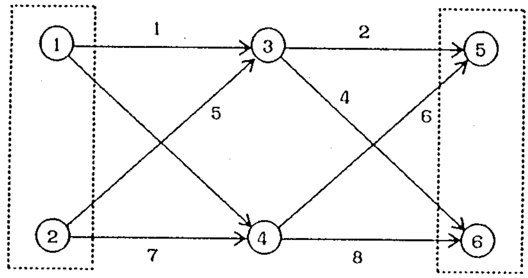

図５－１　数値計算用ネットワーク

表５－１　リンク容量・リンク交通量

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8
t_{a0}	2	3	3	3	3	4	3	2
C_a	1000	70	1000	40	1000	75	1000	40

表５－２　目的地選択確率

	オフ-ランプ	
オン-ランプ	5	6
1	0.70	0.30
2	0.80	0.20

（２）計算結果とその考察

決定変数は U_1, U_2 の２つであるが、厳密解を求めるために解析的な方法を用いることは難しい。そこで、列挙法を用いて組合せ最適解を求め、コンプレックス法による解法を用いたときの計算結果と比較・検討を行う。

２つのオンランプからの流入交通量を５台刻みですべての組合せについて考え、その組合せUに対して下位問題を解いて、均衡フローを求める。それが上位問題の制約条件を満足するかどうか調べることによって、その組合せUの実行可能性を判定できる。図５－２の斜線部分は列挙法で求められた実行可能領域（均衡条件と容量制約を満たす解）を示す。

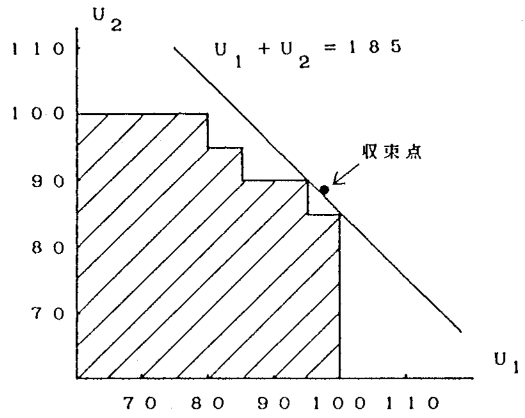

図５－２　列挙法による組合せ最適解

図５－２から目的関数値は（95, 90）と（100, 85）の２点で最大となり、そのときの総流入車数は 185台となることがわかる。

図５－２に示した点（97.2, 88.5）は、コンプレックス法による解法を用いて計算した結果、収束した解である。このとき、総流入車数は 185.7 台である。この点は列挙法で求めた２つの組合せ最適解を結ぶ直線のすぐ外側にあることから、コンプレックス法による探索プロセスで、シンプレックスが厳密解の近傍に収束していることがわかる。

さらに、いくつかの異なった前提条件に対しても数値計算を行ったが、コンプレックス法による解は列挙法による解の近傍に収束することが確認できた。

これらの計算例より、本研究で定式化した最適流入制御問題に対して、コンプレックス法を用いた解法は有効な計算方法であるといえる。しかし、いくつかの検討すべき問題点があげられる。

①計算時間

コンプレックス法のアルゴリズムでは、シンプレックスを更新するごとに、試行点の実行可能性を判定する必要がある。ここでは、Frank−Wolfe法により均衡問題を解き、実行可能性の判定を行ったが、計算に多くの時間を要した。そこで、Frank−Wolfe法における収束基準を緩和したり、あるいは分割配分法で配分計算を行えば、精度上の問題はあるものの、時間短縮が可能である。

②シンプレックスの縮退

制約条件の境界付近では、シンプレックスが縮退する可能性がある。そのため、解が収束した場合、それが厳密解で収束したのか、それともシンプレックスの縮退が起きたため収束判定条件を満足したのかわからない。今回の例では、簡単なネットワークを対象としたため、列挙法を用いて最適解の見当をつけることができたため、縮退により収束した可能性は低いと考えられる。しかし、実際規模のネットワークでは、列挙法を実行することができないので、縮退が生じないかを確認することは難しい。

③制約領域の凸性

コンプレックス法のアルゴリズムでは、制約領域が凸空間でないとき、シンプレックスが必ずしも最適解に収束しない。本稿では厳密な凸性の証明を与えていないが、凸性については以下のように考えている。一般に、走行時間関数として線形関数を用いた場合、リンクフローは流入交通量Uの関数として解析的に求められ、リンク容量制約条件式は線形となるから、制約領域は凸である。さらに、B.P.R.関数などの非線形単調増加関数を区分線形関数で近似した場合[7]も、同様に制約領域は凸である。いま、区分線形関数の区分数を十分大きくするとき、B.P.R.関数は区分線形関数によって限りなく近似され、制約領域の凸性は保証される。したがって、走行時間関数として非線形なB.P.R.関数を用いた場合でも、制約領域は凸空間であると考えられる。

6．おわりに

本研究では、高度情報化社会における都市高速道路に対応できる新しい交通制御手法を開発するため、ネットワーク利用者が十分な交通情報を持って自由に経路選択を行うことを前提とした流入制御問題の定式化と数値計算法を示した。最適制御問題は、利用者の行動を記述する利用者均衡モデルを従来のＬＰ制御問題の制約条件に加えたものである。提案した計算方法は、コンプレックス法の適用によるものであるが、仮想のネットワークを用いた数値計算の結果、検討の余地はあるもののかなり有効な方法であることがわかった。

今後に残された課題として、以下の点が挙げられる。

①異なった形状のネットワークに対する数値計算

②コンプレックス法を用いた計算法の問題点の再検討と計算アルゴリズムの改良

③実際道路網を忠実にモデル化したネットワークを用いた適用計算

いずれにしても、将来、都市高速道路の大規模化、複雑化が進み、ＯＤペア間に複数の利用可能な経路が存在するようになれば、利用者に対する情報提供の重要性が増し、そのことを考慮した流入制御手法を研究・開発する必要性が大きくなるものと思われる。

最後に、本研究を進めるにあたり、問題の定式化において協力いただいた京都大学大学院、邵春福氏、および数値計算の考え方について適切な助言をいただいた京都大学工学部奥村誠助手に深く感謝の意を表します。

参考文献

1）佐佐木綱・明神証：都市高速道路網における流入制御理論，交通工学，Vol.3,No3,pp.8-16,1968

2）Shao C.F.：On-Ramp Traffic Control Methods for the Urban Expressway Network, Kyoto Univ., Master Thesis, 1988

3）飯田恭敬・朝倉康夫・邵春福・田中啓之：複数経路を持つ都市高速道路に対する最適流入制御法，JSCE年次学術講演概要Ⅳ，1988

4）朝倉康夫：利用者均衡を制約とする交通ネットワークの最適計画モデル，土木計画学研究・論文集，No.6，pp.1-19，1988

5）志水清孝：システム最適化理論，pp.92-99，コロナ社

6）J.Kowalik・M.R.Osborne：非線形最適化問題，山本善之・小山健夫共訳，pp.27-33，培風館，昭和45年

7）LeBlanc,L. & D.E.Boyce：A Bilevel Programing Algorithm for Exact Solution of the Network Design Problem with User Optimal Flows,Transp.Res.,Vol.20B,pp.259-265,1986