

連結性能から見た道路網の信頼性評価法*

AN ESTIMATION METHOD OF ROAD NETWORK RELIABILITY
BASED ON CONNECTIVITY ANALYSIS

高山純一**，大野 隆***

By Jun-ichi TAKAYAMA and Takashi OHNO

The conventional calculation methods of road network reliability using Boolean Algebra are impractical for a large system because the path sets and cut sets include a large number of elements. In this paper, we propose two approximate calculation methods to evaluate road network reliability. One is able to efficiently estimate the reliability between node pairs in road networks, that is, 2-terminal reliability. On the other hand, the other is able to easily evaluate overall network reliability, defined as the probability that there exists at least one path between every pair of nodes in road networks.

The approximate methods are applied to small size networks in order to compare with the conventional methods.

1. まえがき

道路は社会生活を営む上で最も基本的な活動基盤の一つである。交通機能が麻痺すれば社会活動、産業活動に混乱を引き起こし、社会生活に大きな影響を与える。交通機能が麻痺する原因としては、交通需要の急激な増大に対して、道路網の整備が追いつかないために、交通渋滞が発生するといった交通システム内部にその原因がある場合（平常時）と、地震、台風、豪雪、水害などシステム外部からの影響によって、交通機能が低下する場合（非常時）の2つが存在する。平常時における交通機能の確保が重要なことは言うまでもないが、非常時における交通機能をいかにして確保し、

速やかな社会回復を図るか、ということもまた重要な課題といえる。

非常時を対象とした道路網の信頼性評価を行う場合、重要となる評価要因は、非常時において道路網の連結性が確保されているかどうかということ（連結性能）と非常時において道路網の持つ機能がどれくらい發揮されるかということ（機能性能）である。つまり、道路網の信頼性を考える場合、その必要条件として連結性能（Connectivity）があり、十分条件として機能性能（Serviceability）があるといえる。本研究では、非常時における道路網の連結性能を評価する信頼度の近似計算法を提案し、簡単な道路網を対象に数値計算を行い、その適用性を検討する。

道路網の連結性能を厳密に評価するための方法として、従来から最小パス法、最小カット法^{1)～2)}、Edge-Decomposition 法³⁾等が用いられてきた。また、最近では L. Fratta and U. G. Montanariによる Boolean Algebra Method⁴⁾、山田善一等によ

* 信頼性評価、2点間信頼度、全点間信頼度

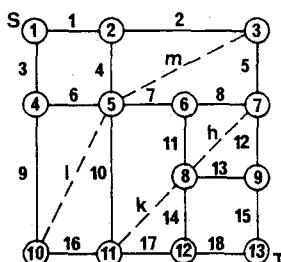
** 工修 金沢大学助手 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野2丁目40-20)

*** 工修 NTT京都支社
(〒604 京都市中京区烏丸上ル場之町604)

る Inclusion-Exclusion Principle を用いた反復分割法⁵⁾、Z.Khalil による Biconnected Networks を用いる手法⁶⁾ 等が提案されているが、いずれの手法においても道路網規模の増大に伴って、計算時間や記憶容量が指数関数的に増大するため、そのままでは大規模な道路網を対象とした信頼度の計算は不可能といえる。それゆえ、そのような場合には飯田・若林等^{7), 8)} が示すように信頼度の計算を何らかの形で近似するか、あるいは簡略化して計算を行う必要がある。

飯田・若林等の方法は 2 点間の信頼度（連結確率）のみを扱ったものであり、道路網計画によっては対象とする地域内の全地点間の連結確率（全点間信頼度）を必要とする場合も存在する。そこで、本研究では道路網の連結性能（2 点間信頼度および全点間信頼度）を効率的に計算する 2 つの近似計算法を提案し、簡単な数値計算例によりその有効性を明らかにする。ただし、本研究では近似計算法の有効性の検討を目的とするため、各リンクの信頼度（非破壊確率）は外生的に与えられるものと仮定する。

ここで、2 点間信頼度（2-Terminal Reliability）とは、無向グラフ G に含まれるある 2 節点（ノード）が互いに到達可能である確率で定義されるものとする。また、全点間信頼度（Overall Reliability）とは、無向グラフ G に含まれる全ての節点が互いに到達可能である確率で定義されるものとする。なお、2 点間信頼度を用いた道路網の信頼性評価は、例えば大震災に備えての都市内各地点と広域避難地とを結ぶ避難路網の計画や、地震後の救援物資の集結地点と避難地とを結ぶ緊急物資輸送路網の計画などに利用することが可能であり²⁾、全点間信頼度は、都市圈等のように全体的な交通サービスが重要となる地域における道路網の計画や評価に利用することができる。



次近似解) を計算することができる。ただし、この第1次近似解は明らかに厳密解よりも大きな値を持つため、トポロジー変換による影響を補正する必要がある。

$$RS_{1,13} = P_{1,N_1} \cdot P_{N_1,N_2} \cdot P_{N_2,13} \quad (1)$$

そこで、集約したノード N_1 および N_2 に内部抵抗(ノード補正值)を持たせ、トポロジー変換による影響を補正する。具体的には、トポロジー変換における次のような特性、すなわち「トポロジー変換による影響が最も大きいのは短絡された部分の近傍であり、短絡されるリンク(この場合は仮想リンクとなる)の非破壊確率が1.0であれば、トポロジー変換は2点間信頼度にまったく影響を及ぼさない」という特性を利用する。つまり、図-5(方法1)に示すように、短絡する仮想リンク l, m および k, h の近傍のネットワークを取り出し、短絡リンクの非破壊確率が実際の値の場合(仮想リンクであるので非破壊確率は0.0である)の端点間の連結確率($P_{4,11}, P_{2,7}, P_{5,12}, P_{6,9}$)と、仮想リンクの非破壊確率が1.0の場合の端点間の各連結確率($P_{4,11}^*, P_{2,7}^*, P_{5,12}^*, P_{6,9}^*$)を計算し、トポロジー変換による集約ノードの補正值を計算する。たとえば、方法1による集約ノード N_1, N_2 の補正值 [$Q(N_1), Q(N_2)$] はそれぞれ次のようにして計算される。

$$Q(N_1) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{P_{4,11}}{P_{4,11}^*} \right) + \left(\frac{P_{2,7}}{P_{2,7}^*} \right) \right\} \quad (2)$$

$$Q(N_2) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{P_{5,12}}{P_{5,12}^*} \right) + \left(\frac{P_{6,9}}{P_{6,9}^*} \right) \right\} \quad (3)$$

そこで、この補正值を式(4)のように第1次近似解 $RS_{1,13}$ に掛けて連結確率を修正すれば、S~T間の信頼度 $RE_{1,13}$ (近似解)が計算される。

$$RE_{1,13} = RS_{1,13} \cdot Q(N_1) \cdot Q(N_2) \quad (4)$$

なお、近傍のネットワークを図-6(方法2)のように取り出した場合においても同様に計算すればよい。ただし、この場合の補正值 [$Q(N_1), Q(N_2)$] の計算は、式(5)、式(6)を用いて行う。

$$Q(N_1) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{P_{4,11}}{P_{4,11}^*} \right) + \left(\frac{P_{1,7}}{P_{1,7}^*} \right) \right\} \quad (5)$$

$$Q(N_2) = \frac{P_{5,13}}{P_{5,13}^*} \quad (6)$$

(2) 部分グラフ集約化法を用いた全点間信頼度の計算方法

2点間信頼度の計算では、2節点間を結ぶすべてのパスセットを探索し、その中の少なくとも1つの経路が連結状態にあれば、2点間は連結であると考え、信頼度を求めた。全点間信頼度を計算する場合も同様な考え方ができる。つまり、対象とするネットワークにおいて、少なくとも1つの生成木(トリー)が連結状態にあれば、ネットワーク内の任意のノードから他のすべてのノードへ到達可能となる。したがって、その確率を計算すれば全点間の信頼度が計算される。ここで、全点間が連結であるとは、ある地点から他の任意の地点へ行くことができることを意味し、道路網の分断により孤立した地域(ゾーン)が発生しない状態をいう。

全点間信頼度の厳密解は、すべてのトリーを対象としてブール演算を行うことにより得ることができるが、ネットワーク規模が大きくなるとトリー探索およびブール演算に多大な計算時間と計算機記憶容量が必要となるため、現実的には適用が困難である。そこで、本研究では部分グラフ集約化

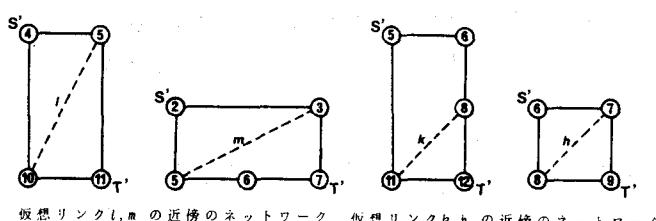


図-5 仮想リンク近傍のネットワークの取り出し方(方法1)
仮想リンク l, m の近傍のネットワーク 仮想リンク k, h の近傍のネットワーク

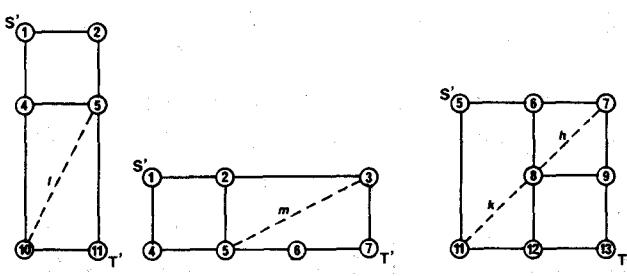


図-6 仮想リンク近傍のネットワークの取り出し方(方法2)
仮想リンク l, m の近傍のネットワーク 仮想リンク k, h の近傍のネットワーク

法を用いた全点間信頼度の近似計算法を提案し、図-7（基本ネットワーク）に示すネットワークを用いてその適用性を検討する。

この方法の特徴は、基本ネットワークに含まれる部分グラフを、いくつかのノードに集約することにより、ネットワークを簡略化して、トリー探索およびブール演算に必要な計算時間と計算機容量を節約するところにある。ただし、ネットワークの簡略化においては、次の3つの仮定が成り立つものと考える。

- 1) 部分グラフが連結であれば、1つのノードに置き換えることができる。
- 2) 部分グラフが非連結（部分グラフが更にいくつかの互いに連結でないグラフに分割される状態）であれば、2つ以上のノードに置き換えることができる。
- 3) 部分グラフが非連結で、いくつかのグラフに分割されるとき、その分割数が部分グラフに接続しているリンク数より大きければ、その基本ネットワークは非連結となる。

部分グラフ集約化の具体例を示すと、次のようになる。まず、図-7の基本ネットワークをいくつかに分割（ここでは、4分割する）し、図-8のように部分グラフ（G₁, G₂, G₃, G₄）を設定する。各部分グラフを集約ノードに置き換え、図-9に示す変換ネットワークを作成する。また、各部分グラフ間を結ぶ複数のリンクを連結確率の等しい1本のリンクに置き換える（図-10）。さらに、各部分グラフが連結である場合は1つのノードに置き換え、非連結である場合は2つ

以上のノードに置き換えて、簡略ネットワーク（図-11）を作成する。ここで、2つ以上の部分グラフが同時に非連結となる場合は、対象ネットワークが非連結となるものとして処理する。そうすると、全点間信頼度の近似解は各簡略ネットワークの生起確率とその連結確率の積和（式(7)）により計算される。

$$\begin{aligned} RE = & R_1 R_2 R_3 R_4 S_5 + (1-R_1) R_2 R_3 R_4 S_6 \\ & + R_1 (1-R_2) R_3 R_4 S_7 + R_1 R_2 (1-R_3) R_4 S_8 \\ & + R_1 R_2 R_3 (1-R_4) S_9 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、R₁～R₄はG₁～G₄に示す部分グラフ（図-8）の全点間連結確率を表わし、S₅～S₉はG₅～G₉に示す簡略ネットワーク（図-11）の全点間連結確率である。

なお、大規模道路網へ適用する場合は、まず基本ネットワークを数個に分割して部分グラフを設定するが、部分グラフの規模が大きくて連結確率の計算が困難な場合には、その部分グラフに対してさらに近似解法を適用し、部分グラフの規模を小さくすればよい。このように、連結確率が容易に計算できるくらい部分グラフの規模が小さくなるまで、近似計算を繰り返して適用すれば、比較的大きなネットワークに対しても全点間信頼度を計算することが可能である。

3. ネットワーク信頼性からみた道路網整備計画

(1) リンク重要度を用いた道路網整備方策

道路網を整備するときに、いくつか候補となる道路

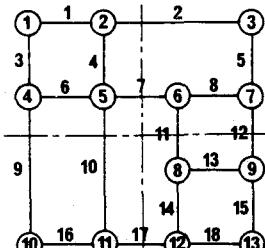


図-7 基本ネットワーク

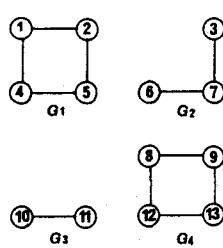


図-8 部分グラフ

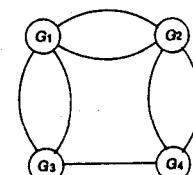


図-9 変換ネットワークA

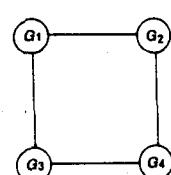


図-10 変換ネットワークB

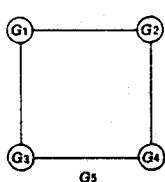


図-11 簡略ネットワーク

区間があるような場合、まずどの道路区間から整備すべきかということは非常に重要な問題となる。また、震災後において破壊された道路網の復旧順位をどのようにして決定するかということ也非常に難しい問題である。このような問題に対処する1つの方法として、リンク重要度を用いた道路網の整備順位決定法が考えられる。

リンク重要度の定義の仕方としては、いろいろな方法が考えられるが、ここでは全点間信頼度を指標としたリンク重要度を考える。具体的には、着目するリンクがネットワークに含まれる場合（リンクが有る状態）の全点間信頼度 R_l^* と含まれない場合（リンクが無い状態）の全点間信頼度 R_l をそれぞれ計算し、式（8）によりリンク重要度 W_l を定義する。なお、このリンク重要度 W_l はリンク l が存在することによってネットワーク全体の信頼度が、何%上昇するかを表わす指標である。リンクを整備するときには、リンク重要度の大きなリンクから順に整備すれば良い。

$$W_l = \{1 - (R_l / R_l^*)\} \times 100 (\%) \quad (8)$$

(2) 全点間信頼度を用いた最適道路網整備方策

信頼性の高い道路網の整備を目的として道路網計画を行う場合、道路網の信頼性評価が重要となる。そこで、全点間信頼度を目的関数に取り、総道路延長を制約条件とした最適道路網構成問題を考える。ここでは、全点間信頼度を厳密解法により計算する場合と近似解法により計算する場合の整備順位の比較により、近似解法の道路網計画への適用性を検討する。ただし、最適道路網構成問題の解法には、分枝後退法の1つであるScootの段階的 Backward 法を用いた⁹⁾。

4. モデル道路網を対象としたケーススタディ

(1) 2点間信頼度の厳密解と近似解の比較

図-1に示すモデル道路網を対象として、各リンクの非破壊確率がすべて同じである場合のS～T間連結確率を計算すると図-12のようになる。ただし、ここでは各リンクの非破壊確率を1.0から0.1まで0.1刻みに10通り設定して計算を行った。この計算結果より、ブール代数法による厳密解とトポロジー変換法による近似解の差は、全域にわたって±0.06以内であり、それほど大きくなことがわかる。また、短絡リンクの近傍のネットワークを広範囲に取り出す「方

法2」を用いた方が、厳密解により近い近似解を得ることができるといえる。

表-1 2点間信頼度の計算時間の比較

道路網規模		計算時間(秒)	
ノード数	リンク数	厳密解法	近似解法
5	8	0.03	0.03
9	12	1.57	0.04
13	18	197.57	0.07

(FACOM M760-10を使用)

表-2 全点間信頼度の計算時間の比較

道路網規模		計算時間(秒)	
ノード数	リンク数	厳密解法	近似解法
5	8	0.26	0.02
9	12	7.14	0.02
13	18	2084.81	0.03

(FACOM M760-10を使用)

また、各リンクの非破壊確率をシミュレーションにより変動させて、厳密解と近似解の精度比較（感度分析）を行った。シミュレーションでは、非破壊確率として4通り（平均値 0.6, 0.7, 0.8, 0.9）、またその分散を3通り（標準偏差 0.03, 0.06, 0.09）設定し、 $4 \times 3 = 12$ 通りの変動パターンに対して、それぞれ100回のシミュレーションを行った。計算結果の一例を図-13（方法1）に示す。

この図より、各リンクの非破壊確率に大小のバラツキがある場合には、近似解と厳密解の差が多少大きくなる場合も見られるが、差の標準偏差はそれほど大きなものではない。また、ここでは示さなかったが、方法2を用いた方が近似解と厳密解の差は小さくなる傾向にある。

(2) 全点間信頼度の厳密解と近似解の比較

図-7の道路網を対象として、各リンクの非破壊確率（1.0～0.1まで0.1刻みに10通り設定した）がすべて同じ場合の全点間信頼度を計算すると図-14のようになる。この図より、ブール代数法による厳密解と部分グラフ集約化法による近似解の差は、全域にわたって±0.051以内であり、それほど大きくなことがわかる。

(3) ネットワーク規模と計算時間の関係

道路網規模の異なる3つの道路網を対象として、厳密解法と近似解法の計算時間の比較を行った。比較結

連結性能からみた道路網の信頼性評価法

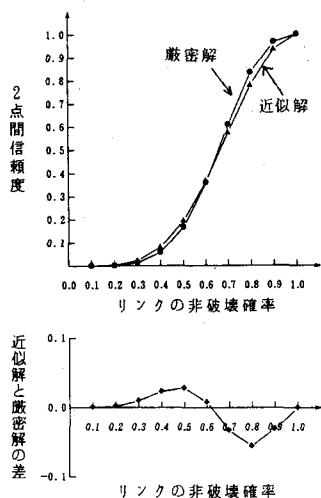
果を表-1（2点間信頼度）、表-2（全点間信頼度）に示す。これらの表より、厳密解法（ブール代数法）を用いた場合は、道路網規模の増大に伴って計算時間は指数関数的に増大するが、近似解法（トポロジー変換法、あるいは部分グラフ集約化法）を用いた場合には、道路網規模が増大しても計算時間の増加はほとんどなく、計算効率が非常に良いことがわかる。特に、その傾向は全点間信頼度の計算において顕著であり、時間節約の効果が大きいといえる。

以上のことより、トポロジー変換法を用いた2点間

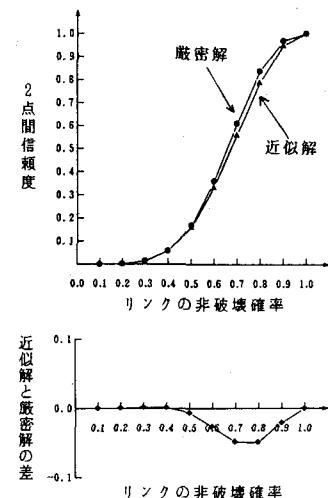
信頼度の近似解法、並びに部分グラフ集約化法を用いても適用可能であり、計算時間の面からみても非常に有効な手法といえる。

（4）道路網整備計画への応用

図-15に示すモデル道路網（一点鎖線は部分グラフへの分割を示す）を対象として、道路網整備方策を考える。ただし、各リンクの非破壊確率（表-3）は2000mに1箇所の確率で道路が破壊するものと仮定して、ポアソン確率により計算した。

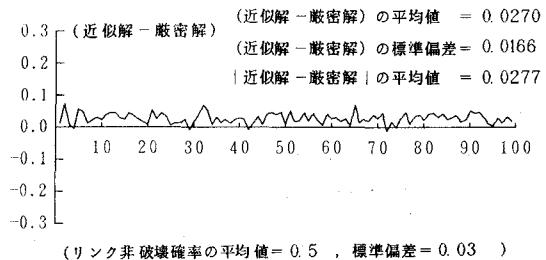


(方法 1)

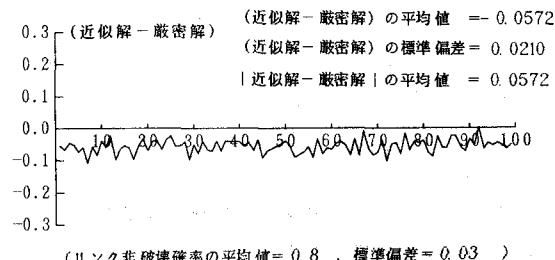


(方法 2)

図-12 2点間信頼度の厳密解と近似解の比較



(リンク非破壊確率の平均値 = 0.5, 標準偏差 = 0.03)



(リンク非破壊確率の平均値 = 0.8, 標準偏差 = 0.03)

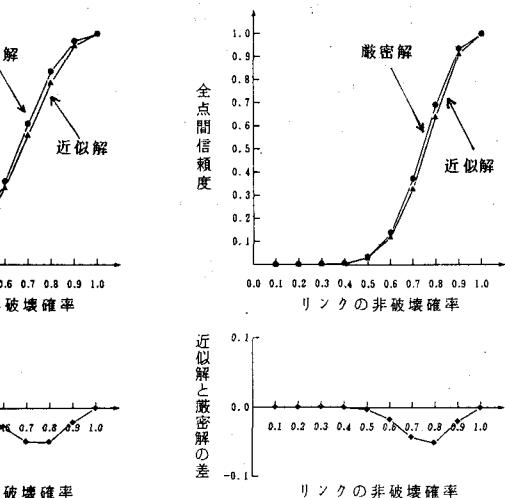
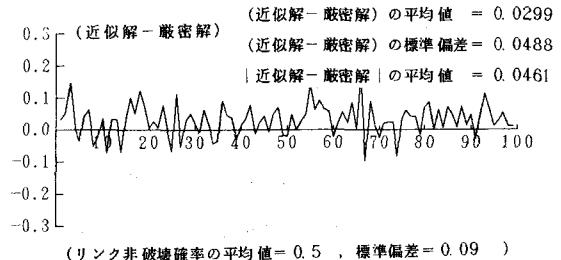
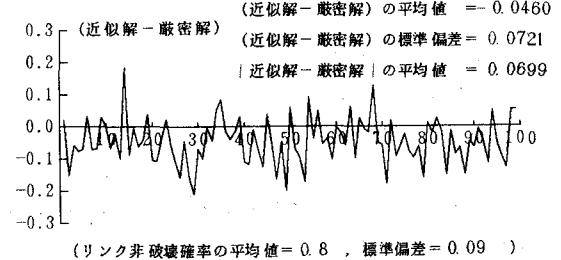


図-14 全点間信頼度の厳密解と近似解の比較



(リンク非破壊確率の平均値 = 0.5, 標準偏差 = 0.09)



(リンク非破壊確率の平均値 = 0.8, 標準偏差 = 0.09)

図-13 2点間信頼度の厳密解と近似解（方法 1）の誤差

リンク重要度の高いリンクから順に道路網を構成すると、図-16のような整備順位となる。ここで、ステップ1の道路網形態は、最短生成木と一致している。また、全点間信頼度の厳密解および近似解を目的関数とした場合の整備順位はそれぞれ図-17のようになる。ただし、ここでは制約条件である総道路延長を5段階設定し、Scottの段階的 Backward 法によって道路網の最適構成順位を決定した。

信頼度の厳密解を目的関数とする場合では、ステップ1において最短生成木が最適道路網となっているが、信頼度の近似解を目的関数とする場合では、最短生成

木が最適解となっていない。これは道路網の連結状態が弱いネットワークにおいて、ネットワークを簡略化するときの誤差が大きいためと考えられる。また、近似解を目的関数とした場合は、ネットワークの簡略化に用いた部分グラフ内の整備がまず優先され、つぎに部分グラフ間の連結状態の弱い部分の整備が優先されるといった傾向が見られるが、全体的には両者の整備順位は、ほぼ等しいといえよう。さらに、リンク重要度による道路網整備順位と全点間信頼度を目的関数とした最適道路網構成順位（厳密解法）が非常に似ており、簡便的にはここで提案したリンク重要度による方

表-3 対象ネットワーク
のリンク長と非破壊確率

リンク番号	リンク長(m)	非破壊確率
1	334	0.8462
2	247	0.8838
3	202	0.9039
4	283	0.8681
5	175	0.9162
6	205	0.9026
7	202	0.9039
8	318	0.8530
9	206	0.9021
10	305	0.8586
11	160	0.9231
12	302	0.8598
13	168	0.9194
14	195	0.9071
15	226	0.8932
16	146	0.9296
17	180	0.9139
18	201	0.9044

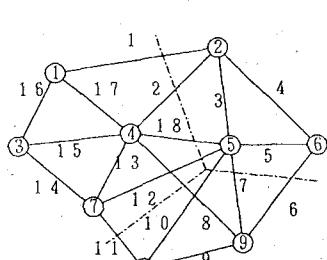
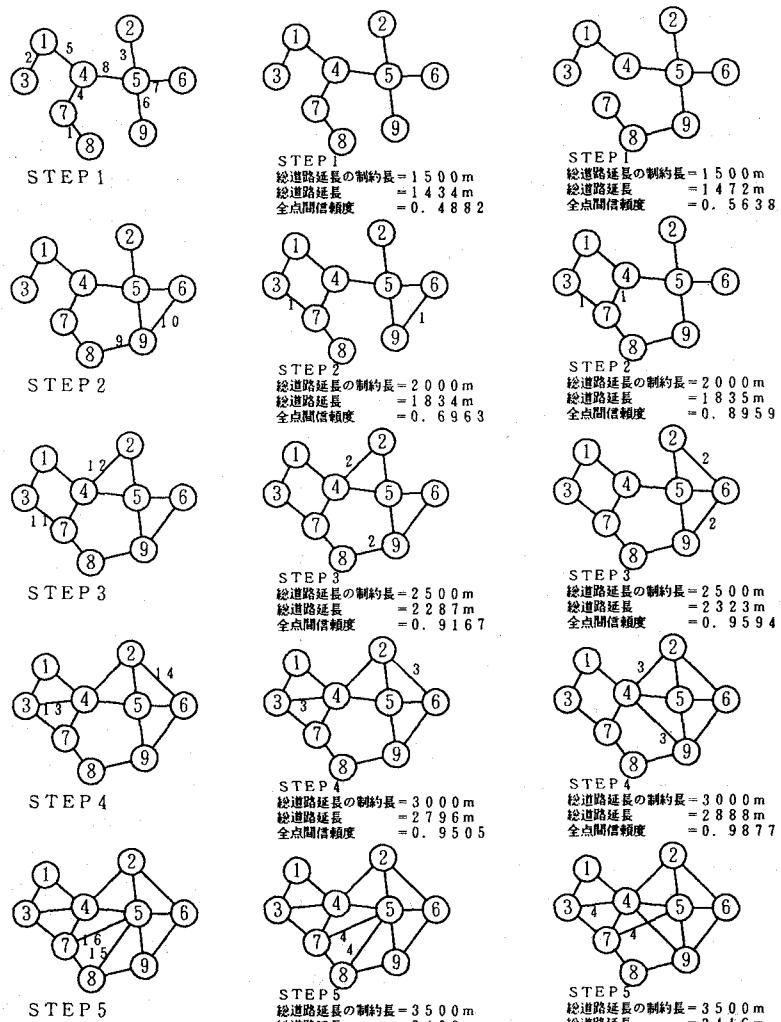


図-15 最大ネットワーク

図-16 リンク重要度による
道路網整備順位

(a) 厳密解を目的関数とした場合 (b) 近似解を目的関数とした場合

図-17 全点間信頼度を目的関数とした
最適道路網構成順位

法が有効であるといえる。

以上のことより、ここで提案した近似解法を用いれば、ブール代数法による計算結果に比べて、非常に計算効率が良く、しかも信頼度の精度も良いといえる。したがって、大規模道路網への適用が十分可能であると思われる。

5. まとめ

以上、本研究では道路網の連結性能（2点間信頼度および全点間信頼度）を効率的に計算する2つの近似計算法（トポロジー変換法および部分グラフ集約化法）を提案し、簡単な数値計算例によりその有効性を明らかにした。計算結果をまとめると、次のようになる。

(1) トポロジー変換法を用いた2点間信頼度の近似解法は、ブール演算による厳密解法に比べて、計算時間が非常に短く、厳密解との差もそれほど大きくなないことから、十分大規模道路網に対しても適用可能であると考えられる。ただし、各リンクの非破壊確率のバラツキが大きい場合には、厳密解との誤差が多少大きくなる場合もあるので、そのような場合には方法2のように短絡リンクの近傍のネットワークをできるだけ広範囲に取り出して計算すればよい。

(2) 部分グラフ集約化法を用いた全点間信頼度の近似解法もまた、ブール演算による厳密解法に比べて、非常に計算時間が短く、大規模道路網への適用が十分可能であるといえる。

(3) 全点間信頼度を目的関数とした最適道路網構成問題を考え、道路網整備計画への応用を試みた。全点間信頼度を厳密解法により解く場合には、非常に計算時間がかかるため、本研究では計算時間の節約を目的として部分グラフ集約化法を用いる方法と全点間信頼度を指標としたリンク重要度による簡便法を提案した。後者の方法は、非常に簡便な方法ではあるが、厳密解法による整備順位と大差がないため、十分適用可能であると考えられる。

なお、今後の課題をまとめると、次のようになる。

(5) 道路網の簡略化の仕方によって近似解の精度が異なることが予想されるので、どのような簡略化方法が最適であるのか検討する必要がある。

(6) 本研究では、各リンクの非破壊確率が外生的に与えられるものとして取り扱ったが、実際の適用においては、この非破壊確率をどのようにして与えるかが

問題となる。

(7) 部分グラフ集約化法はどのような道路網に対しても適用可能だが、ネットワークを分割し、順次結合して全点間信頼度を計算する方法に、*Biconnected Networks*による厳密解法（この方法は適用範囲が限定される）があるので、今後この方法との比較検討を行う必要がある。

最後に、研究を進めるにあたり金沢大学工学部川上光彦助教授ならびに同木俣昇助教授から貴重なコメントを頂いた。また、本研究は財團法人小川育英会からの研究助成金により行われた研究成果の一部である。ここに記して感謝したい。

6. 参考文献

- 1) 井上紘一、稲垣敏之；大規模システムの信頼性解析へのグラフ理論の応用、システムと制御、Vol. 20, No. 12, pp. 641 ~648, 1976年
- 2) 小林正美；道路網・ネットワークシステムの信頼度解析法に関する研究、第15回日本都市計画学会学術研究発表会論文集、pp. 385 ~390, 1980年11月
- 3) A. Agrawal, R. E. Barlow ; A Survey of Network Reliability and Domination Theory, Operations Research Vol. 32, No. 3, pp. 479 ~492, May - June 1984.
- 4) L. Fratta, U. G. Montanari ; A Boolean Algebra Method for Computing the Terminal Reliability in A Communication Network, I IEEE Trans. On Circuit Theory, Vol. CT-20, No. 3, pp. 203~211, May 1973.
- 5) 山田善一、家村浩和、野田茂、小笠原洋一；反復分割法による震災後の上水供給系の事変信頼性解析、土木学会論文報告集、第326号、pp. 1 ~13, 1982年10月。
- 6) Z. Khalil ; On The Reliability of Biconnected Networks, Microelectron Reliab. Vol. 23, No. 1, pp. 71 ~78, 1983.
- 7) 飯田恭敬、若林拓史、吉木務；ミニマルバス・カットを用いた道路網信頼度の近似計算法、交通工学、Vol. 23, No. 4, pp. 3 ~13, 1988年7月。
- 8) 飯田恭敬、若林拓史；ブール代数を用いた道路網ノード間信頼度の上、下限値の効率的算出法、土木学会論文報告集、No. 395/ IV-9, pp. 75 ~84, 1988年7月。
- 9) 森津秀夫；最適交通網構成手法に関する基礎的研究、京都大学博士学位論文、昭和59年2月。
- 10) 高山純一、大野 隆；道路交通ネットワークの信頼度解析について、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、pp. 326 ~327, 昭和63年3月。