

Bendersの分解原理を応用した交通配分手法の実用性

A Practicability of A Traffic Assignment Method By Benders Decomposition Theory

加藤 晃* 宮城 俊彦**
by Akira KATO, Toshihiko MIYAGI
松葉 秀樹*** 真野 峰行****
by Hideki MATSUBA, Mineyuki MANO

This paper discusses a traffic assignment method by Benders decomposition theory, in which the assignment analysis involves vast computational resources in large-scale urban transportation networks. We consider the theoretical interpretation of this method, and present the concrete algorithm of it. Finally, we discuss the applicability of this method through some case studies.

1. はじめに

交通計画において、交通ネットワーク上の配分交通量を推定することは重要であるが、この交通量配分解析の計算労力は、交通ネットワークの規模が大きくなるにつれて著しく増加する。したがって、大都市の道路網のような大規模な交通ネットワークを解析の対象とするような場合、膨大な計算容量と配分計算時間が必要になる。このようなとき、従来は、配分対象となるネットワークから検討の必要のあるリンク、主要リンクのみを抽出して交通量配分を行っている。しかし、この方法では、計算時間などの

短縮はできるが、配分精度が下がってしまい、高い再現性が望めなくなってしまう。そこで、ネットワークを構成するリンク、ノードを実際のネットワークの持つ性質を損なうことなく削除し、集約化して解析用ネットワークを構成する方法を考える。このようなリンク、ノードの集約化作業は一般に「ネットワークアグリゲーション(ネットワークの集約化)」と呼ばれる。

本研究では、まず、既存のアグリゲーション手法⁽¹⁾について触れる。次に、Bendersの分解原理の修正法である、D.W.Hearnの提案した「移動分解法(Transfer Decomposition Method)」⁽²⁾を用いたネットワークアグリゲーション法の適用を考える。ただし、本稿で提案される分解法を応用したアルゴリズムは、Wardrop均衡配分問題がFrank-Wolfe法で解かれることを前提にしており、D.W.Hearnの理論の特殊問題を扱うことになる。これによって、実際分析において頻繁に使われるヒューリスティックなネットワーク

キーワード : 分解原理, 交通配分

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部建設工学科

** 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部建設工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

*** 名古屋役所
(〒460 名古屋市中区3の丸三丁目)

**** 学生会員 岐阜大学大学院 建設工学専攻
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

集約化手法が、ある条件下では、理論的にも妥当なものであることを示す。また、D.W.Hearnの理論についても双対理論を用いてその妥当性を再考する。最後に、提案するアルゴリズムを岐阜都市圏道路網に適用し、従来型のWardrop均衡配分モデルによる配分結果と等価なものになることを検証し、分解原理を応用した交通量配分手法の有効性を示す。

2. ネットワークアグリゲーションと既存手法

(1) 交通配分プロセスにおけるネットワークアグリゲーション

一般に、交通配分プロセスは、図-1のようなプロセスを経る。

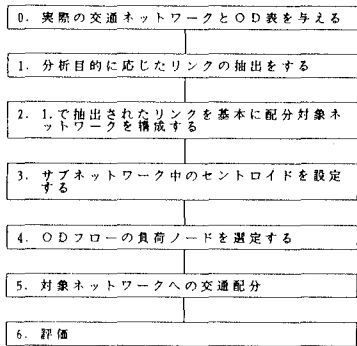


図-1 交通配分プロセス

これらの、各ステップ1～6において、交通計画者は次のような意志決定をする。

step 1.

- 分析対象ネットワークは、マストラか、自動車か、あるいは混合のネットワークか。
- 特定のリンクのフローを求めるのか、全リンクのフローを求めるのか。
- 幹線道路のみのフローを求めるのか、細街路のフローまで求めるのか、等。
- 外部ゾーンからのアクセスリンクをどのように取り付けるか。

step 2.

- step 1.の目的に応じて抽出したリンクで対象ネットワークを構成する。すなわち、マストラネットワークならば、乗り換えリンクや、待ち時間のペナルティを課すリンクなどを設定する。また、自動車ネットワークならば、交差点での右左折のペ

ナルティリンクを付加するかどうかなどを設定する。

step 3.

- step 2.で決定されたネットワーク構成を考慮してゾーンを再分割するかどうか。
- どのようにゾーンセントロイドを配置するか。
- 対象ネットワークとセントロイドのアクセスリンクをどのように結ぶのか。

step 4.

- セントロイド負荷方式か、アクセスノード負荷方式か。

step 5.

- 配分手法(All-or-Nothing法、分割法、利用者均衡配分法など)の選定。
- パフォーマンス関数等の選定。

step 6.

- 平均トリップ長、詳細ネットワークでの配分結果との比較、実測値との適合度などを調べて、不十分ならばフィードバックする。

ネットワークアグリゲーションの考え方は、上述の交通配分プロセスの各段階において導入することができる。そして、配分プロセスのどの段階にどのようなアグリゲーション手法を用いるかは、配分解析の目的、必要とされる精度、計算労力の許容量等によって決められる。

(2) 既存のネットワークアグリゲーション

(1)で述べた交通配分プロセスのどのステップに、どのような手法を用いるかによって、既存の手法は次のように分類できる。

a) step 1 におけるアグリゲーション

既存のネットワークアグリゲーション手法の大部分は、この段階で行われる。

- 計画者が、主観に応じて検討対象となるリンク、主要リンクのみを抜き出す方法。抽出するリンクレベルに応じて交通配分の効率性がどのように変化するかを考察したもの⁽³⁾⁽⁴⁾に、Bovy-Jansenの研究がある。

- 実際のネットワークの平行リンクや縦列リンクを代表リンクで表現する方法⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

- 対象域外のセントロイドと対象ネットワークを数本のアクセスリンクで結ぶ方法。これは、ごく一般に、配分解析に用いられている。

b) step 3, 4 におけるアグリゲーション

これは、交通量の負荷に関連したアグリゲーションである。

- 対象ネットワークを階層的に分解して配分する方法

例としては、内山等⁽⁷⁾の方法がある。これは、まず道路ネットワークを幹線道路からなるネットワークと非幹線道路からなるネットワークとの二つのネットワークに層状に分ける。そして、OD交通量を長トリップと短トリップに分けて、それぞれ幹線道路ネットワークと非幹線道路ネットワークに負荷して、各ネットワークごとに配分を行うことにより計算の簡略化を計るものである。

- 対象ネットワークを面的にいくつかの小ネットワークに分割して簡略化する方法。

例としては、飯田・高山等⁽⁸⁾の方法、林等⁽⁹⁾の方法がある。飯田・高山等⁽⁸⁾の方法は、ネットワークをメッシュ分割し、これらメッシュゾーンごとに合理的な配分原則に基づいてリンクの交通量を求めている。林等⁽⁹⁾の方法は、ネットワークをいくつかの小ネットワークに分割した後、各ネットワークごとに最短経路探索を行い、隣接するネットワークとの連結点間を最短経路である仮想的リンクで結び新たな簡略的ネットワークを構成するものである。

その他の例としては、E.M.Wilson⁽¹⁰⁾の方法がある。E.M.Wilsonの方法は、交通の発生集中点であるセントロイドのOD交通量をセントロイド周辺のノードに振り分けることによって、セントロイドならびにセントロイドのアクセスリンクの省力化を行っている。

c) step 5. におけるアグリゲーション

これは、配分計算手法を簡略化、効率化する方法である。本研究で述べる方法はこの分類にあたり、移動分解したネットワークに、分解原理を用いてWardrop均衡配分問題を、配分精度を保持しつつ、計算を効率化しようとするものである。この方法は、ネットワークを移動分解しているという意味において、ネットワークの構成におけるアグリゲーションの分類にも含まれると考えられる。そして、後で説明するように、この方法で上記のアグリゲーション手法の幾つかを説明することができる。

3. 分解原理を応用した交通配分法のアルゴリズム

一般に、都市圏道路網を対象にして、Wardrop均衡原理に基づく交通配分を行うということは、大規模(多変数)システムの最適化問題を解くということである。しかし、通常このような大規模システムは、部分システムに分解可能という構造的特徴を持っている。分解手法では全体システムは、相互に影響しあう部分システムに分解され、小規模な部分的最適化問題のグループに分けられる。このときすべての部分システムの最適解の集合は、元の問題の最適解と等しくなければならないから、システム全体で調整をとる必要がある。このような分解理論の一つにBendersの分解原理がある。D.W.Hearnは、交通ネットワーク配分問題において、ネットワークの一部を移動分解して小規模なネットワークにすることにより、この分解されたネットワークにおける配分問題に、Bendersの分解原理が適用できることを提案した。このネットワークの分解法は、「移動分解法」という。

本稿では、移動分解法の理論的側面を探究し、特に、具体的な解法のアルゴリズムを検討する。

(1) ネットワークの構造分解とBendersの分解原理の適用

D.W.Hearnの移動分解法をWardrop均衡配分モデルに適用する。なお、ここではかんたんのため2部分からなる構造の数理計画問題を考える。

【Wardrop均衡配分モデル】

[P1]

$$\min \sum_{i \in L} \int_0^{F_i} C_i(t) dt = \sum_{i \in L} Z_i(F_i) \quad (1, a)$$

$$s. t. \quad B \cdot f^k = r^k, \quad \forall k \quad (1, b)$$

$$f^k \geq 0, \quad \forall k \quad (1, c)$$

F_i : リンク i のフロー $F_i = \sum f_i^k$

F : リンクフローベクトル

f_i^k : ODペア k におけるリンク i のフロー

f^k : ODペア k におけるリンクフローベクトル

r^k : ODペア k のフロー発生ベクトル

B : ノード・リンク接続行列
列はリンク、行はノードを示す

$C_i(\cdot)$: リンク i のパフォーマンス関数

ここで、D.W.Hearnの移動分解法を用いて配分対象となる元ネットワーク E を二つのネットワーク E_1 , E_2 に分解する。元のネットワーク E がノード集合 N ,

リンク集合 L の要素からなるネットワーク構造を持つとすると、元ネットワーク $E(N, L)$ は、抽出するサブネットワーク $E_1(N_1, L_1)$ と残りの部分(マスターネットワーク) $E_2(N_2, L_2)$ の二つに分解できる。したがって、ノード・リンク接続行列 B 、リンクフローベクトル f, F_i は、部分ネットワーク E_1 と E_2 に対応して次のように分解されるものとする。

$$E(N, L) \rightarrow [E_1(N_1, L_1), E_2(N_2, L_2)]$$

$$B \rightarrow (B_1, B_2)$$

$$F_i \rightarrow (X_i, Y_i)$$

$$f^k \rightarrow (x^k, y^k)$$

したがって問題[P1]は次のように書き換えられる。

[P2]

$$\min \sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) + \sum_{i \in L_2} Z_i(Y_i) \quad (2, a)$$

$$\text{s. t. } B_1 \cdot x^k + B_2 \cdot y^k = r^k, \quad \forall k \quad (2, b)$$

$$X_i = \sum_k x_i^k, \quad \forall k \quad (2, c)$$

$$Y_i = \sum_k y_i^k, \quad \forall k \quad (2, d)$$

$$x^k, y^k \geq 0, \quad \forall k \quad (2, e)$$

そして、部分ネットワーク E_1, E_2 に対してシステム全体としての整合性を保つために、付加的なベクトル w^k を導入する。 w^k は、部分ネットワーク E_1 を通る OD ペア k のフロー。また、この w^k は、ネットワーク E_1 の移動により E_2 によって切断されたノード p, q 間を結ぶ仮想的なリンク上のフローベクトルである。これは、次の問題を与える。

[P3]

$$\min \sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) + \sum_{i \in L_2} Z_i(Y_i) \quad (3, a)$$

$$\text{s. t. } D \cdot w^k + B_2 \cdot y^k = r^k, \quad \forall k \quad (3, b)$$

$$B_1 \cdot x^k = D \cdot w^k, \quad \forall k \quad (3, c)$$

$$x^k, y^k, w^k \geq 0, \quad \forall k \quad (3, d)$$

ここで、 D は、抽出するネットワーク E_1 の流入ノードと流出ノードを直接結ぶ仮想リンクのノード・リンク接続行列。 E, E_1, E_2 の関係を図-2 に示す。

次に、このネットワーク均衡問題に、Benders の分解原理を適用する。[P3] は、 Y_i が固定されているとすれば、 X_i だけの関数になる。また、第2の制約式は、 Y_i を含まないので、次の問題を解くことによって X_i が決定できる。

$$\min \sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) \quad (4, a)$$

$$\text{s. t. } B_1 \cdot x^k = D \cdot w^k, \quad \forall k \quad (4, b)$$

$$x^k \geq 0, \quad \forall k \quad (4, c)$$

ここで、 w^k は E_1 の流入ノード p と流出ノード q の間の仮想リンク上のリンクフローになるので、 Y_i を固定するということは、実は、 w^k も固定されるということの意味する。ただし、上の最適化問題の目的関数の値は w をパラメーターとして変化するので、次のようにおき直す必要がある。このとき、 $W_i = \sum_k w_i^k$ とおいている。

[TDS]

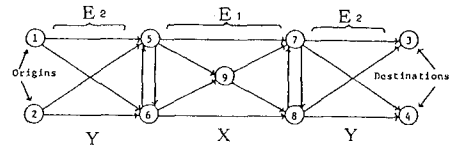
$$V(W) = \min \sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) \quad (5, a)$$

$$\text{s. t. } B_1 \cdot x^{pq} = D \cdot w^{pq}, \quad \forall pq \quad (5, b)$$

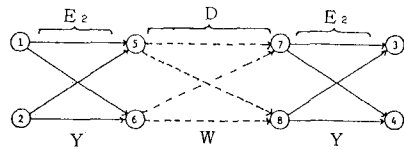
$$x^{pq} \geq 0, \quad \forall pq \quad (5, c)$$

$$X_i = \sum_{pq} x_i^{pq}, \quad \forall pq \quad (5, d)$$

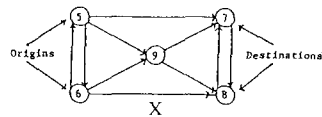
ここで、 x^{pq} は、 p, q を起終点とするフローのうちのリンク i 上のフロー。この問題は、 w が固定されているので、サブネットワーク E_1 上での通常のネットワーク均衡配分問題になる。 w^{pq} は、 (p, q) 番目の要素以外は 0 である。



元ネットワーク



マスターネットワーク



サブネットワーク

図-2 ネットワークの移動分解

[TDS] の最適値関数 $V(W)$ が $\{X_i\}$ の関数としてではなく、 W の関数として表現できるならば、[P3] の目的関数は $\{Y_i\}, \{W_i\}$ だけの関数であり、また、制約式 (3, b) は X_i を含まないので、次の問題を解くことによって $\{Y_i, W_i\}$ を決定すればよい。

[TDM]

$$\min_{i \in L_2} \sum Z_i(Y_i) + V(W) \quad (6, a)$$

$$\text{s. t. } D \cdot w^k + B_2 \cdot y^k = r^k, \quad \forall k \quad (6, b)$$

$$w^k, y^k \geq 0, \quad \forall k \quad (6, c)$$

r^k は所与であり、この問題も、また、マスターネットワークE₂上での通常のネットワーク均衡配分問題になる。

このようにして、[P2]を解くことは、等価的に[TDM] - [TDS]を交互に解く問題に分解できる。

(2) 分解原理を用いた交通量配分モデルのアルゴリズム

ここでは、[TDS]の双対変数が、仮想リンクの走行時間に対応することを示し、その最適値関数がWの関数となることを示す。そして、特に[TDS]にFrank-Wolfe法が適用された場合のアルゴリズムを誘導する。

[TDS]の双対問題は以下になる。

[D1]

$$\begin{aligned} \max L(x, \lambda, u) = & \sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) \\ & + \sum_{p,q} \lambda_{pq}^t (D w^{pq} - B_1 x^{pq}) \\ & - \sum_{p,q} u_{pq}^t x^{pq} \end{aligned} \quad (7, a)$$

$$\text{s. t. } \frac{\partial L}{\partial x^{pq}} = \frac{\partial \sum Z_i(X_i)}{\partial x^{pq}} - B_1 \lambda_{pq}^t - u_{pq}^t = 0 \quad (7, b)$$

$$u_{pq} \geq 0, \quad \forall pq \quad (7, c)$$

λ は符号の制約なし

制約式をuについてまとめ、目的関数に代入すると、

[D1]は次のようになる。

$$\begin{aligned} \max L = & \sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) + \sum_{p,q} \lambda_{pq}^t D w^{pq} \\ & - \sum_{p,q} \left(\frac{\partial \sum Z_i(X_i)}{\partial x^{pq}} \right) x^{pq} \end{aligned} \quad (8, a)$$

$$\text{s. t. } B_1 \lambda_{pq}^t \leq \frac{\partial \sum Z_i(X_i)}{\partial x^{pq}} \quad (8, b)$$

ここで

$$\sum_{i \in L_1} Z_i(X_i) = g(X) \quad (9, a)$$

$$G(X) = \left\{ \lambda_{pq}^t \mid B_1 \lambda_{pq}^t \leq \frac{\partial \sum Z_i(X_i)}{\partial x^{pq}}, \quad \forall pq \right\} \quad (9, b)$$

とおくと、双対定理より

$$\begin{aligned} g(X^*) \geq \max_{\lambda \in G(X)} L = \max_{\lambda \in G(X)} [g(X) + \sum_{p,q} \lambda_{pq}^t D w^{pq} \\ - \sum_{p,q} \left(\frac{\partial g(X)}{\partial x^{pq}} \right) x^{pq}] \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ここで X^* は最適解。そこで固定されたXに対し、 $G(X) \neq \emptyset$ と仮定すると次式が成立する。

$$\begin{aligned} g(X^*) \geq g(X) - \sum_{p,q} \left(\frac{\partial g(X)}{\partial x^{pq}} \right) x^{pq} \\ + \max_{\lambda} \sum_{p,q} \lambda_{pq}^t D w^{pq} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。したがって[TDS]の下限は次の最適化問題で与えられる。

[D2]

$$\max_{\lambda} \sum_{p,q} \lambda_{pq}^t D w^{pq} \quad (12, a)$$

$$\text{s. t. } B_1 \lambda_{pq}^t \leq \frac{\partial g(X)}{\partial x^{pq}}, \quad \forall pq \quad (12, b)$$

したがって

$$V(W) = g(X^*) \geq \max_{\lambda} \sum_{p,q} \lambda_{pq}^t D w^{pq} \quad (13)$$

となる。

さて、[D2]を書き改めると、次式を得る。

$$\max_{\lambda} \sum_{p,q} (\lambda_{pq}^{pq} - \lambda_{pq}^{pq}) \tilde{w}^{pq} \quad (14, a)$$

$$\text{s. t. } \lambda_{pq}^{pq} - \lambda_{pq}^{pq} \leq C_{ab}, \quad \forall pq \quad (14, b)$$

ここに、 $\tilde{w}^{pq}$ は w^{pq} の(p,q)番目の要素であり

$w_{pq}^{pq} = \tilde{w}^{pq}$ とおいている。また、a,bはリンク

(a,b)を表し、したがって、 C_{ab} はノードaからノードbにつながるリンク上の所要時間である。

すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial x^{pq}} = \frac{d}{d X_i} \sum_{i=1}^n C_i(x_i) \frac{d X_i}{d x^{pq}} \\ = C_i(X_i) \end{aligned} \quad (15)$$

であるから、 $\frac{\partial g}{\partial x^{pq}}$ は、リンクiの所要時間であり、式(14,b)は、これを改めてリンク(a,b)とおいたものである。問題(14)は、ODペアごとに分離可能であるので、次の問題を解くことと等価である。

あるODペアpqに対して

$$\max_{\lambda} (\lambda_{pq}^{pq} - \lambda_{pq}^{pq}) \tilde{w}^{pq} \quad (16, a)$$

$$\text{s. t. } \lambda_{pq}^{pq} - \lambda_{pq}^{pq} \leq C_{ab}(X_{ab}) \quad (16, b)$$

制約式(16,b)の両辺を起点pから終点qの任意の経路eについて和をとると、

$$\lambda_{pq}^{pq} - \lambda_{pq}^{pq} \leq \sum_{k \in e} C_{k1}(X_{k1}) = S_{pq}^{pq} \quad (17)$$

となる。ここで、 S_{pq}^{pq} は、ネットワークE₁上のODペアpq間の任意の経路eの所要時間であり、Xが

固定されていると仮定しているので S^{pq} も定数である。

すなわち、 $\lambda_p^{pq} - \lambda_q^{pq}$ は任意の経路 e の所要時間以下でなければならない。 p, q 間の最短経路所要時間を S^{pq} とすると

$$S^{pq} = \min_e S_e^{pq} \quad (18)$$

$$\lambda_p^{pq} - \lambda_q^{pq} \leq S^{pq} \quad (19)$$

となり、 S^{pq} は、 $\lambda_p^{pq} - \lambda_q^{pq}$ の上限を与える。したがって、

$$\max (\lambda_p^{pq} - \lambda_q^{pq}) \bar{w}^{pq} = S^{pq} \bar{w}^{pq} \quad (20)$$

このように $[TDS]$ の双対変数 $(\lambda_p^{pq} - \lambda_q^{pq})$ は、仮想リンク (p, q) の所要時間に対応しており、また、これは、 $[TDS]$ を解いて得られる p, q 間の最短経路上の所要時間である。

$[TDS]$ が、Frank-Wolfe法で解かれるときは、(線形近似されるときは)

$$V(W) = g(X^*) = \max_{\lambda} \sum_{p,q} \lambda_p^{pq} D w^{pq} \quad (21)$$

となる。右辺は $[D2]$ の問題に等価であり、上述した議論がそのまま適用できる。すなわち、 λ_p^{pq} は仮想リンク (p, q) の所要時間であり、これは、 E_1 上で探索される (p, q) 間の最短経路所要時間に等しい。したがって、 n 回目反復時点での $[TDS]$ は次の問題で与えられる。

$$\min \sum_{i \in L_1} C_i \cdot X_i \quad (22, a)$$

$$\text{s. t. } B_1 \cdot X^{pq} = D \cdot w^{pq}, \quad \forall pq \quad (22, b)$$

$$X^{pq} \geq 0, \quad \forall pq \quad (22, c)$$

また、 $[TDM]$ は次式で与えられる。

$$\min \sum_{i \in L_2} C_i \cdot Y_i + \sum_{i \in L_1} C_i \cdot W_i \quad (23, a)$$

$$\text{s. t. } B_2 \cdot Y^k + D \cdot w^k = r^k, \quad \forall k \quad (23, b)$$

$$Y^k, w^k \geq 0, \quad \forall k \quad (23, c)$$

この方法の計算手順をまとめると以下のようである。

【分解原理を用いたWardrop均衡配分モデルの解法のアルゴリズム】

STEP1 : 初期リンク所要時間ベクトル

$C(C_{E1}, C_{E2})$ を仮定する。

STEP2 : 元ネットワーク E において、 C における最短経路を求めて、All-or-Nothing配分法で全分布交通量を最短経路に配分する。このときのリンク交通量ベクトルを $F(X, Y)$

$(n=1)$ とする。同時に、問題 (22) において必要なサブネットワーク E_1 に対する起終点 p, q 間の分布交通量 $W(n=1)$ を求める。

STEP3 : リンク交通量ベクトル $F(X, Y)$ により、リンク所要時間を修正し、 $C(C_{E1}, C_{E2})$ とする。

STEP4 : 問題 (22) を解く。すなわち、サブネットワーク E_1 において、 C_{E1} における最短経路探索を行い、 W を All-or-Nothing配分する。このときのリンク交通量ベクトルを X' とする。同時に OD 間最短経路所要時間 S^{pq} をマスターネットワーク E_2 における仮想リンク上のリンク所要時間とする。

STEP5 : 問題 (23) を解く。 S^{pq} を仮想リンク部に与え、 C_{E2} における最短経路探索を行い、All-or-Nothing配分する。このときのリンク交通量ベクトルを Y' とする。同時に仮想リンク上のリンクフローベクトルを w^{pq} とする。

STEP6 : 問題 (22), (23) より求めたリンク交通量ベクトルを $H[X', Y']$ とする。そして降下方向ベクトルを $d = H - F$ とする。

STEP7 : 直線探索法により最適な α を決定する。

STEP8 : 凸結合によりリンクフローパターンを改善する。 $F = F + \alpha d$

STEP9 : 停止基準を満足すれば終了。さもなければ、 $n = n + 1$ として STEP3 へ戻る。

(3) 本手法と既存のアグリゲーション手法との一致性

以上で述べた配分手法によって、2節で説明したアグリゲーション手法の幾つかが説明できる。

- サブネットワーク E_1 を取り除いた部分ネットワーク E_2 (マスターネットワーク) が、セントロイドおよびセントロイドと幹線ネットワークを結ぶリンクだけで構成されている場合には、 $[TDM]$ を実際に解く必要はなく、サブネットワーク問題のみを解けば良い。これは、すなわち、Wilsonの提案したセントロイドを周辺ノードに負荷させる方法になる。

- サブネットワーク E_1 を取り除いた部分を仮想リンクで結んでいる。また、その仮想リンクの所要時間をサブネットワーク E_1 の最短経路上の所要時間

で与えている。したがって、サブネットワークE_i上の最短経路所要時間を近似的に求めることができれば、これによって、複数のリンクから代表リンクを抽出するというアグリゲーション手法になる。

4. 本手法の岐阜都市圏道路ネットワークへの適用

前節で述べたような、分解原理を用いたWardrop均衡配分モデルを実際の道路ネットワークに適用し、分解原理を用いないモデルとの等価性を実証する。

(1) 対象道路ネットワーク

分析の対象となるネットワークは、昭和56年度の岐阜都市圏道路ネットワークである。全ノード数216（域内セントロイド数29、域外セントロイド数27、中間ノード数150）、リンク数724である。

抽出するサブネットワークならびにマスターネットワークの規模として図-3、表-1に示すような8個のケースを設定する。

(2) 分布交通量

昭和56年に実施された第2回中京都市圏PT調査から岐阜市関連ODトリップ表を作成し、平均乗車率1.3で除したものを分布交通量として用いる。

(3) 適用結果

分解原理を用いたWardrop均衡配分モデルと、分解原理を用いないモデルとの配分誤差を調べるために、

不一致係数（U）と相関係数（R）を用いる。Uが0に近いほど、Rが1に近いほど配分誤差は少ない。その際、分割するネットワークの規模、形状によって配分精度と計算時間にどのような影響をもたらすか検討する。

表-2に示すように、8個のいずれのケースにおいても、相関係数はほぼ1に近い値を示し、不一致係数は0に近い値をとっていることから、両モデルはほぼ等価なものであると言えよう。また、計算の

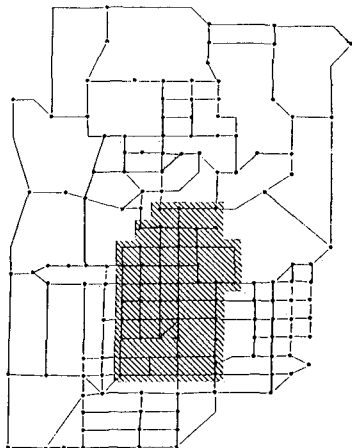


図-3 抽出するネットワーク(ケース①の例)

表-1 サブネットワーク、マスターネットワークの規模

		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
サブネットワーク	リンク	156	66	102	96	204	114	276	113
	中間ノード	32	8	16	17	38	18	53	21
	セントロイド	19	14	16	13	24	19	30	15
マスターネットワーク	リンク	398	840	362	784	1072	952	1318	321
	中間ノード	128	152	144	143	122	142	107	139
	セントロイド	56	56	56	56	56	56	56	56

表-2 相関係数と不一致係数

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
相関係数（R）	0.997	0.998	0.997	0.999	0.999	0.997	0.995	0.997
不一致係数（U）	0.027	0.025	0.009	0.017	0.012	0.029	0.041	0.032

表-3 CPU時間、計算時間の短縮率

		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
CPU時間	通常のWardrop均衡配分	357.1	448.9	414.3	392.9	377.0	436.2	419.4	385.5
	分解原理を用いた配分	275.0	434.1	370.0	332.4	306.1	410.0	378.7	320.4
短縮率（％）		23.0	3.3	10.7	15.4	18.1	6.0	9.7	16.9

効率性の検討のために、CPU時間を用いて両モデルを比較した。その結果を表-3に示す。CPU時間の短縮効果をみると、最高値23%、最低値3.3%と短縮効果がみられた。ただし、ネットワークの分割方法により、CPU時間の短縮効果には差異があることが分かる。

ここで、抽出するネットワークとCPU時間について考察する。一般に、交通量配分における計算時間の大部分が、最短経路探索に費やされ、それはおよそ(セントロイド数)×(ノード数の2乗)に比例すると言われている。そこで次のようなモデル式を仮定し、回帰分析でパラメーター推定する。

$$T = \alpha N^{\beta} C^{\gamma}$$

T: 配分計算時間(秒)

N: サブネットワークの中間ノード数

C: サブネットワークのセントロイド数

α, β, γ はパラメーター

推定結果

$$T = 225.56 * N^{-0.252} * C^{0.466}$$

α の t 値 : 29.75

β の t 値 : 5.239

γ の t 値 : 4.650

相関係数 R = 0.909

これより、サブネットワーク中の中間ノード数が多いほど、またセントロイド数が少ないほど計算時間は短縮されることがわかる。またセントロイド数の方が計算時間に大きく影響する。この関係は、ここで適用したケースの計算結果に良くあてはまっている。

ケース②のようにサブネットワークの領域が非常に小さいとき、サブネットワークにおいて、中間ノード数よりもセントロイド数が極端に大きくなり、計算短縮効果は低くなる。

逆にケース⑦のように、サブネットワークの領域を大きくすると、中間ノード数が増える。しかし、セントロイド数も増えてしまうため、計算短縮効果は期待するほど良くない。

これらのことから、サブネットワークの抽出には、もっとも高い計算効率を考える必要がある。そして、ネットワークの抽出は試行錯誤的にならざるを得ないので合理的な最適設計条件を考案する必要がある。

5. まとめ

本研究では、配分精度を損なうことなく計算を効率化する、分解原理を応用した交通量配分方法の具体的アルゴリズムを説明した。そして、この手法を岐阜都市圏道路網に適用して、通常のWardrop均衡配分モデルでの配分精度とほぼ等価な配分結果が得られることを示した。また、配分計算時間の短縮化ができることも示した。今後の発展方向としては、次のようなことがある。

(i) 分解原理を応用した交通量配分手法では、サブネットワーク内のOD交通量が、仮想リンクのリンク交通量として与えられるので、サブネットワークだけを取り出して独立に配分解析ができると考えられる。これは、道路の建設や改良などのネットワークの一部変更等による代替案の検討が容易になることを示している。また、小さなサブネットワークの解析ならばパーソナルコンピュータで計算可能となるだろう。

(ii) 機関分担、配分を同時に行うような大規模な統合モデルに分解理論を適用することにより、計算資源の節約ができるだろう。

<参考文献>

- (1) J.F. Benders, Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problem, Numerische Mathematik, 4, 1962, pp.238-252
- (2) D.W. Hearn, Practical and theoretical aspect of aggregation problems in transportation planning models, Transportation planning Models (M. Florian, ed.) North-Holland, 1984, pp.257-287
- (3) G.R.M. Jansen and P.H.L. Bovy, The effect of zone size and network detail on all-or-nothing and equilibrium assignment outcomes, Traffic Eng. and Control, Vol.23, No.6, 1982, pp.311-317
- (4) P.H.L. Bovy and G.R.M. Jansen, Spatial aggregation effects in equilibrium and all-or-nothing assignments, TRR 931, pp.98-106
- (5) R.M. Eash, K.S. Chon, Y.J. Lee, and D.E. Boyce, Equilibrium traffic assignment on an aggregated highway network for sketch planning, TRR 944, pp.30-37
- (6) E.M. Morlok, Introduction to Transportation Engineering and planning, McGraw-Hill, 1978
- (7) 内山久雄, その他; 大規模ネットワークを対象とした交通量配分モデル, 第36回土木学会講演概要集, pp.391-392
- (8) 飯田, 高山, 横山; メッシュ分割によるネットワーク表示の簡略化手法を用いた交通量配分計算法, 土木計画学研究論文集, 1985年
- (9) 林, 林, 野口; 階層的経路探索を用いた大規模道路網配分計算の簡略化手法, 第37回学術講演概要集, IV部 1982年
- (10) E.M. Wilson, J.S. Matthias and M.J. Betz, "A Traffic Assignment Planning Model: The Load-Node Concept," Transportation Research, Vol. 8, 1974, pp.75-84