【土木計画学研究・講演集 No.11 1988年11月】

# 連続的空間における単一ODペア に関する交通量配分

## TRAFFIC ASSIGNMENT BETWEEN ONE OD PAIR IN A CONTINUONS SPACE

佐佐木 綱*・朝倉 康夫**・楊 海***
By Tsuna SASAKI, Yasuo ASAKURA and Hai YANG

This paper discusses the problem of traffic assignment between a single OD pair in a two-dimensional continuum. It is assumed that the continuum is homogenous and the travel cost per unit length depends only upon the traffic flow as a nonlinear function. The user-equilibrium assignment and system-optimizing assignment problems are dealt with assuming that the routes between OD pair are Sin curves. The concept of "assignment zone", an area within which all trips are made, is introduced and it is specified by a parameter $a_m$. The boundary condition of the assignment zone is derived from Wardrop's first assignment principle in the user-equilibrium assignment. It is also derived from the necessary condition for minimizing the total travel time in the system-optimizing assignment. Many interesting results have been obtained from the numerical examples.
Keywords: Traffic Assignment, Continuous Space

## 1.はじめに

通常の都市交通計画においては，地域のゾーニングやネットワークの抽出により本来連続な対象空間を離散化して取り扱っているが，そのデータ作成，計算機処理，結果整理の作業時間と経費は膨大なものとならざるをえない。そのため従来からネットワーク分析を中心に効率的で簡略化された計算手法が研究されているほか，戦略レベルの交通解析，代替案の定性的評価を短時間，低コストで行うために空間を連続体のままで扱うモデルが研究されるようになった。(例えば、Dafermos 1979,Taguchi 1982,etc.)

*正会員 工博 京都大学工学部 教授
(〒606 京都市左京区吉田本町)
**正会員 工博 愛媛大学工学部 講師
(〒790 松山市文京町3)
***学生員 京都大学大学院工学研究科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

その基本的な考え方は，ネットワークを連続体に近似して，交通流を都市各点での連続関数とすることにあるが，数学的に厳密でかつ操作性の高い連続体モデルは紹介されていない。本研究では，都市空間を連続的かつ均質であると仮定し，複数のODペアを持つ場合への手がかりとするために，ただ一つのODペア間の交通量配分問題を取り扱う。同様の研究は，すでにD.J.Buckley(1979)により行われている。彼は，単一ODペア間の等時間配分を取扱っている。この研究では，ODペア間の交通経路を両直線からなる双線形経路(Bilinear Routes)と仮定し，走行費用関数を交通強度の線形関数としている。

これに対し、本研究では，Fig.1.に示すようにODペア間の交通経路を連続的に分布するSin曲線と仮定し，走行費用関数を離散的なネットワークのリンクパフォーマンス関数のように，交通量の非線形関数とする。また，D.J.Buckleyの取り扱わなかった総走行時間最小化問題を自由端変分問題として定式化し，経路交通量の分布密度関数を求める。さらに，

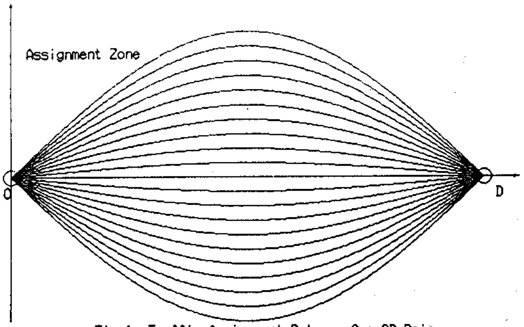


Fig.1. Traffic Assignment Between One OD Pair In A Two-Dimensional Continuum.

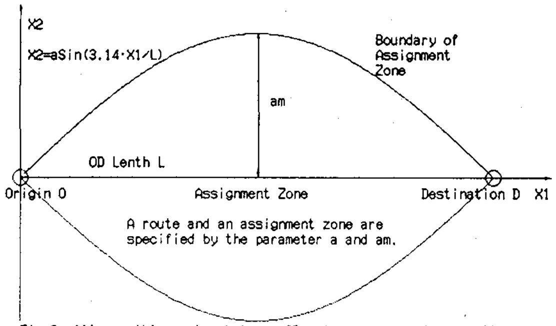


Fig.2. All possible routes between OD pair are assumed to be Sin curves.

数値計算により，線形走行費用関数－非線形走行費用関数、利用者均衡配分－システム最適化配分の間の相互関係，個々の持つ特性を明らかにする。

## 2．等時間原則配分
## (User-Equilibrium Assignment)

Fig.1，Fig.2 に示すように，ODペア間の経路は，すべて Sin 曲線と仮定する。したがって，

$$X_2 = a\,\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi X_1}{L}\right) \qquad \cdots\cdots(1)$$

で表される。

ここで，a： OD 間の経路を表すパラメータ

L： OD 間の距離

交通の通る区域を " Assignment Zone" とする，Assignment Zone の大きさは，経路を表すパラメータaの最大値 $a_m$ で決まる。これをFig.2.に示す。

交通の通る平面が均質(Homogenous)であり，単位距離の走行費用は，経路交通量のみに依存し，BPR関数のように，交通量qの非線形単調増加関数

$$s(q) = c + fq^k \qquad \cdots\cdots(2)$$

とする。

ここで，c： 単位距離の自由走行時間

f，k： 走行時間に対する交通混雑の影響を反映する係数

$f,\ k > 0$

q(a)を経路交通量の分布密度関数とする。したがって，aとa＋δa 間の交通量は，q(a)δaである。また，ODペア間の交通量の保存則は，次のように書くことができる。

$$\int_{-a_m}^{a_m} q(a)\,da = Q \qquad \cdots\cdots(3)$$

ここで， Q： OD間の総交通量

任意経路 a の走行時間をT(a)とすると，

$$T(a) = \int_0^L (c+fq^k(a))\left\{1+\left(\frac{dX_2}{dX_1}\right)^2\right\}^{1/2} dX_1$$

$$= \int_0^L (c+fq^k(a))\left\{1+(a^2\pi^2/L^2)\mathrm{Cos}^2(\pi x_1/L)\right\}^{1/2} dx_1$$

$$\fallingdotseq \int_0^L (c+fq^k(a))\left\{1+(a^2\pi^2/2L^2)\mathrm{Cos}^2(\pi x_1/L)\right\} dx_1 \qquad \cdots\cdots(4)$$

$\because\ \{1+(a^2\pi^2/L^2)\mathrm{Cos}^2(\pi x_1/L)\}^{1/2}$

$\fallingdotseq 1+(a^2\pi^2/2L^2)\mathrm{Cos}^2(\pi x_1/L)$

($a < L$ Taylor 展開により) *

(4)式を積分すると，

$$T(a) = (c+fq^k(a))\left(L+\frac{\pi^2 a^2}{4L}\right) \qquad \cdots\cdots(5)$$

また，Assignment Zone の境界条件は，

$$q(a_m) = 0 \qquad \cdots\cdots(6)$$

である。これは次のように証明できる。

【 Assignment Zone の境界経路の距離をS、経路交通量を $q(a_m)$ とする。また，Zoneの外側にある経路の距離 をS+δs；δs≧0とする，この経路は利用され

---

* ここに，(4)式を積分するために，Taylor近似を使った。しかし，OD交通量Qが大きくなると，a は、L 以上になることがあり，このような近似は、不適である。この場合，他の近似曲線，例えば，二次曲線，を用いて，完全に積分できる。

ず，したがって，Wardropの第一原則により，

$$(c+f\cdot 0)(S+\delta s) \geqq (c+f\,q^k(a_m))S \quad \cdots\cdots(7)$$

つまり，

$$c\cdot\delta s \geqq S\cdot f\cdot q(a_m) \geqq 0 \quad \cdots\cdots(7,a)$$

$$(S, f \geqq 0) \quad \cdots\cdots(7,b)$$

$$\delta s \to 0 \quad \cdots\cdots(7,c)$$

により，

$$c\cdot\delta s \to 0 \quad \cdots\cdots(7,d)$$

よって，

$$q(a_m) = 0 \quad \cdots\cdots(7,e)$$

でなければならない．】

$q(a_m)=0$ を(5)式に代入すると，

$$T(a_m) = c\left(L+\frac{\pi^2 a_m^2}{4L}\right) \quad \cdots\cdots(8)$$

が得られる。

等時間配分では，任意経路a の走行時間T(a)は互いに等しいので，

$$T(a) = T(a_m) = \mathrm{Const} \quad -a_m \leqq a \leqq a_m \cdots\cdots(9)$$

とすると，

$$\frac{dT(a)}{da} = 0 \quad -a_m \leqq a \leqq a_m \cdots\cdots(10)$$

つまり，

$$f\frac{dq^k(a)}{da}\left(L+\frac{\pi^2 a^2}{4L}\right)+[c+f\,q^k(a)]\frac{\pi^2 a}{2L} = 0 \quad \cdots\cdots(11)$$

この常微分方程を解くと，

$$q^k(a) = -\frac{c}{f} + \frac{W}{4L^2+\pi^2 a^2} \quad \cdots\cdots(12)$$

ここで，　W: 積分定数

$q(a_m) = 0$ を(12)式に代入すると，

$$W = c(4L^2+\pi^2 a_m^2)/f \quad \cdots\cdots(13)$$

となる。したがって，求めるべき経路交通量の分布密度関数は，

$$q(a) = \left[\frac{c\pi^2(a_m^2-a^2)}{f(4L^2+\pi^2 a^2)}\right]^{1/k} \quad \cdots\cdots(14)$$

となる。一方，OD交通量の保存条件(3)式は

$$\int_{-a_m}^{a_m}\left[\frac{c\pi^2(a_m^2-a^2)}{f(4L^2+\pi^2 a^2)}\right]^{1/k} da = Q \quad \cdots\cdots(15)$$

となる。また，OD間交通量の総走行時間T(Q)は，(8)式を用いて，下式で与えられる

$$T(Q) = T\cdot Q = c\left(L+\frac{\pi^2 a_m^2}{4L}\right)Q \quad \cdots\cdots(16)$$

以上をまとめると，与えられたOD交通量Qに対して，aの最大値$a_m$ は(15)式により，求めることができる。また，(14)式，(8)式及び(16)式から，それぞれ経路交通量の分布密度関数q(a)，すべての経路の走行時間T 及び総走行時間T(Q)を求めることができる。

## 3．システム最適化配分
## (System-Optimizing Assignment)

$(a, a+\delta a)$間の交通量は $q(a)\delta a$であるから，これに対する走行時間は，

$$T(a) = (c+fq^k(a))(L+\pi^2 a^2/4L)q(a)\delta a \quad \cdots\cdots(17)$$

となる。OD間交通量の総走行時間T(Q)は，

$$\int_{-a_m}^{a_m}[c\cdot q(a)+f\cdot q^{k+1}(a)]\{L+\pi^2 a^2/4L\}\,da \quad \cdots\cdots(18)$$

であるから，システム最適化配分は，次のように定式化できる。

$$\underset{q(a),\,a_m}{\mathrm{Min}}\ T(Q) = \int_{-a_m}^{a_m}[c\cdot q(a)+f\cdot q^{k+1}(a)]\{L+\pi^2 a^2/4L\}\,da \quad \cdots\cdots(19)$$

$$\mathrm{s.t.}\quad \int_{-a_m}^{a_m} q(a)\,da = Q \quad \cdots\cdots(20)$$

つまり，制約条件(20)を満足しながら，(19)式のT(Q)を最小にするようなq(a)の関数形及び積分上下限 $a_m$を決定する問題になる。

ラグランジュ乗数(Lagrange Multiplier) λを用いて，次のラグランジュ関数が得られる。

$$\underset{q(a),\,a_m,\,\lambda}{\mathrm{Min}}\ T(q(a), a_m, \lambda)$$

$$= \int_{-a_m}^{a_m}\{[c\,q(a)+fq^{k+1}(a)][L+\pi^2 a^2/4L]+\lambda q(a)\}\,da \quad \cdots\cdots(21)$$

q(a)が対称的に分布するので，次の問題と等価になる。

$$\underset{q(a),a_m,\lambda}{\mathrm{Min}}\ T(q(a),a_m,\lambda)$$

$$=2\int_0^{a_m}\{[cq(a)+fq^{k+1}(a)][L+\pi^2a^2/4L]+\lambda q(a)\}\,da \quad \cdots\cdots(22)$$

これは自由端変分問題 ( Variational Problem with Free Extreme Point.)である[#]。

したがって，(22)式は，次のように書くことができる。

$$\mathrm{Min}\ T[q(a)]=\int_0^{a_m}F\{a,q(a),\lambda\}\,da \quad \cdots\cdots(23)$$

この時，

$$F_q-\frac{dF_{q'}}{d_q}=0$$

より，

$$[c+(k+1)fq^k(a)]\{L+\frac{\pi^2a^2}{4L}\}+\lambda=0 \quad \cdots\cdots(24)$$

また，

$$(F-q'F_{q'})_{a=a_m}=0$$

より，

$$q(a_m)\ \{(c+fq^k(a_m))(L+\frac{\pi^2a_m^2}{4L})+\lambda\}=0 \quad \cdots\cdots(25)$$

よって，

$$q(a_m)=0 \quad \cdots\cdots(26)$$

これは Assignment Zone の境界条件である。

次に(24)式により，

$$q^k(a)=-\lambda\{f(k+1)(L+\frac{\pi^2a^2}{4L})\}^{-1}-\frac{c}{(k+1)f} \quad \cdots\cdots(27)$$

(27)式において、$a=a_m$とおくと，(26)式により，

$$\lambda=-c(\frac{4L^2+\pi^2a_m^2}{4L}) \quad \cdots\cdots(28)$$

(27)式と(28)式から，求めるべき経路交通量の分布密度関数は，

$$q(a)=\{\frac{c\pi^2(a_m^2-a^2)}{f(k+1)(4L^2+\pi^2a^2)}\}^{1/k} \quad \cdots\cdots(29)$$

一方，(3)式により，

$$\int_{-a_m}^{a_m}\{\frac{c\pi^2(a_m^2-a^2)}{f(k+1)(4L^2+\pi^2a^2)}\}^{1/k}da=Q \quad \cdots\cdots(30)$$

OD間交通量の総走行時間T(Q)は，次のように積分して得られる。

$$T(Q)=\int_{-a_m}^{a_m}[c+fq^k(a)]\{L+\frac{\pi^2a^2}{4L}\}q(a)\,da \quad \cdots\cdots(31)$$

以上をまとめると，与えられたOD交通量Qに対して(30)式より，$a_m$を求めることができる。さらに，(29)式と(31)式から経路交通量の分布密度関数q(a)総走行時間T(Q)を求めることができる。

## 4. 数値計算例と計算結果の考察

### 4.1. 前提条件

これまでに述べた方法を用いて数値計算を行う場合には，Newton法とSimpsonの積分公式を結合し，積分方程式(15), (30)を解くことで$a_m$が計算でき，それを用いて，(14), (29)式からq(a)が計算できる。

計算例では，走行費用関数のパラメータc，fを

$c=0.015$(hr/km) ; $f=5.0\times10^{-6}$(hr/veh)

とする。OD交通量 Qを5種類

Q= (1000, 1500, 2000, 2500, 3000) (veh/hr)

OD間の距離 Lを5種類

L= (10, 50, 100, 150, 200) (km)

と設定する。走行費用関数は線形(k=1)と非線形(k=2)を用いる。また，利用者均衡配分とシステム最適化配分を行う。以上の組合せにより，合計100 (5×5×2×2)のケースを計算した。

### 4.2. 数値計算の結果

(a)等時間配分の場合

Fig.3.は，OD間距離L=50(km)の場合の利用者均衡走行時間 T(hr)とOD交通量Q(veh/hr)の関係を表して

---

[#] 自由端変分問題[5]：

$$\mathrm{Min}\ J(y)=\int_0^{x_b}F(x,y,y')\,dx$$

に対する解 y の満足する必要条件は，

$$F_y-\frac{dF_{y'}}{dx}=0$$

$$(F_{y'})_{x=x_b}=0$$

$$(F-y'F_{y'})_{x=x_b}=0$$

である。

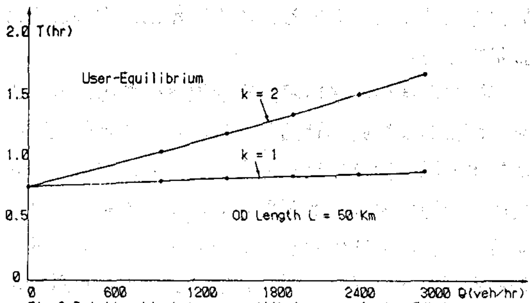

Fig.3.Relationship between equilibrium travel time T(hr) and OD flow Q (veh/hr) for the L = 50 Km

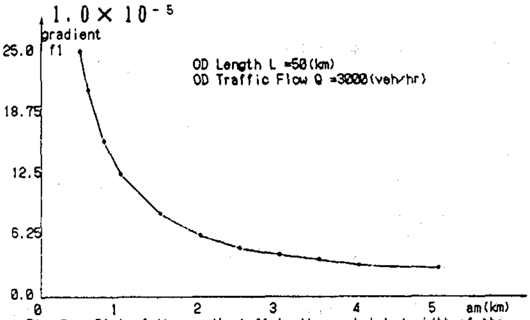

Fig.5. Plot of the gradient f1 to the restricted width of the assignment zone for the OD flow Q=3000,and OD length L=50(km)

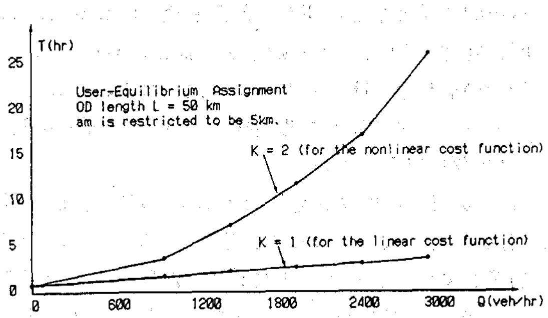

Fig.4. Relationship between equilibrium travel time T(hr) and OD flow Q(veh/hr) for the case that the scope of the assignment zone is restricted within a< 5km.

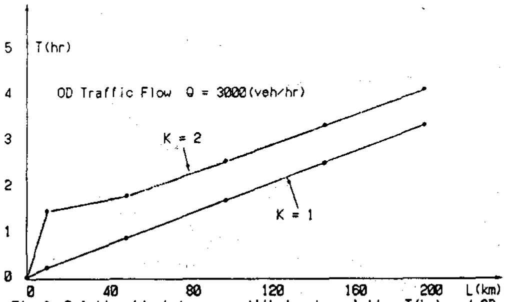

Fig.6. Relationship between equilibrium travel time T(hr) and OD length L(km) for the OD traffic volume Q = 3000(veh/hr).

いる。この図により，線形走行費用(k=1)の場合，利用者均衡走行時間は，OD交通量の増加に従って線形的に増加する。また，その増分(直線の勾配$f_1=1.55\times10^{-5}$)は，非線形走行費用関数の場合(勾配$f_2=3.1\times10^{-4}$)に比べて非常に小さいことが分かる。さらに，興味深いのは，非線形走行費用関数の時の利用者均衡走行時間曲線が走行費用関数

$$s(q)=c+fq^2 \qquad \cdots\cdots(32)$$

のような二次曲線ではなく，直線となることである。これは，OD交通量の増加による混雑費用が，交通が長距離経路へ迂回することによって若干緩和されたためである。つまり，OD交通量が増加すると，多くの交通量が長距離経路へ迂回し，Assignment Zoneの幅が広くなり，結果的に交通混雑の増加が緩和されたのである。したがって，均衡走行時間（あるいは平均走行時間）は，交通混雑によって単に二次関数で増加するのではなく，主に長距離経路へ迂回することによって，増加すると考えられる。この現象は次のように検証できる。

前述と同様の計算条件で，Assignment Zoneの幅$a_m$を$a_m=5$(km) に制限して，（制限しない場合で

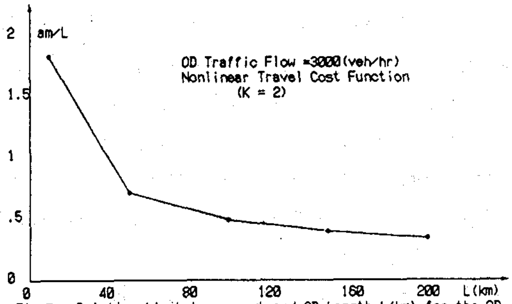

Fig.7. Relationship between am/L and OD Length L(km) for the OD traffic flow Q =3000(veh/hr) and K = 2.

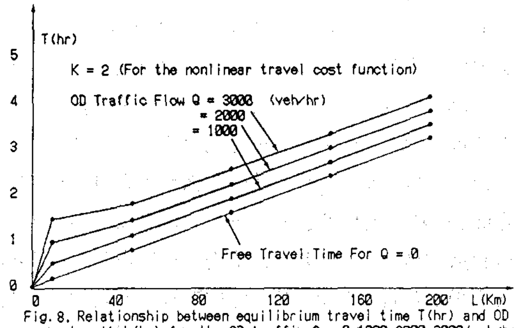

Fig.8. Relationship between equilibrium travel time T(hr) and OD Length L(km) for the OD traffic Q = 0,1000,2000,3000(veh/hr) and K = 2 (for the nonlinear travel cost function).

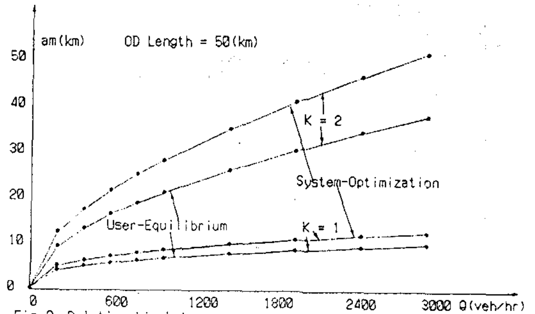

Fig.9. Relationship between parameter am(= the width of the assignment zone) and OD flow Q(veh/hr) for the OD length L=50(km) and K=1, 2.

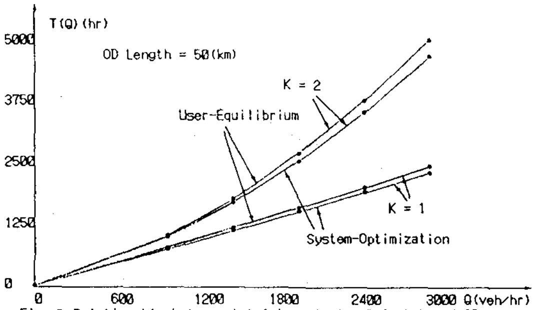

Fig.10. Relationship between total travel time T(Q)(hr) and OD flow Q(veh/hr) for the OD length L = 50(km) and K = 1, 2.

は，Q＝1000の時，$a_m$＝19.65km，・・・・・，Q＝3000の時，$a_m$=35.31kmと変化する）計算を行うと，Fig.4.に示すような T-Q 関係が得られた。本図から，明らかにゾーンの幅を制限した場合には，交通は長距離経路へ迂回することができず，均衡走行時間が交通混雑によって，非線形的に増えることが分かる。なお，Fig.3.とFig.4.から分かるように，ゾーンの幅を制限した場合，k=1（線形走行費用関数）の均衡走行時間曲線の勾配が増加していることがわかる。

Fig.5.は，勾配$f_1$と制限された幅$a_m$との関係を示している。ゾーンの幅$a_m$を小さく制限するほど勾配$f_1$が増加し，$a_m$→0の時，$f_1$が無限大になり，交通は，通過できなくなる。全く同様に，Assignment Zoneの幅をいろいろと制限した時，非線形走行用関数(k=2)の曲線の変化を調べることができる。

Fig.6.は，Q＝3000の時の均衡走行時間TとOD間の距離Lとの関係を表している。この図により，線形走行費用関数(k=1)の場合，均衡走行時間Tは，OD間距離の増加に従って単調に増加する。興味深いのは，非線形走行費用関数(k=2)の均衡走行時間曲線が、L≦10(km)の時，急激に増加し，L≧50(km)では，線形的に増加することである。この現象は，次のように説明できる。

OD間の距離が小さい時，交通混雑のため，多くの交通が長距離経路へ迂回し，迂回による走行距離の増加がOD間の距離に比べて大きいので，均衡走行時間は，交通混雑及び長距離迂回によって急激に増加する。一方，OD間の距離 Lが長い時，多くの交通が長距離経路へ迂回するが，迂回による走行距離の増加がOD間の距離に対して小さいので，均衡走行時間は，主にOD間の距離に依存し，距離の増加に従って線形的に増加する。即ち，OD交通量が同じ場合，OD間の距離Lが小さいければ小さいほど，Assignment Zoneの形状は，序々に上下幅が太くなる。Fig.7.は，ゾーンの太さを反映する指標 $a_m$/L とOD間の距離Lとの関係を表している。

Fig.8.は，各OD交通量に対する均衡走行時間TとOD間距離Lとの関係を表している。この図により，OD交通量が少なくなると，交通混雑が緩和され，均衡走行時間は，主に距離 Lに依存することになり，その曲線は，序々に直線に近づき，Q=0の時，勾配＝c（単位距離の自由走行時間）の直線になることがわかる。

(b)システム最適化配分及び利用者均衡配分との比較

Fig.9.は，OD間の距離 L＝50(km)の時，Assignment Zoneの幅$a_m$とOD交通量Qとの関係を示している。この図から分かるように，同じOD交通量に対して，システム最適化配分のゾーンの幅は，利用者均衡配分の場合に比べて広い。また，その幅の差は，OD交通量の増加に従って増加する。さらに，k=1とk=2の場合を比較すると，交通混雑が激しいほど，ゾーンの幅が広くなることが分かる。

Fig.10.は，Fig.9.と同じケースで，総走行時間T(Q)とOD交通量Qとの関係を表している。Fig.9.とFig.10.から分かるように，システム最適化配分では，多くの交通量が長距離経路へ迂回したものの，その総走行時間は，利用者均衡配分とはあまり変わらない。

Fig.11.は，Q ＝1000，L＝50(km)，k=2の時，利用者均衡配分とシステム最適化配分の経路交通量の分布密度関数q(a)の分布図である。また，Fig.12.は，Fig.11.に対応する経路走行時間分布図であり，Fig.13.は，対応する経路走行速度分布図である。Fig.12

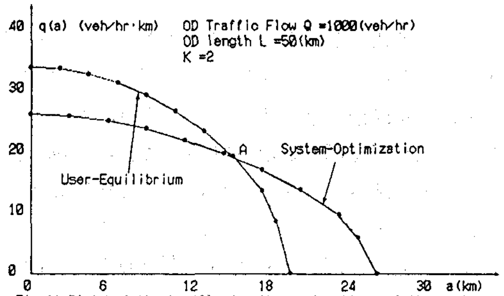


Fig.11.Plots of the traffic density as functions of the routes between OD pair for the OD traffic Q = 1000(veh/hr),OD length L = 50(km),and K = 2.

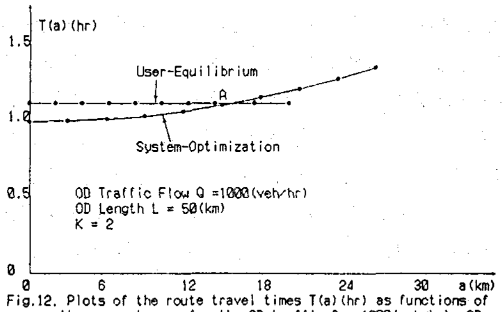


Fig.12. Plots of the route travel times T(a)(hr) as functions of the parameter a for the OD traffic Q = 1000(veh/hr) ,OD length L = 50(km) and K = 2.

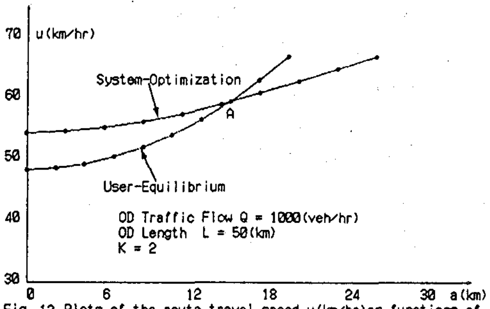


Fig. 13.Plots of the route travel speed u(km/hr)as functions of the parameter a for the OD traffic flow Q = 1000(veh/hr),OD length L = 50(km) and k = 2.

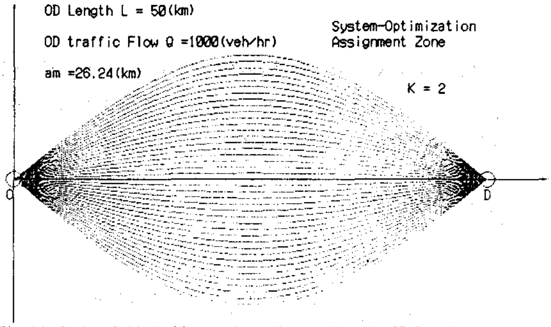


Fig.14. System-Optimization assignment zone for the OD length L =50(km) OD traffic flow Q =1000(veh/hr) and K = 2.

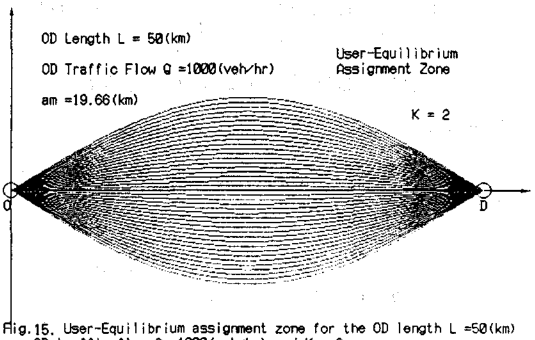


Fig.15. User-Equilibrium assignment zone for the OD length L =50(km) OD traffic flow Q =1000(veh/hr) and K = 2.

と Fig.13.からわかるように，利用者均衡配分のほうが Assignment Zone の中心部(a→0)の交通密度が高く，走行速度は，交通混雑のため，低下することがわかる。また，システム最適化配分では，一部分の交通が長距離経路へ迂回したことが確認でき，Assignment Zone の境界部($a \to a_m$)へ向かうほど走行時間が長くなることがわかる。Fig.11.の曲線と座標軸との囲む面積は，いずれもOD交通量の半分(500veh/hr)に等しい。両曲線の交点Aは，利用者均衡配分とシステム最適化配分との等時間経路に対応している。また，パラメータ kの増加に従って，Fig.11.及びFig.13.の曲線の交点 Aは下方へ，Fig.12の曲線の交点は，上方に移動すると考えられる。

Fig.14.とFig.15.は，L=50(km)、Q=1000(veh/hr)、非線形走行関数(k=2)の時，利用者均衡配分とシステム最適化配分のAssignment Zone を示している。同じケースで，システム最適化配分のゾーンの幅が広いことが分かる。

## 5.システム最適化配分と利用者均衡配分との関係

(14)式と(29)式からわかるように，等時間配分とシステム最適化配分の経路交通量の分布密度関数は，それぞれ

$$q_1(a) = \left\{ \frac{c\pi^2 (a_{m1}{}^2 - a^2)}{f(4L^2 + \pi^2 a^2)} \right\}^{1/k}$$

$$q_2(a) = \left\{ \frac{c\pi^2 (a_{m2}{}^2 - a^2)}{f(k+1)(4L^2 + \pi^2 a^2)} \right\}^{1/k}$$

であり，両者の数学的構造はよく似ている。これは次のように説明できる。

T(q,a)を経路aの走行時間，R(a)をその長さとする。

$$T(q,a)=R(a)\cdot s(q)$$

OD 間の交通経路は，連続的に分布するSin 曲線と仮定しているので，利用者均衡配分は，次のような数学最適化問題に等価である。

$$\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}\int_{0}^{q}T(q,a)\,dq\,da \quad s.t.\int_{-a_m}^{a_m}q(a)\,da=Q$$

$$=\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}\int_{0}^{q}R(a)(c+fq^{k}(a))\,dq\,da$$

$$=\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}R(a)\left(cq(a)+\frac{f}{k+1}q^{k+1}(a)\right)da$$

一方，総走行時間最小化問題は，次のように定式化できる。

$$\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}T(q,a)q\,da \quad s.t.\int_{a_m}^{a_m}q(a)\,da=Q$$

$$=\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}\int_{0}^{q}\frac{d(T(q,a)q)}{dq}\,dq\,da$$

$s(q)=c+fq^{k}(a)$を上式に代入すると，

$$=\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}\int_{0}^{q}R(a)(c+(k+1)fq^{k}(a))\,dq\,da$$

$$=\min_{a_m,q}\int_{-a_m}^{a_m}R(a)\left(cq(a)+(k+1)\frac{f}{k+1}q^{k+1}(a)\right)da$$

したがって，システム最適化配分と等時間配分は，両方とも自由端変分問題として定式化できるし，互いに変換することができる。

## 6．まとめと今後の課題

本研究では，均質な連続交通平面における単一ODペアの交通量配分問題について，利用者均衡配分とシステム最適化配分との関係、各々の持つ特性及び交通混雑の走行時間に対する影響を調べ，以下のことを結論として得られた。

1)システム最適化配分及び等時間配分のAssignment Zoneの境界条件は，

$$q(a_m)=0$$

である。等時間配分では，Wardropの第一原則によって，証明できる。システム最適化配分では，総走行時間を最小にするための必要条件からこの条件が得られる。

2)システム最適化配分と利用者均衡配分は，互いに変換することができる。また，同じOD交通量Qに対して，システム最適化配分のゾーンのほうが幅広い。つまり，総走行時間を最小にするために，一部分交通を長距離経路へ迂回させせなければならないことがわかる。

3)システム最適化配分と利用者均衡配分では，Assignment zone の幅（パラメータ$a_m$）の差が大きいものの，両者の総走行時間の差は非常に小さい。

次に今後の課題について述べる。本研究では，均質な交通平面を仮定しているが，実際の交通量配分問題につながるためには，高密度なネットワークを連続体に近似し，走行費用関数を地点ごとの道路密度(Road density)と旅行強度(Travel intensity)の関数(あるいは，方向別の交通量と交通容量の関数)として，等時間配分及びシステム最適化配分を定式化するとともに，計算アルゴリズムを開発することが必要である。

最後に本研究を遂行するに当り，貴重な御助言、御指導をいただいた京都大学飯田恭敬教授、岡山大学井上博司助教授，また，文書の詳細な修正にご協力をいただいた京都大学の秋山孝正助手、川崎雅史助手に深く感謝の意を表します。

## 参考文献

(1) Traffic Assignment in a Two-Dimensional Continuous Representation of a Traffic Network with Flow-Dependent Speeds.
D.J.Buckley Transp Res. Vol.13B, pp167-179

(2)Taguchi A.& Iri M,1982: Continuum Approximation to Dense Network and Its Application to the Analysis of Urban Road Networks.
Mathematical Programming Study,20,pp178-217

(3) Stella C.Dafermos,1979:Continuum Modeling of Transportation Networks.
Transpn Res.Vol.14B,pp295-301

(4) Spatial Economics: Density,Potential,and Flow. Studies in regional science and urban economics. Volume 14 1985, By Beckmann,M.J.

(5) 変分法；応用数学講座 第１３巻 コロナ社