【土木計画学研究・講演集 No.11 1988年11月】

利用者便益からみた列車ダイヤ最適化に関する基礎的研究

On Optimal Train Scheduling with User Behavior Model

赤松 隆*・古川 敦**・家田 仁***

By Takashi AKAMATSU, Atsushi FURUKAWA and Hitoshi IEDA

This paper presents a problem and its solution algorithm for optimal train scheduling from the view point of user's benefit. First, we present the model which represents a train diagram as a time-space network and explains user's behavior on the diagram network. Next, bi-lebel programming problem for optimization of train scheduling is formulated. In addition, solution algorithms are developed, using the structure of this problem which can be interpreted as a kind of optimal network design problem. Finally, some sensitivity analyses with respect to OD-flow and link cost parameters are reported.

keywords: train scheduling, user equilibrium, optimal network design

1. はじめに

首都圏をはじめとするわが国の大都市圏における通勤交通混雑問題には目を覆いたくなるばかりのものがある．この問題に対する根本的な解決策が交通基盤施設建設投資による供給増大策にあることはいうまでもないが長期的な大規模投資を補完する中短期的な施策として，限定された条件下での資源の効率的利用をめざす需要管理政策のようなソフト面からの施策も早急に取り組むべき重要な課題である．一口に交通需要管理政策と言っても種々のものが考えられるが，交通混雑問題を鉄道に限定すれば，比較的容易に実施可能で且利用者便益増大効果が大きなものとして，列車運行計画の改善が挙げられる．

＊ 学生員 工修 東京大学大学院工学系研究科 博士課程
(〒113 文京区本郷7-3-1)
＊＊ 学生員 東京大学大学院工学系研究科 修士課程
＊＊＊正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

本研究はこのような課題に対する研究の端緒として，利用者便益の立場からみた最適列車ダイヤ作成法の一般的枠組みの提案，制約が比較的単純な場合の問題の定式化およびその解法の開発を目的とするものである．

さて，列車ダイヤ作成に関連する従来の研究を振り返ると，次の２つに分類することができる．第1の分野は列車ダイヤの自動作成に関するものである．[1)2)] これは，ダイヤ作成に際しての機械的作業部分を計算機システムによって効率的に行なうことを主な目的とするものであって，実務上の意義は高いものの，利用者便益評価あるいはその最適化の考えは取り入れられておらず，また，意志決定を要する部分は，かなりの部分をダイヤ作成者にまかせているという点で課題が残る．第２は乗務員運用や車両の運用の効率化を考えた列車ダイヤの作成や頭端駅での能率的な列車の着発シーケンスの決定等に関する基礎的な研究である [3)-5)]．これらは列車ダイヤを

定式的に扱っている点で示唆が多いが，評価指標として乗車時間などを単一先験的にとるものであったり，実際の問題には事実上適用の困難な非常に単純な場合についてのモデル解析が多い．

以上のような従来の研究とその問題点を踏まえて，本研究では，設定された列車運行計画の中での利用者の列車選択行動や乗換え行動などをダイヤ作成モデルに内生化し，一定の客観性をもって総合的にとらえた利用者の便益を基準としてダイヤの最適化を考えるという方針によって研究を進めた．

2．最適ダイヤ作成問題と最適ﾈｯﾄﾜｰｸ形成問題

(1) 列車ダイヤのネットワーク表現

本研究では最適ダイヤ作成問題を「ダイヤ作成上の種々の制約条件のもとで，利用者の便益を総合的・客観的にとりこんだ評価関数を最適化する様なダイヤを探索する問題」としてとらえる．この最適ダイヤ作成問題の構成を概念図として表現すると図1のようになる．

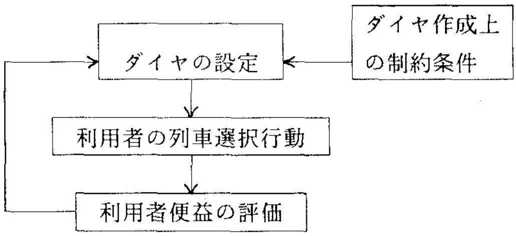

図1．最適ダイヤ作成問題の概念構成

この図式に基づいて最適ダイヤを作成するためには，まず，ダイヤパターンに対応した利用者の列車選択パターンと各選択に対応して利用者が実際に費した所要時間・混雑によるストレス等の不効用を定量的に把握することが必要である．本研究では，利用者の選択行動の基準となる不効用パターンとダイヤパターンの関係を表現するために，横軸方向を時間軸（時刻），縦軸方向を空間軸（駅・駅間）に持つ列車ダイヤを，時間変化を考えない平面上のネットワークとして表現し[6]利用者をそのネットワーク上のフローとして取り扱う．これは，簡単な例で示せば，列車ダイヤを図2のように乗車リンク・待ちリンク・乗換リンク等で構成したネットワークとして表現し，各リンクに適当なコスト関数を付与することによって実現できる．この結果，鉄道通勤利用者の列車選択行動に影響を与える不効用要因として考えられる乗車時間，待ち時間，混雑，乗換，等をネットワーク上に取込むことができ，ネットワークコストとネットワークフローとの関係を決める適当な利用者行動モデルを設定してやれば，列車ダイヤと利用者行動・利用者便益との関係を定量的に取り扱うことができる．このように，定時運行特性を持つ鉄道システムにおいては（道路ネットワークの分析の場合とは異なり），時刻を追っての利用者行動の分析という動的な問題を，時刻変数を明示的には含まない静的問題として取り扱うことができるということは，その分析に際して特に注目すべきことであろう．

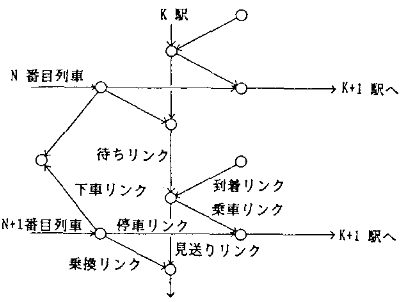

図2 ネットワークの構成例

ところで，列車ダイヤは，基本的には，①列車種別②停車駅③駅間所要時間④駅停車時間⑤始発駅発車時刻⑥パターンサイクル長⑦待避関係⑧時隔を与えることによって決定されるものである．ダイヤと上記ネットワークとは，その対応関係を決める適当な規則のもとで，1対1関係にあるから，①〜⑦を決定することはネットワークの接続構造を決めることになり，「離散変数最適ネットワーク形成問題」の一種とみなすことができる．また，時隔が変化しても待避パターンが同一であれば，上記ネットワークの接続構造は同じである．従って同一待避パターンのもとでの最適時隔の設定は「連続変数最適ネットワーク形成問題」とみなすことができる．このように，最適ダイヤ作成問題は最適ネットワーク形成問題の一種とみなすことができる．

(2) 問題の定式化

本研究では，前節①〜⑦の結果決まる種々の待避関係の各々について，それを満たす範囲内での最適な時隔を求め，その最適時隔の集合の中での最適値を与える列車時隔を最適ダイヤとする．①②⑦の決

定については，固定施設や人員運用面からの制約条件を満たすものを探索する組合せ問題である．理論的には全ての場合についての探索は困難であるが，実際問題としてはこれらの自由度は比較的小さく，総当りでも可能であろう．③④は，車両性能・路線線形・乗降人員数等でほぼ決ってしまうため，ここでは，所与の定数とする．⑤は，定式上はダイヤ開始時刻の基準点をずらせばよいだけであるからここでは特に問題とする必要はない．⑥については，理論的には連続未知変数として扱うことも考えられるが，実際的なダイヤ設定（例えば，２３．４分サイクルのダイヤよりも２０分あるいは３０分サイクルのダイヤの方が利用者にとってわかりやすいのは明かであろう）面を考慮して，ここでは適当な何種類化のサイクル長からの選択（離散変数問題）として扱うことにする．以下では，単純な組合せだけでは決めることのできない⑧の決定問題，すなわち，①〜⑦を所与とした同一待避パターン下での時隔の最適化問題を定式化する．

a）最適化の目的関数

本研究では，利用者は各自の被る不効用を基準にして行動すると考えるので，利用者便益面からの最適化の目標として，利用者全体の総不効用の最小化を考えるのは自然であろう．すなわち，列車時隔 **e** を制御変数として，次の様な目的関数を考える．

$$\min_{\mathbf{e}} Zp = \Sigma x_a t_a(\mathrm{x}, \mathbf{e}) \quad \cdots\cdots(2.1)$$

b）ダイヤ作成上の制約条件

①〜⑦が与えられた条件下で，棒線で列車折り返し上の制約は考慮しない単純化された場合を考えれば，時隔変数の制約は以下のような形で与えられる．

$$e_{rn}\min \leqq e_{rn} \leqq e_{rn}\max \quad \cdots\cdots(2.2)$$

ここで e_{rn}:第ｒ駅でのｎ番目列車の運転時隔，

e max, **e** min:待避パターンを変化させない範囲での列車時隔の最大・最小値．

また，ダイヤは，一定のサイクル長を持ったパターンが繰り返されるとするので，運転時隔 **e** は第ｒ駅では次式を満たしていなければならない．

$$E_r = \Sigma_n e_{rn} \quad \cdots\cdots(2.3)$$

ここで，E_r ：第ｒ駅でのパターンサイクル長．

c）利用者行動モデル

利用者は上記ネットワーク上で不効用（コスト）を最小化するような経路を見つけて行動すると仮定する．ただし，本研究で対象とする通勤鉄道においては，利用者行動に対する混雑の影響が大きいため，これを考慮できる利用者均衡配分モデルを適用する．鉄道通勤利用者が，日々の通勤行動の結果，各列車の混雑度・所要時間等について熟知しており安定した選択行動を行なっていることを考慮すれば，このモデルによって利用者行動を表現することに大過は無いといえるだろう．この利用者均衡配分フローは，次の等価最適化問題によって表現できる．

$$\min_{\mathbf{x}} Zs = \Sigma_a \int_0^{x_a} t_a(\omega, \mathbf{e})\, d\omega \quad \cdots\cdots(2.4)$$

$$\text{s.t.} \quad x_a = \Sigma_{rs} \Sigma_k f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} \quad \cdots\cdots(2.5)$$

$$Q_{rs} = \Sigma_k f_k^{rs} \quad \cdots\cdots(2.6)$$

$$f_k^{rs} \geqq 0 \quad \cdots\cdots(2.7)$$

ここで，x_a, t_a：リンクａの交通量，コスト関数，

f_k^{rs}：ＯＤペアｒｓのｋ番目経路の交通量，

Q_{rs}：ＯＤペアｒｓの交通量，

δ_{ak}^{rs}：リンクａが経路ｋ上に あれば１ ないなら０ である．

ここで **t** はある時隔 **e** を与えれば決まるダイヤパターンと等価なネットワークのリンクコストであるから，利用者行動の結果を表現するリンクフロー **x** も **e** の変化に応じて変化することになる．

以上まとめると，最適時隔設定問題は，入れ子状になった２つの問題；

親問題： min. Zp(**e**)
s.t. (2.2)〜(2.3),
子問題： min. Zs(**x**)
s.t. (2.5)〜(2.7)；

からなる二段階最適化問題として一般的に定式化された．

３．解法

本章では，上で定式化された最適時隔設定問題を解く方法を考察するが，通常の連続変数最適ネット

ワーク形成問題の場合と同様に，大規模路線においてその厳密解を求めることは困難であると予想される．しかし，利用者均衡フローがシステム最適フローで近似できると仮定すれば，問題は二段階最適化問題から通常の最適化問題になるから比較的取扱い易くなるであろう．また，なんらかの方法で利用者行動を誘導制御できると想定すれば，システム最適フローを仮定した場合の考察も必要となる．そこで，本章では利用者行動モデルとしてシステム最適フローと利用者均衡フローの２つの場合について考察する．

ただし，以下では，利用者の到着強度は一定であるとの仮定のもとに時間帯別ＯＤ交通量を与えることにする．この仮定は，列車間隔の比較的短い場合にはほぼ妥当なものと考えられる[9]．

さて，具体的な解法を考察する前に，その準備として，目的関数の **e** に関する凸性を検討しておこう．目的関数中のリンクコスト関数には，制御変数 **e** と関係するものとそうでないものがある．列車の待ちリンクのコストは **e** の関数となるが，列車乗車中を表わすリンクや下車リンク等のコストは **e** の明示的関数とはならない．そこで，目的関数式(2.1) を **e** の明示的関数になっている項とそうでない項に分解すると以下のようになる．

$$Z_p = \sum_{a\in B} x_a t_a(x_a) + \sum_{r}\sum_{n} x_{rn} e_{rn} + \sum_{rs}\sum_{n} \frac{Q_{rs}}{2E_r} e_{rn}^2 \quad \cdot\cdot(3.1)$$

ここで r：発駅番号，s：着駅番号，n：列車番号，
B：時隔 **e** に関係ないリンクの集合．

第２項は，次発以降の列車に乗る人のための待ちリンクの総コスト，第３項は，先発列車までの待ちリンクについての総コストである．これらを，簡略化したネットワーク図３で説明する．

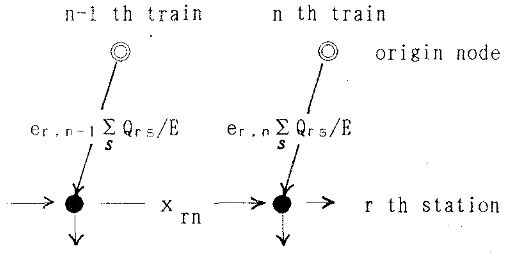

図３．時隔と待ちリンクのフロー・コストの関係図

●→●のリンクコストは e_{rn}，◎→●のリンクコストは $e_{rn}/2$ であるから，●→●のリンクについてのフローとコストの積和は第２項の様になり，●→◎のリンクについてのフローとコストの積和は第３項の様になる．

待避が起こる場合には，その待避駅で急行に抜かれる普通列車の停車時間 tr は，定数ではなく，始発駅における列車時隔 **e** と各駅間の列車種別別所要時間の差の線形式で表わされる[8]．従って，停車リンクのリンクコスト関数が，停車時間項とその間の混雑不効用項からなっているとすると，目的関数は e に関して必ずしも凸関数にはならない．しかし，この列車内での待ちに対する混雑不効用はネットワーク全体の総不効用には大きな影響をおよぼさないと考えられるから，以下では，この項は無視できるものとする．そうすれば，目的関数中の他の項は全て **e** に関して凸な関数であるから，その線形和である目的関数は凸関数となる．

(1) システム最適フローを仮定した場合

利用者行動モデルとしてシステム最適フローを仮定する場合，問題は以下のようになる．

$$\min_{\mathbf{e},\,\mathbf{x}}\; Z_p = \sum_a x_a t_a(x_a, \mathbf{e})$$

$$\text{s.t. } (2.2)\sim(2.3),\ (2.5)\sim(2.7)$$

ここで，時隔 **e** は◎→●のリンクフロー q_{rn} を用いて，以下のように表わすことができるから，

$$e_{rn} = \frac{E_r}{\sum_s Q_{rs}} q_{rn} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.2)$$

この関係式を用いて，目的関数は **e** を含まない形式に書き換えることができる．そして，途中駅での列車時隔 e_{rn}（$r \geq 2$）は，図４を見れば判るように，

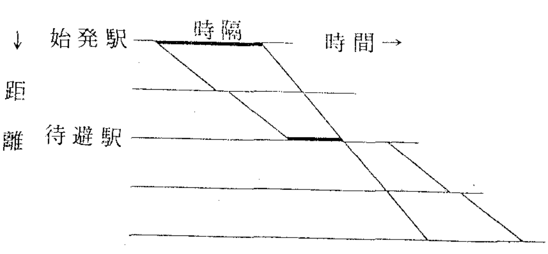

図４．始発駅の時隔と途中駅の時隔

始発駅での列車時隔 e_{1n} と普通・急行の駅間所要時間の線形関数で表わすことができ，また，これと式(3.2) より q_{rn} も始発駅の入場リンクのフロー q_{1n} の線形式で表わすことができる．これを，$\mathbf{g}(\mathbf{q})$ と表わせば，目的関数式(3.1) は以下のように書き換えられる．

$$Zp = \sum_{aB} x_a t_a(x_a) + \sum_r \sum_n x_{rn} \frac{E_r}{\sum_s Q_{rs}} g_{rn}$$

$$+ \sum_{rs} \sum_n \frac{Q_{rs}}{2E_r} \left(\frac{E_r}{\sum_s Q_{rs}} g_{rn} \right)^2 \quad \cdots(3.3)$$

この式は，リンクコストが他のリンクのフローにも依存したネットワークにおけるシステム最適配分問題の目的関数とみなすことができる．従って，これらのリンクコストの限界費用関数を求め，それをリンクコスト関数とみなして均衡フローを求めれば（これは，対角化法[10] 等のアルゴリズムによって解くことができる）この問題の解がフローに関して求まる．そのフローを式(3.2)に代入すれば最適時隔 **e** が求められることになる．

(2) 利用者均衡フローを仮定した場合

a)厳密解法

前章で定式化した二段階最適化問題は，その子問題が一般的に変分不等式として表現できるから，適当な制約条件

$$G(\mathbf{y}) = 0 \quad \cdots\cdots(3.4)$$

のもとでの，目的関数式(2.1)の最小化問題とみなせる．従って，次の様な罰金関数の最小化

$$\min.\ \phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = Zp(\mathbf{x}) + M \cdot G(\mathbf{y}) \quad \cdots(3.5)$$

ここで，Mは非常に大きな正定数，

を考え，これを適当な解法によって解けばよい．その解法としては種々のものが考えられるが，以下のような手順を行なえば，収束が保証される[11]．

$$\mathbf{x}^{n+1} = \lambda_n \mathbf{x}(\mathbf{y}^n) + (1 - \lambda_n)\mathbf{x}^n \quad \cdots\cdots(3.6)$$

$$\mathbf{y}^{n+1} = \lambda_n \mathbf{y}(\mathbf{x}^n) + (1 - \lambda_n)\mathbf{y}^n \quad \cdots\cdots(3.7)$$

ここで，$\mathbf{x}(\mathbf{y}^n)$，$\mathbf{y}(\mathbf{x}^n)$ は次の２問題の解で，

$$\phi(\mathbf{x}(\mathbf{y}^n), \mathbf{y}^n) = \min_{\mathbf{x}}.\ \phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n) \quad \cdots\cdots(3.8)$$

$$\phi(\mathbf{x}^n, \mathbf{y}(\mathbf{x}^n)) = \min_{\mathbf{y}}.\ \phi(\mathbf{x}^n, \mathbf{y}) \quad \cdots\cdots(3.9)$$

λ_n は以下の性質を満たす適当な定数．

$$0 < \lambda_n \leq 1,\ \lim_{n\to\infty} \lambda_n = 0,\ \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n = \infty$$

b)近似解法

上記厳密解法は罰金パラメータを如何に設定するかという問題や現実的な大規模ネットワークにおける計算量の問題を考慮すると必ずしも実用的方法とはいえない．そこで，ここでは，最適ネットワーク形成問題で用いられているヒューリステックアルゴリズムと同様に，次のような近似解法について考察する．

STEP 1：**e** の初期値 e^0 設定

STEP 2：$\mathbf{e}^0$ に対応した均衡フロー **x** を計算

STEP 3：**x** を固定し，**e** を最適化

STEP 4：**e** を固定し，均衡フロー **x** を計算

STEP 5：収束すれば終了，そうでなければSTEP3へ．

このアルゴリズム中のSTEP 3：時隔 **e** の最適化は，**e** についての凸計画問題を解くことになるから，凸結合法を用いれば良い．凸結合法中の各繰り返し計算で解くべき線形計画問題は以下のようになり，

$$\min_{\mathbf{e}}.\ \nabla Z(\mathbf{x}^n, \mathbf{e}) \cdot \mathbf{e} \quad \cdots\cdots(3.10)$$

s.t. (2.2), (2.3)

ここで，∇Z：式(3.1)の **e** に関する勾配ベクトル

これは，ｼﾝﾌﾟﾚｯｸｽ法等により容易に解くことができる．

4．感度分析

本章では，前章で述べた近似解法をモデル路線に適用し，ＯＤパターン，不効用関数のパラメーター，列車種別別本数比の変化に対する最適時隔の感度分析を行ないその特性について考察する．

(1)不効用関数形

利用者の不効用は，ＯＤペアｒｓの第ｋ番目経路に対し次式で表されるとした．

$$C_k^{rs} = \sum_a \{tC_a(x_a) + \alpha \cdot tW_a + \beta \cdot tN_a\} \cdot \delta_{ak}^{rs} \quad \cdots(4.1)$$

但し，tCa：リンクａの乗車コスト

tWa：リンクａの待ちコスト

tNa：リンクａの乗り換えコスト

乗車コストには，乗車時間と混雑不効用関数が含まれる．また混雑不効用関数は混雑度に対する単調増加性と列車容量の制約を考慮し，次のような関数形を仮定した．

$$tCa = \left\{ 1 + \lambda \cdot \frac{xa}{\mu \cdot CAP - xa} \right\} \cdot tBa \quad \cdots (4.2)$$

ここで　CAP ：列車定員（人）

　　　　tBa：リンクａの通過所要時間

但し，この関数は，着席者・立席者の区別はせず，混雑度とそれに対応した全利用者についての平均的な不効用との関係を表すものである．

不効用関数の中には，α，β，λ，μ の４つの未知のパラメーターが含まれているが，ここでは東武東上線での実測データより求められた値[7] α=1.6, β=0.15, λ=0.22 μ=3.5 を用いる．

(2)モデル路線

モデル路線として，①急行の通過駅で待避が起こる，②急行の停車駅で待避が起こる，の２つの場合を含むように以下のような路線を設定した．

1　2　3　4　5　6　7

□→→○→→●→→○→→◎→→○→→■

ここで　□始発駅　　■終着駅

●待避可能駅　　○普通列車停車駅

◎急行停車駅，かつ待避可能駅

図５．モデル路線

普通列車の各駅間所要時間は１２０秒，急行列車の各駅間所要時間は８０秒とする．また，普通列車及び急行列車の停車駅での停車時間は２０秒とする．但し，待避駅において待避する普通列車の停車時間はこの限りではない．

(3)ＯＤパターンの違いによる最適ダイヤの変化

ここで考えるＯＤパターンは図６のＡ，Ｂ，Ｃの３通りとする．一般の路線ではＯＤ交通量分布は各駅毎に均一になっているわけではない．特に首都圏の民鉄路線はそのほとんどがＪＲ山手線上にターミナルを持つ放射状路線であるので始発駅対中間駅の交通量が中間駅対中間駅の交通量に比べ圧倒的に多い．また中間駅同士の中でも急行列車の停車駅から発生し，集中する交通量は普通列車しか停車しない駅同士の交通量に比べ圧倒的に多い．この特徴をふまえＡでは始発駅対中間駅，Ｂでは急行列車停車駅相互の交通量を卓越させた．またＣではすべてのＯＤペアの交通量を均一とした．実際の路線では放射状路線ではＡ，Ｂ，の複合型，山手線等の環状線ではＣに近いＯＤパターンとなっている．また，ＯＤの変化に対する感度分析の際には，１時間あたりの輸送力は一定として，１ダイヤパターン内の緩急比が10分パターンで1:1，15分パターンで2:1の２つの場合を調べた．また，列車定員(CAP）も変えて最混雑区間の平均混雑率１３３％，２００％の２通りについて計算を行なった．その結果最適な時隔における待避駅は以下の様になった．

表１．最適ダイヤにおける待避パターン

1)平均混雑率133%

OD	緩急比	
	１：１	２：１
A	無し	第５駅
B	無し	無し
C	無し	第５駅

2)平均混雑率200%

OD	緩急比	
	１：１	２：１
A	第５駅	第５駅
B	無し	無し
C	第５駅	第３駅

A.　着　駅

発駅	2	3	4	5	6	7
1	200	200	200	200	200	200
2	0	20	20	20	20	20
3	0	0	20	20	20	20
4	0	0	0	20	20	20
5	0	0	0	0	20	20
6	0	0	0	0	0	20

B.　着　駅

発駅	2	3	4	5	6	7
1	20	20	20	200	20	200
2	0	20	20	20	20	20
3	0	0	20	20	20	20
4	0	0	0	20	20	20
5	0	0	0	0	20	200
6	0	0	0	0	0	20

C.　着　駅

発駅	2	3	4	5	6	7
1	100	100	100	100	100	100
2	0	100	100	100	100	100
3	0	100	100	100	100	100
4	0	0	0	100	100	100
5	0	0	0	0	100	100
6	0	0	0	0	0	100

図６　ＯＤパターン

緩急比１：１のとき各待避パターンでのダイヤは下図のようになる．

a 待避なし　　　**b 第５駅で待避**

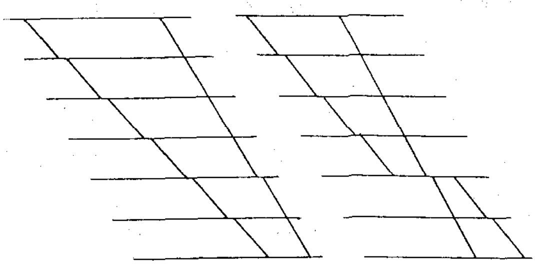

図７．各待避パターンでのダイヤ

これらの結果について考察してみよう．混雑率が低いときは，不効用関数での混雑項の重みが小さくなるので総コストに対する影響の大きいのは待ち時間及び所要時間である．従って，多くの利用者ができるだけ短い所要時間で目的地に到達できるダイヤが最適ダイヤとなりやすい．ここで図７から判るように，待避のない場合目的地に最も早く到着するためには，利用者は駅に到着後最も早く出発する列車に乗れば良い．しかし待避のある場合，始発駅から第７駅に向かう利用者にとっては，普通列車に乗っても第５駅で急行に乗り換えれば第７駅への到着時刻は変わらない．つまりこれらの利用者にとって普通列車は存在しないと同じ事になる．（以下これを“乗車機会が減った”と呼ぶ）このことより始発駅→第７駅の交通量が卓越しているＯＤパターンＢでは待避は起こらない．またＯＤパターンのＡやＣのように普通列車のみの停車駅の利用者が多いときは待ち時間が最適ダイヤに大きく影響するので普通列車の時隔を均等化するのが望ましい．緩急比１：１のときは待避の有無に関わらず普通列車の間隔は一定であるから，途中駅間相互の利用者に対して第５駅での停車時間が短くなる待避の起こらないパターンが最適となる．一方，緩急比２：１のときには２本の普通列車の間隔のとりかたが最適ダイヤパターンを決定する．本ケースで最適となった時隔では，第５駅で待避が起こる．ただし，ＡとＣではＯＤパターンが異なるので待避駅は同じでも厳密な最適時隔は異なり，前節までに述べた時隔の最適化問題の計算手法が重要となる．

混雑率が高いときは，各列車の乗車率および待ち時間が均等となった方が総コストは下がる．ＯＤパターンＢのように急行停車駅相互の利用者数が卓越しているときは急行利用者の乗車機会が増えた方が待ち時間，混雑率とも均等となるので待避は起こらない．またＯＤパターンＡやＣのように急行通過駅の利用者が多い場合，待避が起こらないとこれらの利用者はすべて普通列車に集中し普通列車の混雑率が大きくなりすぎるため全体のコストは大きくなる．よって第５駅で待避することにより急行　普通の乗り換えが起こる方がよい．但し，ＯＤパターンＣで緩急比２：１のとき第３駅で待避が起こるのは，待避が起きない場合前述のとおり２本の普通列車の時隔が不均一となり，両普通列車の混雑率，並びに待ち時間のばらつきが大きくなるためである．緩急比１：１のときには普通列車しか停車しない駅の利用者にとって利用可能な列車は１本だったので普通列車同士の時隔を考慮する必要はなかったが普通列車が複数あり，かつ急行通過駅の利用者が多い場合には普通列車同士の時隔が最適ダイヤを決める重要な要因となる．

(4)不効用関数のﾊﾟﾗﾒｰﾀｰの変化による最適時隔

式(4.1)(4.2)で示した利用者の不効用関数に含まれるパラメーターα，λ，μを変化させることにより待ち時間，混雑に対する乗客の認知コストが変化したときの最適時隔について考察する．ここでαは待ち時間，λ，μは混雑項に効いてくるので，待ち時間，混雑の変化に対する最適ダイヤの変化の特性を大まかに述べる．なおＯＤパターンは前述のＡ．を用いた．このとき最適な時隔における待避駅は以下の様になった．

表２．混雑度・待ち時間の変化による最適ﾀﾞｲﾔﾊﾟﾀｰﾝ

緩急比１：１のとき

	小←	→大
小	第５駅	待避無
↕		
大	第５駅	第５駅

緩急比２：１のとき

	小←	→大
小	第５駅	待避無
↕	第５駅	第５駅
大		or待避無

縦は混雑度(λ，μ)，横は待ち時間(α)を表わす．

この結果について考察してみる．緩急比１：１のとき，待ち時間の重みが乗車時間，混雑項に比べ大きい場合には乗車機会が増えた方が良いので待避は起こらない．待ち時間，混雑率とも小さいときは所要時間の短い急行を利用可能な人が多い方がよい．よって第５駅で待避は起こる．混雑項が大きいときは両列車の混雑率が均等な方が全体のコストは下がる．ＯＤパターンＡでは普通列車のみの停車駅の利用者が多いので，急行↔普通の乗り換えが起こる方がよいので第５駅で待避が起きる．また，緩急比２：１のときは前節のＯＤパターンの変化に対する最適ダイヤの感度分析の項で述べたように２本の普通列車の時隔が最適ダイヤに大きく影響する．よってパラメーターの変化に対する感度を待避駅の観点から考察するのは適切でなく待ち時間，混雑率の調和から最適な時隔が導かれたと考えるべきであろう．

以上は主に待避の有無による利用者の流れの変化に着目して各場合の考察を行なったが，今後はさらに列車の速度の変化，すなわち緩急比，あるいは急行列車と普通列車の速度の比の変化に対する感度分析も行なう必要がある．

７．結論と今後の課題

本研究では，最適ダイヤ作成のための一般的枠組として，列車ダイヤを時空ネットワークとして表現し，利用者列車選択行動を利用者均衡モデルとして記述する方法を提案した．これにより，最適ダイヤ作成問題を最適ネットワーク形成問題へ帰着させることができる．ただし，この問題は，従来研究の進められてきた最適ネットワーク形成問題とは制約条件等の形式が若干異なるため，この問題特有の構造を明確にするとともに，その構造の分析・解法の提案・感度分析をおこなった．今後，本研究をさらに発展させるための課題をまとめると以下のとおりである．

① 複雑・大規模な路線においても適用可能な，より一般的・効率的な解法の開発．及び実際の路線への適用．

② ＯＤフロー・パラメータ変化に対する最適ダイヤパターンの感度の理論的検討．

③ 利用者行動へ影響を与える要因としての着席可能性や駅への利用者の到着分布パターンを利用者行動モデル内に内生化すること．

④ 利用者側からの評価だけではなく，事業者側の便益やダイヤの信頼性・頑強性等をも考慮し，より視野を広げた場合の最適ダイヤ作成法の検討．

参考文献

1)細井敏弘，ＪＲ鉄道における列車ダイヤのスケジューリングとシステム化，ｵﾍﾟﾚｲｼｮﾝｽﾞ・ﾘｻｰﾁ, pp.709-716，1987.

2)福森孝司他，人口知能を応用した列車ダイヤ作成システムの研究，近鉄技報, Vol.16, pp.34-39, 1985.

3)横山勝義 編:輸送運搬におけるＯＲ技法，pp.192-252，培風舘，1964.

4)天野光三編:計量都市計画, pp.251-263, 丸善, 1982

5)鈴木誠道編:数理計画法の応用, pp.93-97, 産業図書, 1981.

6)高木淳・赤松隆・畠中秀人：鉄道ダイヤの時空ネットワーク化とその自動作成方法，第43回年次学術講演会，1988.

7)家田仁・赤松隆・高木淳・畠中秀人:利用者均衡配分法による通勤列車運行計画の利用者便益評価, 土木計画学研究論文集, 1988.

8)古川敦・赤松隆・家田仁:待避関係を満たす列車ダイヤの自動作成法, 第43回年次学術講演会，1988.

9)家田仁・後藤貞二・松本嘉司・島崎敏一：通勤者における消費時間弁別閾の確率的評価，土木学会論文集, 第383号, pp.73-81, 1987.

10)Dafermos, S.:Traffic Equilibrium and Variational Inequalities. Trans. Sci. 14(1), pp.42-54, 1980.

11)Fisk, C. S.:Conceptual Framework for Optimal Transportation Systems Planning with Integrated Supply and Demand Models, Trans. Sci. Vol.20, pp.37-47, 1986.