【土木計画学研究・講演集 No.12 1989年12月】

空間的干渉を考慮した最適ネットワーク作成方法の開発 *

A Study on the Optimal Network Technique for Schedule Planning in Consideration of Spatial Restriction

平田克英**・湯沢 昭***

by Katsuhide HIRATA and Akira YUZAWA

Usual schedule planning find an optimal solution for the given network. In this paper, we develop the method and technique, from the point of view of deciding on a network itself, for optimal network planning. "Spatial restriction for activity" may be defined a matter that occur when a number of activities operate in same work area. The problem that predecessor-successor relationship set between the these activities result in Travelling Salesman Problem. How deal with "Spatial restriction for activity" and a problem when these work area interfere each other? We found the optimal solution with this method for the network in various spatial interference.

1．はじめに

近年、土木工事における工程計画の重要性が認識され、それと共により高度な工程計画が要求されるようになってきた。土木工事の工程計画においては、いろいろな手法が考えられている。従来、現場等で用いられているバーチャート式などは各作業の所要日数、作業の計画日程などが直観的にみてとれるが、先行・後続作業の関係、クリティカルパスなどが把握しにくいという問題がある。また座標式やメッシュ式工程計画手法等の特徴と問題点についても検討した結果、本論文では重点工種、工種間の関連が把握できることなどからネットワーク手法を採用し、これにより工程ネットワーク及びスケジュールの作成を行うことにする。

ネットワーク及びスケジュールを作成する際、様々な施工技術や管理技術の組合せにより多種のネットワークが存在するはずである。従来はその中のある一通りに決定したネットワークに対し、ＰＥＲＴ計算を行いスケジューリングを決定している。このとき、管理者が決定したネットワークが合目的であるかどうかはあまり深く検討されずに工程計画が行われている場合が多い。このようにＰＥＲＴは、決定されたネットワークに関しては最適解を保証しているが、ネットワーク決定自体の問題に関しての検討が重要であることは明らかである。

本論文ではネットワーク手法の一つであるＰＥＲＴを採用し、工種間に技術的順序関係、管理的順序関係を導入して[1]最適ネットワーク作成（OPTitimal NEtwork Technique：以下、ＯＰＴ－ＮＥＴと呼ぶ）について検討を行う。ここで技術的順序関係とは、工種間で一意的に決定される関係であり、例えば調査・設計

* キーワーズ PERT, PN, 巡回セールスマン問題
** 学生員 東北大学大学院工学研究科
*** 正 員 工博 東北大学助手 工学部土木工学科
（〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉）

・施工のようにその順序を入れ換えることができないものである。それに対し管理的順序関係とは、資源やその他の条件により付加されるものである。本論文では、複数の工種が同一空間で作業するという空間的干渉が生じた場合に付加する先行・後続順序関係のことである。

ここで、本論文で使用するネットワークを定義しておく。

(1) 原始ネットワーク：技術的順序関係のみで構成されているネットワーク

(2) サブネットワーク：原始ネットワークから同一空間で干渉している工種のみを取り出して作成されたネットワーク

(3) 擬似原始ネットワーク：あるサブネットワークで採択された管理的順序関係を技術的順序関係として原始ネットワークに付け加えたネットワーク

(4) トータルネットワーク：技術的順序関係と管理的順序関係を満足している最終的なネットワーク

2．単一空間における複数工種の空間的干渉問題[2)]

（1）ネットワークの作成

ＰＥＲＴのネットワークには表現方法としてアロー型とノード型がある。アロー型は、工種をリンク、工種間の接合にはノードを用いて表現する。このためダミーリンク、ダミーノードを付加する必要があり、ネットワークが複雑になる傾向がある。また先行・後続順序関係がＦＳ（Finish-Start）関係しかないため、同時に開始可能な工種間の関係や時間遅れなどの関係が表現できない。以上より本論文ではノード型であるPrecedence Network（以下ＰＮとする）を考える。これは工種をノード、工種間の接合にリンクを用いるので、ダミーリンクを考慮する必要がなく、また工種間にＦＳ・ＳＳ・ＦＦ・ＳＦ（表－１参照）の４つの関係を定義できるので比較的容易に、また各工種間の順序関係をほぼ自由に記述することが可能である。さらに本論文では各工種に作業空間位置を付加してやることにより、空間的干渉を検討し何らかの先行・後続順序関係を考えることにする。

表－１　ＰＮ先行後続関係　（A,B は作業）

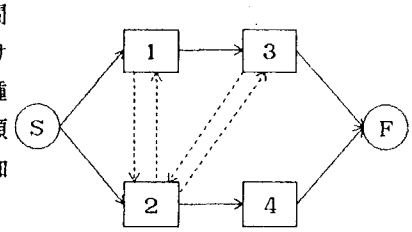
ＦＳ(A,B)＝n	Ａの終了後ｎ日以上経過しないとＢは開始できない。
ＳＳ(A,B)＝n	Ａの開始後ｎ日以上経過しないとＢは開始できない。
ＦＦ(A,B)＝n	Ａの終了後ｎ日以上経過しないとＢは終了できない。
ＳＦ(A,B)＝n	Ａの開始後ｎ日以上経過しないとＢは終了できない。

図－１はＰＮネットワークの例である。実線は技術的順序関係を表している。ここで工種1,2,3 が空間的干渉を及ぼし合う場合、工種1,3 間は技術的順序関係により先行関係が決定されているので付加する管理的順序関係は、破線で示すように並列作業である工種1,2 、工種2,3 の間に考えられる。このうちどの順序関係を付加すべきかは次の条件を満足する必要がある。

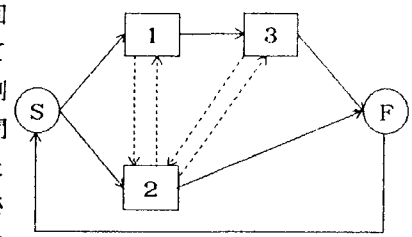
・付加したリンクによりループを形成しない

・リンクを付加することによる全体の工期延長を最小にする

・全ての工種間の順序関係を直列構造に変換する



図－１　ＰＮネットワーク



図－２　ハミルトン閉路

以上より空間的干渉を受ける複数の工種間に管理的順序関係を付加する問題は、全ての工種を直列的に１回だけ通過してＳからＦに到る最短経路問題であることが分かる。さらに図－２のようにＦからＳに到るダミーリンクを付加することにより、このネットワークはＳを出発し全てのノードを１回だけ通過しながらＳへもどるハミルトン閉路（巡回路）となる。従ってハミルトン閉路上での最短経路問題は巡回セールスマン問題になることは明らかであるから、この問題は巡回セールスマン問題を解く問題に帰着する。

巡回セールスマン問題を定式化すると[3)]

$$Z=\sum_i\sum_j C_{ij}x_{ij} \rightarrow \mathrm{Min} \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\text{Sub to} \quad \sum_j x_{ij}=1 \qquad i\in N$$

$$\sum_i x_{ij} = 1 \qquad j \in N$$

$$\sum_i \sum_j x_{ij} \geqq 1 \qquad V \subset N, V \neq \phi, V \neq N$$

$$i \in N, \ j \in N \setminus V$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad i, \ j \in N$$

C_{ij}：ノードｉ，ｊ間の所要時間

１、２番目の制約条件は全てのノードは必ず１本の出力と入力があることを示している。３番目の制約条件は頂点集合Ｎを２つの空でない部分集合ＶとＮ＼Ｖ（ＮからＶを除いた差集合）に分割したとき、巡回路を形成するから$x_{ij}=1$となるｉ∈Ｖとｊ∈Ｎ＼Ｖが少なくとも一対は存在することを示している。つまり部分的なループを生じないようにするための制約である。

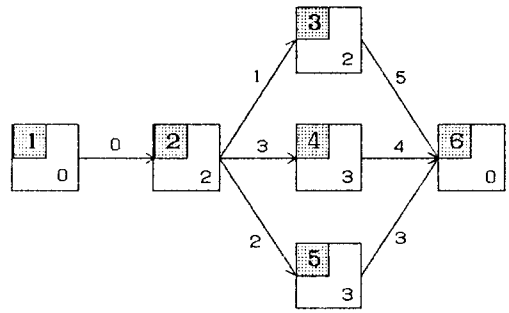
（２）サブネットワークの作成

技術的順序関係のみで構成されているネットワーク（以下原始ネットワークとする）から空間的干渉を受ける作業のみ取り出して作成されたネットワークをサブネットワークとする。このサブネットワークにおいて巡回セールスマン問題を適用する。図－３に原始ネットワークを示す。各アロー値は工種間のＦＳ値であり、ノード内の値はその作業日数である。今、工種3, 4, 5 が同一空間内での工種とする。図－４は原始ネットワークからこれら工種を取り出したサブネットワークである。ここで各ノード間の値はそのノードに到る日数（ノード間にある工種の作業日数やＦＳ値を足し合わせたもの）にそのノードの作業日数を加えたものである（図－６参照）。図－４のサブネットワークに対し最短ハミルトン閉路を求め、管理的順序関係を決定する。その結果と原始ネットワークを加え合わせることにより図－５に示すようなトータルネットワークが構成される。

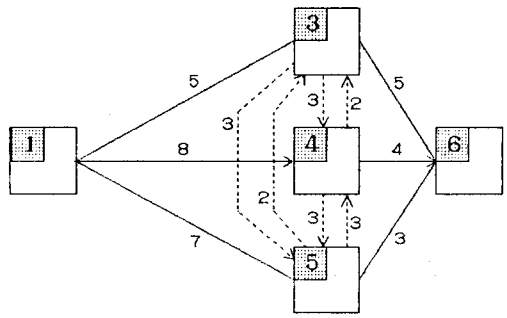
３．複数空間における複数工種の空間的干渉問題

前章では単一空間に複数の工種が空間的干渉を受ける場合を考えた。本章ではこれを一般的な複数空間における複数工種の空間的干渉問題に拡張して考える。

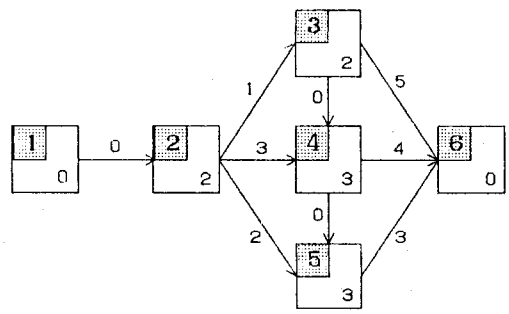
複数空間における複数工種の空間的干渉問題は、複数のサブネットワークを各々独立した問題として考えることにより、前述した巡回セールスマン問題を適用することが可能である。しかし、ある工種が複数のサブネットワークに影響を与えている場合は、考慮するサブネットワークの順序により結果が変化することが考えられる。従って、本論文では以下に示すようなアルゴリズムを採用する。



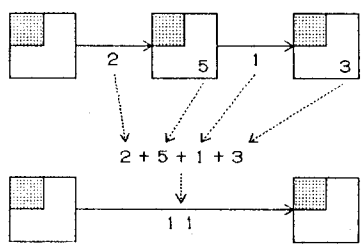
図－３　原始ネットワーク



図－４　サブネットワーク



図－５　トータルネットワーク



図－６　アロー値の求め方

（１）サブネットワークの重ね合わせ

複数のサブネットワークの一部分が重複している場合、本論文では以下のような決定方法を提案する。

◎アルゴリズム１

準備　サブネットワークの重ね合わせ順序を考える上で樹形図を作成する（図－７参照）。

① 暫定解ＯＳＺ＝∞とする。

② 技術的順序関係のみで構成された隣接行列を作成する。
作成された行列をその節点における隣接行列として保存しておく。

③ その節点における隣接行列に対し擬似原始ネットワークを作成する。
その節点から未到達の下位節点へ分枝する。
擬似原始ネットワークより節点の表すサブネットワークを作成する。

④ 管理的順序関係の決定（別述アルゴリズム２）。
原始ネットワークに管理的順序関係を付加し最短工期Ｚを求める。

⑤ Ｚ＜ＯＳＺ　ならば⑥へ　それ以外なら⑨へ

⑥ 節点が最下位であれば⑦へ　それ以外なら⑧へ

⑦ ＯＳＺ＝Ｚとして⑨へ

⑧ 付加された管理的順序関係を技術的順序関係にして②へ

⑨ ひとつ前の上位節点へもどる。

⑩ その節点から未到達の下位節点への分枝が終わりなら⑪へ　分枝可能なら③へ

⑪ その節点が探索を開始した節点ならば計算を終える。　そうでなければ⑨へ

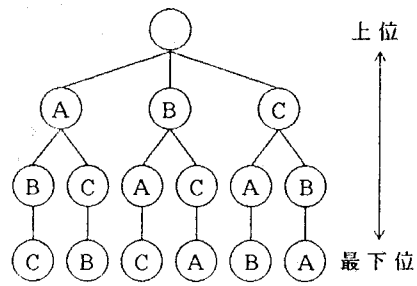
（２）管理的順序関係の決定

前節のアルゴリズム１－④において任意のサブネットワークに対し管理的順序関係を決定するためのアルゴリズムを以下に示す。

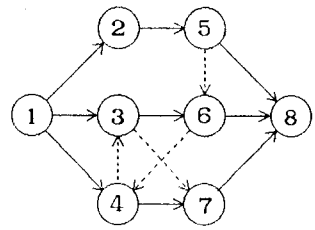
◎アルゴリズム２

① 与えられたサブネットワークに対し技術的順序関係と付加可能な管理的順序関係で構成された隣接行列を作成する。

② このサブネットワークにおいて各ノードの先行作業を表すような行列：ＰＳ行列（PS(i, j)=1のときｉはｊの先行作業である）を作成する（図－８参照）。



図－７　３種のサブネットワーク(A,B,C)での樹形図



	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1	1	1	1	1	1	1
2					1			
3						1		
4							1	
5								1
6								1
7								1
8								

図－８　サブネットワークとＰＳ行列

③ 巡回セールスマン問題を解き、巡回路・総所要時間：ＺＡを求める（別述アルゴリズム３）。

④ 決定された巡回路とＰＳ行列を用いて先行・後続順序関係が正しいかどうか判断する。正しければ⑤へ　正しくなければ⑥へ

⑤ Ｚ＝ＺＡとして決定された管理的順序関係を採択して計算を終わる。

⑥ 巡回路中で正しい先行・後続順序関係が成立しなくなる管理的順序関係を取り除く。　③へ

前述のアルゴリズム２－④，⑥について説明する。

図－８において巡回路 1, 2, 5, 6, 4, 3, 7, 8が得られたとする。このときＰＳ行列と巡回路のノードを順にみていくと、ノード１，２，５までは、先行・後続順序関係は正しいことがわかる。しかしノード６に至ったとき、ノード３，６の先行・後続順序関係に支障をきたすことがわかる。これは工種６の先行作業である工種３が未着手であるため、必ずループが発生すること

になる（この場合は、工種6→4→3にループが発生する）。従って5→6という管理的順序関係は取り除き（実際には$C_{56}=\infty$とする）、改めて巡回セールスマン問題を解き、新たな巡回路を得る。

（3）巡回セールスマン問題における分枝の方法

◎アルゴリズム3（部分的ループの解消）

巡回セールスマン問題は次のように表される[4]。

T：$(1,2,\cdots,n)$の順列$(t_1,t_2,\cdots,t_n)$の中で

最小化　$Z=C_{t_1t_2}+C_{t_2t_3}+\cdots+C_{t_{n-1}t_n}+C_{t_nt_1}$　…(2)

同じC_{ij}に対する割当問題をPとすると問題Tの解$\boldsymbol{t}$に対し

$p_{t_1}=t_2,\ p_{t_2}=t_3,\cdots,p_{t_{n-1}}=t_n,\ p_{t_n}=t_1$　……(3)

とおくと$\boldsymbol{p}=(p_1,p_2,\cdots,p_n)$が定まる。かつ、これは問題Pの解である。逆に問題Pの解$\boldsymbol{p}$に対してはTの解が定まるとは限らない。式(3)を満たす$\boldsymbol{t}$が存在するのはこのグラフが巡回路となるときに限られる。

以上より、問題Pの最適解$\overline{\boldsymbol{p}}$が部分的ループを形成する場合は、条件を加えて$\overline{\boldsymbol{p}}$が最適にならないような割当問題を作らなければならない。ここでm個の問題$P_k(k=1,2,\cdots,m)$を作る。

$N_L=\{i_1,i_2,\cdots,i_m\}$　……(4)

P_k：$C_{i_kj}=\infty$　$(j\in N_L)$とした割当問題

N_L：部分的ループのノード集合

例えば図－9に示すような$N_L=\{1,3,4\}$では

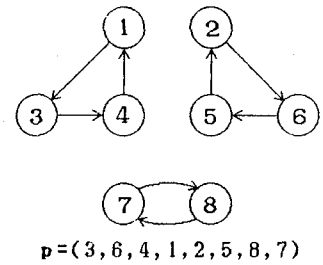
P_1：　$C_{13}=\infty$，$C_{14}=\infty$　とした割当問題

P_2：　$C_{31}=\infty$，$C_{34}=\infty$　とした割当問題

P_3：　$C_{41}=\infty$，$C_{43}=\infty$　とした割当問題

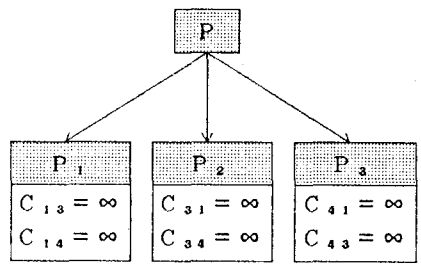
となる（図－10参照）。

$Z=\infty$となる$\boldsymbol{p}$は解と考えないとすると、問題P_kの解のグラフではノードi_kから出力する枝はN_Lの外に向かっている。

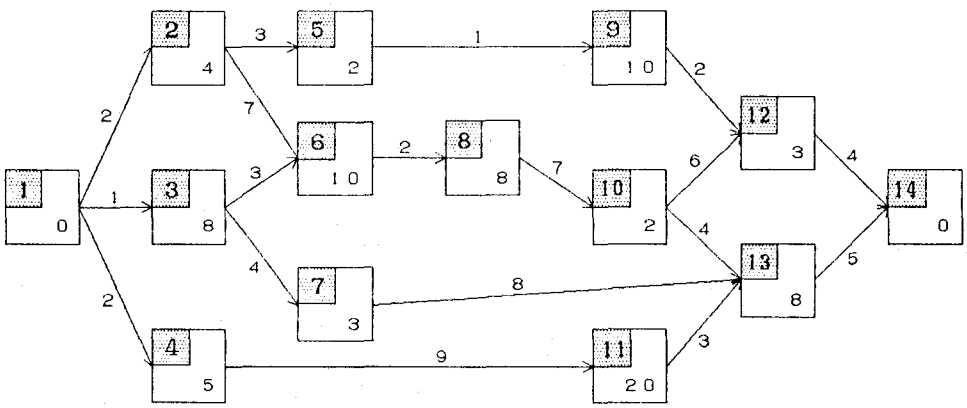


図－9　割当問題の解のグラフ

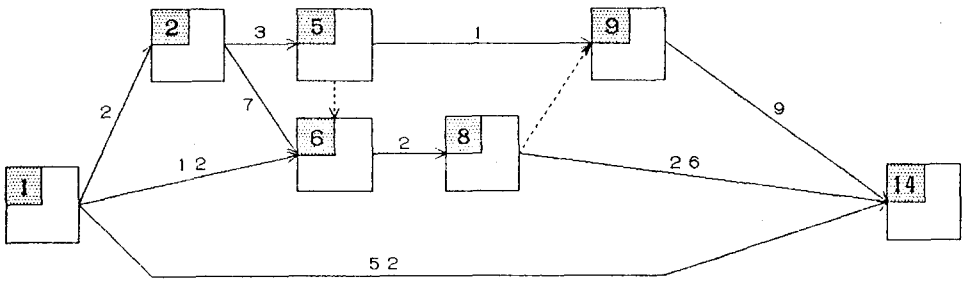
つまりP_kではノードi_kが部分的ループからの出口になっている。よって$\overline{\boldsymbol{p}}$は$P_k$の解ではない。また問題Tの解から定まる$\boldsymbol{p}$に対しては$p_i$ $(i\in N_L)$の中にN_Lに含まれないものが存在する（巡回路にN_Lの中からN_Lの外に出力する枝が存在する）。$p_{i_k}\notin N_L$とすると$\boldsymbol{p}$はP_kの解になっている。従って$P_k(k=1,2,\cdots,m)$の解の集合にはPの最適解は含まれていないが、Tの解に対応する$\boldsymbol{p}$はすべて含まれている。このようにPからP_kを分枝していく分枝限定法により巡回セールスマン問題を解く。



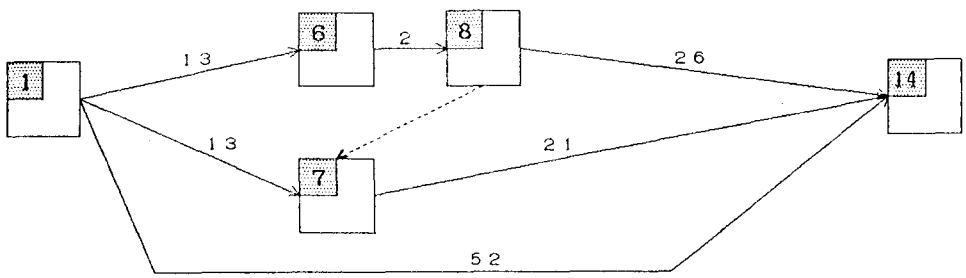
図－10　問題の分枝



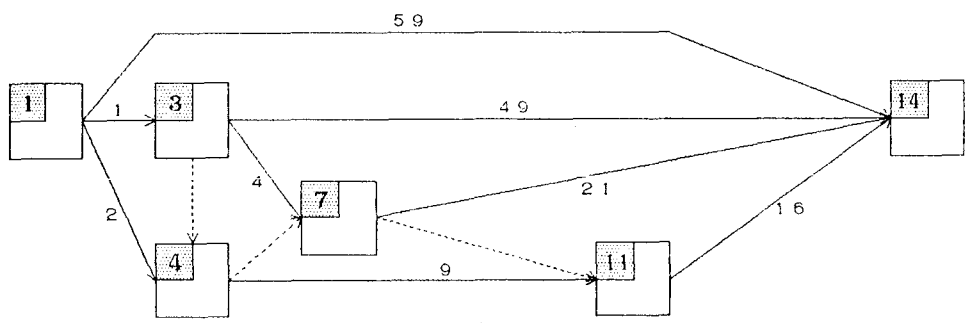
図－11　原始ネットワーク



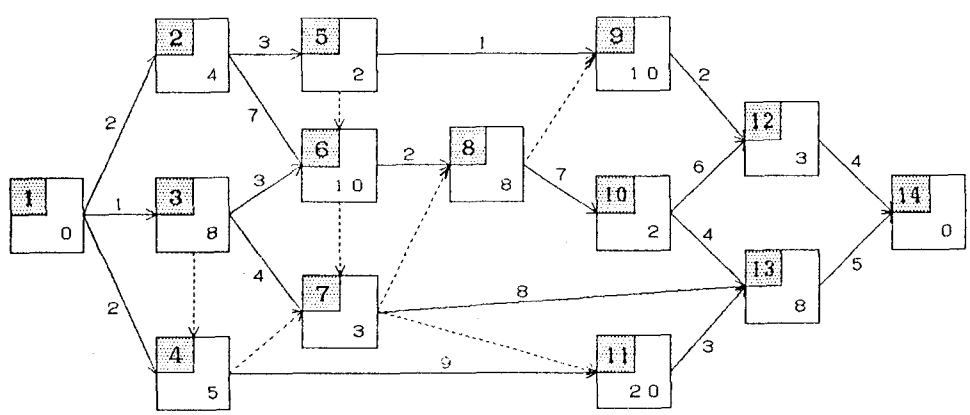
図－12　サブネットワーク（空間A）



図－13　サブネットワーク（空間B）



図－14　サブネットワーク（空間C）



図－15　トータルネットワーク

4．ケーススタディー

本手法のケーススタディーとして、図－11に示す原始ネットワークにおいて工種 2,5,6,8,9が同一空間（空間Ａ）、工種 6,7,8が同一空間（空間Ｂ）、工種3,4,7,11が同一空間（空間Ｃ）の場合を考える（図－12,13,14参照）。

従って、３つの各サブネットワークに対して管理的順序関係を付加し、かつ、それによる全体工期の延長を最小にする必要がある。本章ではＯＰＴ－ＮＥＴによりその解を求める。また、参考として付加すべきリンクをすべて考えた場合（総当たり法）についても計算を行い、本研究で提案したＯＰＴ－ＮＥＴの妥当性についても検討を行う。

（１）ＯＰＴ－ＮＥＴによる結果

前節のアルゴリズムに従って、それぞれのサブネットワークにおいて巡回セールスマン問題を解き、巡回路を求める。図－12,13,14は各サブネットワークを独立とした場合、管理的順序関係を付加（破線のリンク）した結果である。しかし、空間Ｂの工種（ 6,7,8）は空間ＡおよびＣにも重複しているため、前述したアルゴリズム１に従って管理的順序関係の付加を行う。

この結果、付加する管理的順序関係として３→４，４→７，５→６，６→７，７→８，７→11，８→９が得られた（図－15参照）。最適解の決定においては暫定解ＯＳＺとＺの比較を行うが、ＯＳＺ＝Ｚの場合にはトータルフロート（総余裕時間）の総和が大きいものを最適解とした。これは最短工期を与えるネットワークが複数個出現する場合であり、その時はトータルフロートが最大なものを選択することにした。

（２）総当たり法による結果

原始ネットワークと空間的制約を受ける工種間に付加可能なリンク（管理的順序関係）を取り出すと

３↔４，３↔11，４↔７，５↔６，５↔８

６↔７，６↔９，７↔８，７↔11，８↔９

の10個がある。この関係に先行・後続順序関係をつけることにより同じ問題を解くことができる。

ＯＰＴ－ＮＥＴとの結果を比較するために、これらリンクにどちらか向きを与え、全ての組合せを行う総当たり法を試みる。この場合の組合せ総数は1024個（＝2^{10}）である。各組合わせにおいてループが発生するかどうかを調べ、発生しなければ総所要時間を計算する。工期とその度数の結果は表－２に示す。

表－２　総当たり法による工期

工期	62	63	64	66	67	68	70-79	80-88	92-97	100-108	Loop
度数	3	3	3	3	8	8	31	20	21	8	916

表－３　工期62日の各リンクの向き

	No.1	No.2	No.3
3 ↔ 4	→	→	→
*3 ↔ 11	→	→	→
4 ↔ 7	→	→	→
5 ↔ 6	→	←	←
*5 ↔ 8	→	→	←
6 ↔ 7	→	→	→
*6 ↔ 9	→	→	→
7 ↔ 8	→	→	→
7 ↔ 11	→	→	→
8 ↔ 9	→	→	→
トータルフロート	25	26	26

表－２において最短である工期62日の内訳を表－３に示す。ＯＰＴ－ＮＥＴで得られたリンクの向きに合致するものはNo.1である（ただし、３→11，５→８，６→９は明らかに冗長なリンクであり、ＯＰＴ－ＮＥＴではこのリンクは生じない。同じ工期の場合、総トータルフロートが大きい方を最適解とすれば、ＯＰＴ－ＮＥＴではNo.2，No.3のような解は得られていない。これは巡回セールスマン問題が最短総所要時間を求める問題であり、トータルフロートまでは考慮していないことと、最短工期を与えるネットワークが、その計算途中において全て出現しないことによる。

総当たり法は、初めからリンクの向きが決定されているため基本的にＰＥＲＴの計算のみであるが、リンク数により計算回数が指数的に増加するため、その適用可能性としては小規模なネットワークの場合のみであり、またほとんどの場合においてループが発生して計算効率が悪い。利点としては、確実に最適解が得られることである。これに対しＯＰＴ－ＮＥＴは、総当

たり法に比べて計算回数ははるかに少なくなるが、前述したように最短工期を与えるネットワークが複数個存在する場合の処理の問題がある。

5．考　察

複数の空間が互いに干渉し合っている場合、管理的順序関係を付加する問題が巡回セールスマン問題に帰着することを示した。ＯＰＴ－ＮＥＴは、ループの発生を防止しながら巡回セールスマン問題を解き、管理的順序関係の重ね合わせ（サブネットワークの重ね合わせ）により最適解を得ている。

今後予測される大規模建設工事においては、急速施工の観点から地上、地表及び地下において同時に工事が進行する場合があり、従来の工種間の先行・後続順序関係の他に保安空間の確保や工種間の空間的干渉問題を考慮した工程ネットワークの作成が重要ポイントとなる。さらに各工種に空間的データを付加することにより、本研究が提案した空間的干渉問題は勿論のこと、コンピューターによる図形処理も容易になり、工程計画・管理における意思決定のための、より利用しやすい手法になるものと考えられる。

参　考　文　献

1)　吉川和広・春名　攻：施工計画における最適ネットワークの作成法に関する一考察，土木学会論文報告集，No. 182, pp. 41-58, 1970

2)　平田克英・湯沢　昭：空間的干渉を考慮した工程計画における最適ネットワーク作成法，（土木学会第44回年次学術講演会投稿中）

3)　今野　浩・鈴木久敏：整数計画法と組合せ最適化，日科技連，1982

4)　古林　隆：ネットワーク計画法，培風館，1984