

発生・集中段階の需要変動を考慮した 最適道路網計画モデルの適用計算

Empirical Test of Optimal Road Network Design Model
with Variable Demand at Trip Generation and Attraction Level

佐佐木綱*、朝倉康夫**、寺本泰久***

By Tsuna SASAKI, Yasuo ASAKURA and Yasuhisa TERAMOTO

Travel demand is usually assumed to be fixed in the conventional studies on optimal network design model. The author proposed a user equilibrium type network design model with variable demand at OD distribution level. In this paper, previous design model is extended in the case of variable demand at trip generation and attraction level. This model is available for more explicit discussions on the interaction between land use and transportation network. The model is formulated using the framework of the two level programming model and a heuristic solution algorithm is employed. For several combinations of land use and total investment, empirical tests, which gives optimal route capacities, are executed for the medium size of the actual road network.

1. はじめに

最適交通ネットワーク計画問題において交通需要を固定的に扱うのではなく、その変動を考慮することの重要性は、従来から指摘されてきた。(たとえば、Friesz, 1985) とくに、土地利用に整合した交通網計画を最適化問題の枠組でとらえようとするとき、交通需要の変動を考慮することは、必須の条件であると言ってもよい。

著者らは既に、OD需要の変動を内生化した最適交通網計画問題が、需要固定型の場合の問題を拡張することによって定式化できることを示している。

(佐佐木・朝倉, 1987) この計画問題は、発生・集

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部交通土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

*** 学生員 京都大学大学院 工学研究科交通土木工学専攻 (〒606 京都市左京区吉田本町)

中量により制約された需要変動型の利用者均衡問題(分布・配分同時決定問題)を制約条件としているため、計画変数であるリンク容量の他に、リンク交通量やOD交通量を内生的に決定できるという特徴を持っている。しかし、発生・集中量は外生的に与えられると仮定されており、発生・集中段階の需要の変動は考慮されていない。したがって、与えられた土地利用に整合した交通ネットワークを得るためには、土地利用を一旦発生・集中量に変換し、それを下位問題である均衡問題の制約条件として最適ネットワーク問題に反映させる必要があった。

土地利用と交通網の整合を議論するためには、土地利用変数をより直接的な形でネットワーク計画問題に取り込んでおくことが望ましい。また、発生・集中段階の交通需要も、本来はネットワークのサービスレベルによって影響されるから、それを固定的に扱うことにも問題がないわけではない。

そこで、本稿では従来の議論を踏まえて、発生・

集中段階の需要変動を考慮する場合へと最適ネットワーク計画問題を拡張した結果について報告する。主な報告内容は、実際の道路網に対応するネットワークを用いた数値計算の結果に関する考察である。

本稿の構成は以下のとおりである。まず2では、最適化問題としての定式化とその解釈、および解を求める手順について述べる。3では、最適計画問題の制約条件である需要変動型の利用者均衡問題を用いて、実際の道路網上のネットワークフローを再現した結果について述べる。4では、同様のネットワークを対象に、最適道路網計画問題の適用計算を実行した結果について考察を加える。

2. 問題の定式化と解を求める手順

(1) 最適化問題としての定式化

交通サービス供給者（交通網計画者）と、ネットワーク利用者の基本的な行動規範を以下のように仮定する。計画者は与えられた投資額の制約の下で、ネットワーク全体の総走行費用を最小にするように各リンクの容量を決定しようとする。一方、ネットワーク利用者は、自己の走行時間が最小となるように交通選択を行なう。そして、計画者は、利用者の行動を考慮しつつ計画変数の値を決定する。その結果、交通システム全体としては総走行費用が最小になるようなネットワークが計画され、そのネットワークの上には、利用者均衡条件を満足するフローが流れていることになる。

このような枠組による交通システム計画問題は、近年、交通ネットワークの最適化問題に多く見られる。（たとえば、Fisk, 1984）著者らが提案したOD需要固定型の最適道路網計画問題（朝倉, 1985）やOD需要変動型の場合の問題（佐佐木・朝倉, 1987）も利用者均衡を前提とした最適ネットワーク計画問題であり、2レベル計画問題（志水, 1982）と呼ばれるフレームを持っている。すなわち、利用者均衡問題を制約条件（下位問題）とする最適化問題である。

発生・集中段階の需要変動を考慮する場合においても、計画者および利用者の基本的な行動規範は変わらないと仮定する。このとき、発生・集中量およびOD交通量の決定を生産化した最適交通網計画問題は、OD固定型のネットワーク計画問題の下位問題

である等時間配分問題を発生・集中制約のない需要変動型のネットワーク均衡問題(Beckmann et al., 1956)により置換えた問題として以下のように定式化できる。（佐佐木他, 1987.b）

(P)

$$\sum_a S_a(V_a, Z_a) V_a \rightarrow \text{minimize} \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_a G_a(Z_a) \leq G \quad (2)$$

$$Z_a \geq 0 \quad \text{for } a \in A' \quad (3)$$

$$\sum_a \int_0^{V_a} S_a(x, Z_a) dx - \sum_{i,j} \sum_{l=1}^{T_{ij}} \int_0^{T_{ij}} D_{ij}^{-1}(y) dy \rightarrow \text{minimize} \quad (4)$$

s. t.

$$\sum_m h_{mij} = T_{ij} \quad \text{for } i, j \in I \quad (5)$$

$$V_a = \sum_m \sum_{i,j} d_{amij} h_{mij} \quad \text{for } a \in A \quad (6)$$

$$h_{mij} \geq 0 \quad \text{for } m \in M_{ij}, i, j \in I \quad (7)$$

主な変数および関数は以下のとおりである。

Z_a : リンクaの容量

V_a : リンクaのフロー

$S_a(V_a, Z_a)$: リンクaの走行時間関数

$G_a(Z_a)$: リンクaの建設・改良の費用関数

G : ネットワーク全体への投資額の上限

$D_{ij}^{-1}(y)$: ODペアi, j間の需要関数の逆関数

T_{ij} : ODペアi, j間のフロー（ODフロー）

h_{mij} : ODペアi, j間のパスmのフロー

d_{amij} : ODペアi, j間のパスmがリンクaを通るとき1, そうでなければ0

式(1)～(3)を上位問題と呼ぶ。上位問題は、計画者のとる行動を表わしている。計画者の目的である総走行時間の最小化は式(1)で示され、式(2)は建設投資費用の制約である。式(3)は、計画者の意志決定変数であるリンク容量の非負条件式である。

一方、利用者の行動は式(4)～(7)で示される。これらを下位問題と呼ぶ。この問題では、定式化の中に、発生・集中交通量が明示的に現れない。発生・集中量は、均衡問題の解であるOD交通量をそれぞれのトリップエンドにおいて集計することにより、結果的に得られるのである。

土地利用パターンは、下位問題である利用者均衡問題の中で考慮されることになる。そのためには土地利用指標を需要関数の中に発生・集中パラメータとして組み入れるのが最も容易である。一般的に用いられることが多い指数関数型の需要関数に土地利用指標を組み込むと、ODペア間の需要関数は、

$$D_{ij}(t_{ij}) = A_i B_j \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (8)$$

A_i : ノード i の発生パラメータ

B_j : ノード j の集中パラメータ

t_{ij} : ODペア間の交通費用(所要時間)

γ : パラメータ

と書くことができる。 A_i および B_j を土地利用指標とすれば、需要関数に土地利用指標を直接取り込むことができる。なお、式(8)により需要関数を与えると、交通需要の生成量の上限に関する制約が弱いので、需要の弾力性が大きいときは非現実的な交通フローが生じることもある。これを回避するひとつの方法は、交通需要の生成量に関する制約

$$\sum_i \sum_j T_{ij} = T \quad (T: \text{生成トリップ数}) \quad (9)$$

を設定しておくことである。一日の交通の生成量にはトリップメーカーの社会・経済属性などによる上限が存在するから、それを制約条件としてあらかじめ設定しておくのである。

(2) 計算の手順

利用者均衡条件を制約条件としてもつ最適ネットワーク計画問題を数学的に厳密に解くことは、容易ではない。需要固定の場合の問題に対しては、これまでにいくつかの解法が提案されているが、それらはいずれも大規模なネットワークに対して適用できるものではない。最近の研究としては LeBlanc & Boyce(1986) によるものがあるが、最終的な解の選択基準が不明確であるという欠点をもっている。

もちろん、厳密解の追求は重要であるが、実際問題への適用においては、インプットデータの精度が必ずしも十分ではないことなどから、現時点ではヒューリスティックな計算手順に依らざるをえない。そこで、本稿では、定式化した計画問題を便宜的に上位問題と下位問題に分割し、その解を相互に交換

する繰り返し計算法を用いる。すなわち、上位問題から得られた計画変数(リンク容量)の値に対して下位問題を解き、均衡ネットワークフロー(リンク交通量、OD交通量)を求める。さらにそのフローに対して、最適上位問題の解を更新するという方法である。分割された上位問題は、分解法あるいは Frank-Wolfe 法などにより解くことができるし、下位問題も Frank-Wolfe 法により解くことができる。なお、このようなヒューリスティックな方法による解と厳密解を比較したときの数値的な検討については、佐佐木・朝倉(1987)を参考にされたい。

3. 利用者均衡問題によるネットワークフローの再現性

最適道路網計画問題の数値計算に先立ち、利用者均衡問題によるネットワークフローの再現性について検討を加えた。対象地域は、将来開発が計画されている京都府南部地域を中心とする京阪奈地域である。ネットワークの規模は、ノード数92(うちセントロイド数33)、リンク数306 である。

(1) インプットデータ

発生・集中段階の需要変動を考慮した利用者均衡問題の数値計算を行なうために必要なインプットデータは、リンクの走行時間関数やODペア間の需要関数にどのような関数を用いるかによって異なる。ここでは、走行時間関数を式(10)のBPR関数とし

$$S_a(V_a) = t_a \{1 + r (V_a / C_a)^k\} \quad (10)$$

需要関数は、式(8)で与えられる指数型の関数とした。なお、交通需要を交通目的別に取り扱いそれぞれの目的ごとの需要関数を設定することも可能であるが、発生・集中指標やパラメータの与え方が複雑になるため、ここでは全目的の交通需要に対して定義される需要関数を用いた。

利用者均衡問題の計算のために必要なデータは、

- ①リンクの自由走行時間 t_a , 交通容量 C_a
- ②需要関数のパラメータ γ , BPR関数のパラメータ r , k
- ③ゾーンの土地利用指標である発生・集中指標 A_i

および B_i である。①および②の値は、佐佐木・朝倉(1987)の数値計算において用いた値と同じ値とした。($\gamma = 0.04$, $r = 2.62$, $k = 5$) 需要関数のパラメータ γ は問題の制約条件によって適宜設定すべきであり、分布・配分同時決定問題のパラメータと同じ値を用いることは必ずしも適当ではないが、需要変動のレベルの差(発生・集中段階、OD分布段階)による均衡問題の再現性を比較するために同じ γ の値を使用した。

③の発生・集中指標として用いる社会・経済指標には、従業者数、夜間人口、商品販売額、工業出荷額、宅地面積などがある。その中で交通フローを適切に説明できるものを選ぶために、これらの指標と発生・集中交通量との相関を調べた。(表-1)

宅地面積は土地利用パターンを代表するという意味からは望ましいが、発生・集中交通量との相関が低いので交通フローの再現という点からは適当でない。従業者数は、必ずしも土地利用そのものではないが、代表的な人口指標であるため将来のマスタープランなどからその値を設定することは比較的容易であり、しかも発生・集中量との相関は最も高い。

表-1 発生・集中交通量と社会・

経済指標の相関係数	
社会・経済指標	相関係数
従業者数	0.858
常住人口	0.322
商品販売額	0.685
製造品出荷額	0.407
宅地面積	0.322

表-2 利用者均衡問題によるフローの再現性比較

利用者均衡問題 の種類	相関係数			回帰パラメータ $Y = aX + b$					
	リンク 交通量	OD 交通量	発生・ 集中量	リンク交通量		OD交通量		発生・集中量	
				a	b	a	b	a	b
OD需要固定	0.9519	--	--	0.6853	310.88	--	--	--	--
分布・配分同時	0.9396	0.9256	--	0.8082	73.23	0.7976	89.04	--	--
発生・集中変動	0.9345	0.7652	0.8929	0.8832	-123.9	0.7515	121.8	0.9901	290.1

そこで、発生・集中指標としては、ゾーンの従業者数を用いるものとした。ただし、数値計算では対象圏域外ODおよびゾーン内々ODペアのOD交通量を除外することを考慮し、実際の発生・集中量を用いてインプットする従業者数の値を修正した。なお発生・集中を交通目的別にとらえれば A_i と B_i の値を区別する必要があるが、ここではすべての交通目的を一括して取り扱うため、 A_i と B_i は区別せず、 $B_i = A_i$ とした。

(2) 再現性の考察

均衡問題の制約条件としては、フローの実行可能性の条件のほかに、対象圏域全体の生成トリップ数(T)の制約を設けた。設定した生成トリップ数は479,520(トリップ/12.h)である。また、Frank-Wolfe 法による収束計算の繰り返し回数は、30回とした。

均衡問題を解いたときのネットワークフローの再現性に関する諸数値を表-2に示す。求めた数値はフローの実測値と計算値の相関係数、計算値を実測値により直線回帰したときの回帰係数である。これらの数値を、発生・集中交通量、OD交通量、リンク交通量ごとに算定した。なお、比較のために需要固定型の均衡問題(等時間配分問題)と分布・配分同時決定問題を解いたときの結果を同じ表に示す。結果は、つぎのようにまとめることができる。

①実績値と計算値の相関係数

リンク交通量の相関係数が最も良好であるのは、需要固定型の場合(0.95)であり、以下、分布・配分同時決定(0.94)、発生・集中制約のない場合(0.93)の順である。発生・集中制約がない場合でも、リン

ク交通量の再現性が著しく低下することはない。OD交通量の相関係数をみると、分布・配分同時決定の場合(0.93)に比較して、発生・集中制約がない場合(0.77)はその値がやや低下する。しかし、発生・集中量の相関係数は0.89であり、比較的良好な値である。従業者数と発生・集中量の相関係数は0.86であったから、ネットワークのサービスレベルが反映されたことにより発生・集中量の再現性がわずかではあるが向上したことになる。

②回帰直線のパラメータ

パラメータaの値が1.0に近く、bの値が0.0に近いほど再現性は良好である。計算結果をみると、パラメータaの値は、どの場合でもすべて1.0より小さい。均衡問題によるフローの再現結果は、交通量の実績値が小さいもの(道路区間、ODペアあるいは発生・集中ゾーン)に対しては計算値が過大になり、逆に実績値が大きいものに対しては計算値が過小となる傾向にあることを意味している。計算された交通量の分散が観測値よりも小さくなる、あるいは、ネットワーク全体の交通量の分布が均等になる傾向にあるともいえる。

リンク交通量については、実行可能フローの制約条件が厳しいほど(需要固定のほうが)この傾向が強い。BPR関数は交通量が交通容量に近づくとき走行時間が急激に増加するため、実測リンク交通量が交通容量に近いような区間ではリンク交通量の計算値が実測値に対応できない。需要が固定されておりフローの自由度が小さい場合、この影響をより強く受けるのかもしれない。

OD交通量をみると、分布・配分同時決定のほうが、発生・集中制約のない場合よりも良好な結果となっている。発生・集中交通量では、パラメータaがほとんど1.0であり、再現性は良好である。

なお、これらの数値の比較・解釈においては、OD交通量とリンク交通量の実測値の不整合による影響、走行時間関数の不備による影響、ネットワーク表示による影響などに注意しなければならない。しかし、ここで設定した前提条件の下での計算に関する限り、均衡問題によるネットワークフローの再現性は比較的良好であると判断してよいであろう。

4. 最適道路網計画問題の計算結果の考察

土地利用パターンが現況のまま(従業者数の分布A)および生成トリップ数Tが現況値)であるとしたときの、発生・集中段階の需要変動を内生化した最適道路網計画問題の数値計算結果について、収束性、計画変数の値、時間短縮効果の諸点から考察を加える。なお、この計算例でも従来の研究例と同様に既存リンクの拡張を対象とするが、計画者の決定変数を個々のリンク容量ではなく、複数のリンクから構成される『路線』の拡張容量とした。このことによる計算手順の修正はわずかであり、個々の路線に含まれるリンクの集合を与えるだけでよい。(佐佐木他,1987.a)

(1) 前提条件

最適道路網計画問題を計算するためには、拡張対象路線の集合、路線kの拡張容量1単位あたりの建設費用(g_k)および圏域全体での総投資費用の上

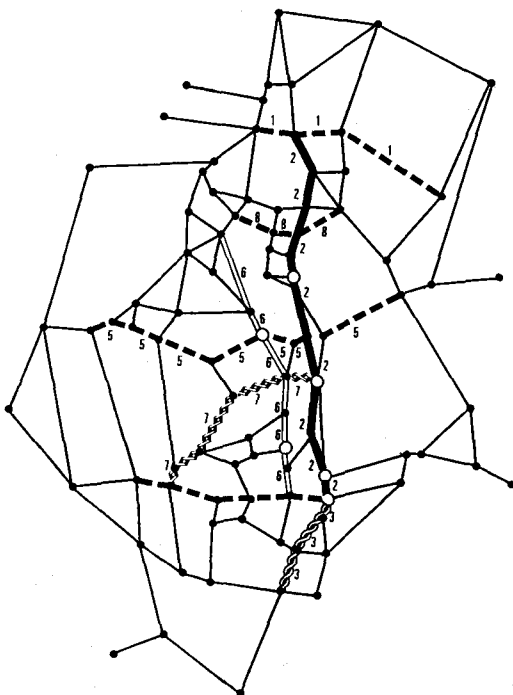


図-1 拡張対象路線 (数字は路線番号)

限 (G) の値を設定しておく必要がある。拡張対象路線は、路線に含まれるリンクの道路種別を等しくすることなどに注意し、図-1に示す8路線を選定した。

g_k の値は、道路種別ごとに単位延長あたりの拡張費用を一定とし、その値に路線延長を乗じた値である。総建設投資費用としては、3通りの値を設定した。すなわち $G=10 \times 10^9$ (円)、 50×10^9 (円)、 100×10^9 (円) の3ケースである。この他に路線ごとの拡張容量の上下限値を設定した。便宜的に路線に含まれるリンクの既存容量の最小値の2倍を拡張容量の上限値とし、下限値はすべての路線において0とした。

解を求めるための上位問題と下位問題の相互交換の繰り返し計算の回数は15回とした。計算時間を短縮するために、下位問題のFrank-Wolfe法による繰り返し計算回数を上位下位の繰り返しを重ねるごとに減らした。

(2) 最適道路網計画問題の計算結果

a) 収束性

各ケースごとに、上位問題の目的関数である総走行時間の収束状況を図-2に示す。どのケースでも第1回目の繰り返しにおける目的関数値が、それ以降の繰り返しにおける値よりも小さい値となっている。これは、収束計算の初期値として与えるネットワークフローが拡張前の容量に対する均衡フローであることによるものであり、第1回目の繰り返しでは、総走行時間が見かけ上小さな値を取っているの

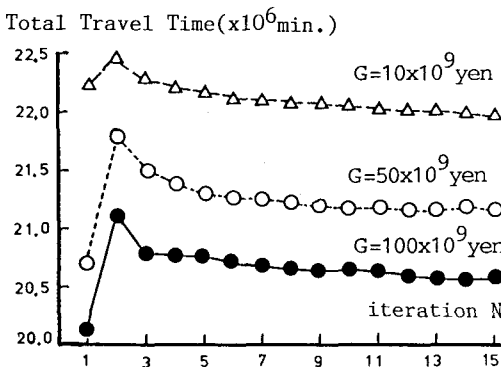


図-2 目的関数(総走行時間)の収束

である。第2回目以降には総走行時間の値が次第に小さくなる傾向にあり、ほぼ良好に収束していると見なしてよい。

しかし、投資額の大小にかかわらず、目的関数の減少の速さはやや緩慢である。小規模な数値例でも同様の傾向が見られることもあり、収束を早めるための計算手順の改良が必要かもしれない。

決定変数である拡張容量の収束状況を図-3に示す。この図は、連続する2回の繰り返しにおける拡張容量の差の自乗和を基準化して図化したものである。やや不連続な箇所もみられるが、どのケースでも、繰り返しを重ねるにつれて差の自乗和の値は小さくなる傾向にある。

収束が必ずしもスムーズでない理由の1つは、上位下位の繰り返しを重ねるごとに、利用者均衡問題の収束計算の回数を少なくしていることがあげられる。また、総投資額 (G) が少ない場合は、ネットワークの混雑が相対的に厳しくなり、リンク交通量の安定性が悪くなるので、それが容量の収束に影響しているものと考えられる。しかし、繰り返し回数が10回目以降では差の自乗和はかなり小さくなっており、決定変数である路線拡張容量の収束状況はおおむね良好であるとみなしてよい。

b) 路線の拡張容量 (図-4)

個々の路線の拡張容量を見ると、つぎのことがわかる。拡張量の大きい路線は、北部に位置する東西方向の路線1、8である。投資額が最大の場合には

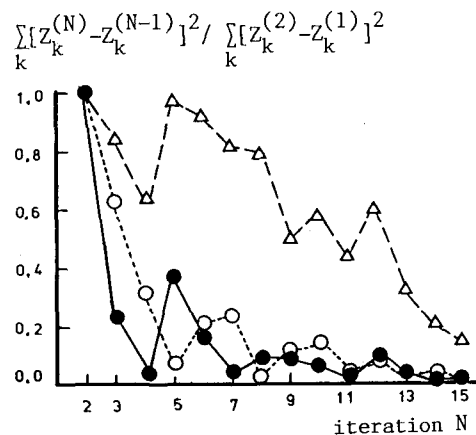


図-3 拡張容量 (Z) の収束

南北方向の路線2もかなり拡幅されたが、投資額が
少ないケースでは拡幅量が小さい。その他の路線は
投資額が多い場合でも拡幅量は小さい。

このように投資額の大小による路線の拡幅容量の
差異を調べることで、路線のおおまかな整備順
位を知ることができる。すなわち、総投資額が少な
い場合でも拡幅量が多い路線は、投資による交通
混雑緩和効果が大きく、整備順位の高い路線であ
ると判断できる。

c) 走行時間短縮効果 (表-3)

目的関数である総走行時間の値は、投資額の大小
にかかわらず拡幅前の値($23,258 \times 10^3$ 分)に比較
して拡幅後は小さな値である。また、建設投資額が
大きいほど時間短縮量が大きいという妥当な結果で
ある。

時間短縮率をみると、最も投資額の少ないケー
スでは拡幅前に比較して 5.2%、投資額を増すとそれ
ぞれ 8.8%、11.4%の時間短縮となっている。

短縮時間(分)に時間価値(50円/分と仮定)を
乗じて金銭変換すると、投資額が 100×10^9 円のケ
ースでは年間約 49×10^9 円の時間節約となる。投
資額と短縮額を単純に比較すると、ほぼ2年間で投
資にみあう時間節約が生じることになる。 $G = 10 \times$
 10^9 , 50×10^9 のケースの年間時間節約額を同様に
算定すると、それぞれ、 22×10^9 円、 37×10^9 円
である。したがって、前者では約半年、後者では1
年弱で投資額に相当する時間短縮効果を生じる。費

用便益比をとると、最も効率的であるのは投資額の
少ないケースであるが、このときの時間短縮率はか
なり小さいので投資額が少ないほうが望ましいとい
うことにはならない。

なお、この例では時間短縮効果がやや過大に評価
されているが、これは現況の交通混雑が過度に再現
されたことによるものとも考えられるので、結果の
解釈には注意が必要であろう。

表-3 走行時間短縮効果

	投資なし	10×10^9 円	50×10^9 円	100×10^9 円
総走行時間 ($\times 10^3$ 分)	23,258	22,041	21,203	20,800
平均トリップ 時間(分)	48.5	48.0	44.2	43.0
短縮時間* ($\times 10^3$ 分)	--	1,217	2,055	2,858
短縮率 (%)	--	5.2	8.8	11.4
年間短縮額** ($\times 10^9$ 円)	--	22.2	37.5	48.5

*) 投資なしの場合との総走行時間の差

**) 時間価値 50 (円/分) $\times$ 365 (日/年)

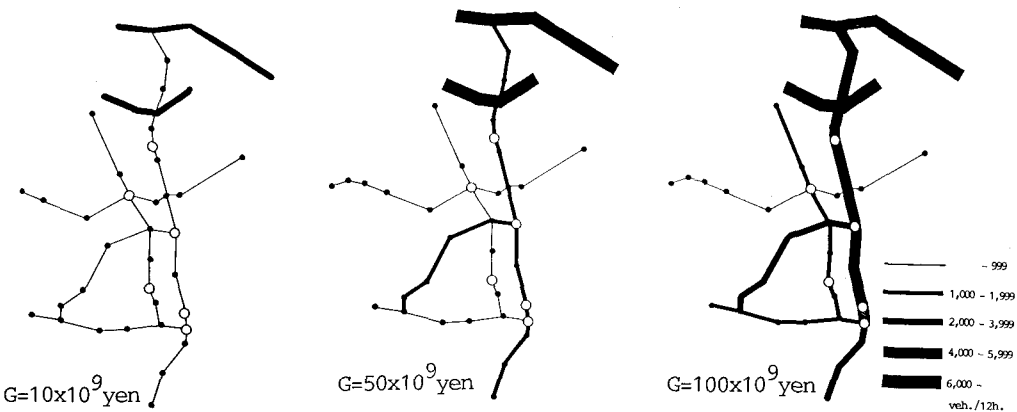


図-4 路線の拡幅容量 (Z)

5. まとめと今後の課題

参考文献

本稿では、2レベル計画問題のフレームを用いて発生・集中段階の需要変動を考慮した最適道路網計画問題を新たに示し、その数値的特性についても実証的な検討を加えてきた。その結果、下位問題である利用者均衡問題によるネットワークフローの現況再現性は良好であり、それを制約条件とする計画問題も、実際の交通調査データやネットワークデータを用いた数値計算においておおむね妥当な挙動を示すことがわかった。

しかしながら、本来のねらいである土地利用との整合性の議論をはじめ、ここに示した最適化問題に関して検討・改良を加えるべき点は多く残されている。

理論的な面での課題のひとつは、土地利用の最適計画問題（佐佐木・朝倉,1984）、あるいは利用者均衡問題の拡張としての土地利用記述問題（たとえば Boyce & Southworth,1979, Los,1979）との結合であろう。前者はネットワークと土地利用配置の同時最適化を議論する上で重要であり、後者は土地利用・交通フローの状態記述を考慮したネットワーク計画問題を考察する上で興味深い課題である。

また、発生・集中段階の需要変動を考慮した最適道路網計画問題は、計画変数である拡張容量の値を議論するだけでなく、発生・集中量を含むネットワークフローを計画評価の材料に用いることができるという特性を持っている。ここでは、投資効果に関して時間節約の面のみから一面的な検討を加えたにとどまっているが、リンク交通量を用いて目的関数以外の評価視点からの解釈を加えること、需要交通量を用いて消費者余剰を計測することなどを試みる必要がある。

これらの諸点、および外生的に与える土地利用パターンの差による数値計算結果の比較については、現在検討を加えている段階であり、稿を改めて報告する予定である。

朝倉(1985): 交通混雑を考慮した最適道路網計画モデルとその適用, 土木計画学研究論文集, No.2 pp.157-184

Beckmann M.J. et al.(1956): Studies in the Economics of Transportation, Yale Univ. Press

Boyce D.E. & Southworth F.(1979): Quasi-Dynamic Urban Location Models with Endogenously Determined Travel Costs, Environ. & Plan.B, Vol.11, pp.575-584

Fisk C.S.(1986): A Conceptual Framework for Optimal Transportation Systems Planning with Integrated Supply and Demand Models, Transp. Sci., Vol.20, pp.37-47

Friesz T.L.(1985): Transportation Network Equilibrium Design and Aggregation; Key Developments and Research Opportunities, Transp. Res., Vol.19A, pp.413-427

LeBlanc L. & Boyce D.E.(1986): A Bilevel Programming Algorithm for Exact Solution of the Network Design Problem with User Optimal Flows, Transp. Res., Vol.20B, pp.259-265

Los M.(1979): Combined Residential Location and Transportation Models, Environ.& Plan. B, Vol.11, pp.1241-1265

佐佐木・朝倉(1984): 交通量分布・配分を内包した最適土地利用計画モデル, 都市計画別冊, No.19, pp.415-420

佐佐木・朝倉(1987): OD需要の変動を内生化した最適道路網計画モデル, 土木学会論文集, No.383, IV-7, pp.93-102

佐佐木・朝倉・寺本(1987,a): 発生・集中段階の需要変動を内包した最適道路網計画モデル, JSCE 関西支部講演集, 4-42-1,2

佐佐木・朝倉・寺本(1987,b): 発生・集中段階の需要変動を生内化した最適道路網計画モデル, 第42回JSCE年次学術講演会概要集, IV

志水(1982): 多目的と競争の理論, 共立出版