【土木計画学研究・講演集 No.9 1986年10月】

速度向上時における鉄道曲線諸元の最適化的決定法

OPTIMIZATION OF RAILWAY CURVES' DIMENSIONS FOR SPEED-UP PROJECT

家田 仁*・徳岡研三**・小山内政広***・山口義信****

By Hitoshi IEDA, Kenzo TOKUOKA, Masahiro OSANAI and Yoshinobu YAMAGUTI

Recent years, speed-up projects of inter-city railway trains are going on in Japan. For that purpose, it is inevitable to check not only the strength of track structures, increasing of track maintemance cost and level of track irregularity restriction, but *superelevation* and *transition curve length* in curve sections as regards track fields. Because, when train speed in curves is raised, insufficient superelevation brings excessive centrifugal forces, and short transition curve causes too large jerk of that or rotating velocity arround train axis, those all spoil the ride comfort of passengers. In addition to that, it often happens improvement works of curves are limited by local conditions such as adjoining turnouts. In this study, these restricting factors are arranged, and the optimal method of designing curve dimensions is prososed.

1. はじめに

自動車、航空機との競争が年々激化している中長距離輸送であるが、輸送価格の点で有利な状況にあるとはいえない鉄道旅客輸送においては、拠点都市間主要列車の速度向上を通じて所要時間の短縮を図り、旅客輸送の需要シェアを確保しようと必死になっているのが現状である。こうした速度向上を図る際に、軌道のサイドとしては主として次の３点からの検討が必要である。

* 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科（〒113 東京都文京区本郷7-3-1）

** 正会員 国鉄本社総括補佐 施設局保線課（〒100 東京都千代田区丸ノ内1-6-5）

*** 正会員 国鉄本社主席 施設局保線課（同上）

****正会員 東京大学研究員 工学部土木工学科（〒113 東京都文京区本郷7-3-1）

① 輪重・横圧等に対する軌道の強度という観点からの検討。

② 軌道破壊、保守量及び保守レベルという点からの軌道構造等に関する検討。

③ 乗心地等の観点からの曲線諸元の検討。

これらの内、③の曲線諸元は、速度向上に伴って増大する超過遠心力による乗心地阻害を防止するためのカント不足量の制約、同じく乗心地確保のための最小緩和曲線長の制約の２点から、対象とする曲線それぞれについて検討し、必要に応じてカントの扛上や緩和曲線の延伸を行うものである。しかしながら実際の速度向上施策となると、既存の線路及び車両などに改良投資を施すことにより実施する場合がほとんどであるため、現実的には曲線前後の線形上の物理的な制約やトンネル部の建築限界の制約から緩和曲線長やカント量を計画者の思い通りに改良することがままならない場合が多い。このため、これまで主として、

Ⅰ．乗心地の基準を見直すことによる、許容カント不足量及び所要緩和曲線長の制約の緩和。
Ⅱ．緩和曲線延伸諸工法の実現性の検討。[1]
の二つについて検討が進められてきた。

これらの２つの問題は、言ってみれば技術基準に関するものであり、実務的にはこれらの基準の範囲内で曲線の諸元を適切に決定しなければならない。しかしながら、この諸元決定を合理的に行うことは、緩和曲線長やカント量に現場の物理的制約がある場合には必ずしも容易ではなく（後述のように現在は、試行錯誤的演算による方法が指導されている。[2]）、現在のところその方法論も明確には確立されていない。しかし、実際問題としては、このような方法論、いわゆる計画技術も前述の技術基準とならんで工学的には極めて重要な課題といえる。

本稿は、こうした観点から諸制約条件の中で、目的とするもの（例えば、速度）を最大化または最小化するように諸変数を決定する方法として最適化の考え方をとりあげ、速度向上時の曲線諸元決定を合目的的に行う方法を提案するものである。

2. 速度向上時における曲線諸元の制約条件と従来の諸元演算方法

本稿で提案する最適化的方法を述べる前に、速度向上と曲線部のカント及び緩和曲線の関係、緩和曲線長に制約がある場合などにおける従来の諸元演算方法とその問題点について述べる。

(1) 速度と曲線諸元の関係 [3]

速度に依存する曲線諸元に関する制約条件としては、乗心地確保の上から、通常次の３条件が用いられている。すなわち、

①均衡カント量が実カント量を超過することにより乗客に作用する左右方向加速度が一定限度を超えないこと。

②緩和曲線通過時には、カントの漸増に伴って車体（及び乗客）が回転するが、この回転速度が一定の限度を超えないこと。

③緩和曲線部では、①で生じるカント不足量の漸増に伴って、乗客に作用する左右方向加速度も変化する。この加速度の時間的変化率(jerk)が一定限度を超えないこと。

となっている。

曲線半径:R、カント:C、速度:V、緩和曲線長:Lとすると、よく知られているとおり、①の条件はカント不足量C_dを一定限度以内に収めることと等価となることから、その限度を$C_{d\,max}$（許容カント不足量）とすると、

$$C_d = a_0 \cdot V^2/R - C \leqq C_{d\,max} \qquad (1)$$

となる。（狭軌線の場合： a_0 = 8.4mm・m・km^{-2}・hr^2）

②の条件は、C・V/Lの値を一定限度以内とすることと等価で、a_2を定数として、

$$L \geqq a_2 \cdot C \cdot V \equiv L_2 \qquad (2)$$

が得られる。同様に③の条件からは、a_3を定数として、

$$L \geqq a_3 \cdot C_d \cdot V \equiv L_3 \qquad (3)$$

となる。

また、①、②、③の条件とは直接的な関係がないが、速度の向上に伴って、計画者に”カントを扛上する”というインセンティブが働くことから、次の二つの条件が関連してくる。

④列車停車時の転覆に対する安全性から規制される、カント量に対する制限。

⑤相互の運動が規制された複数車軸の緩和曲線中での安定性の確保という点から、軌道走行面のねじれC/Lが一定限度以下となること。

④の条件は、許容最大カント量をC_{max}として、

$$C \leqq C_{max} \qquad (4)$$

と表される。

また⑤より、a_1を定数として、

$$L \geqq a_1 \cdot C \equiv L_1 \qquad (5)$$

が得られる。

これらの式中、$C_{d\,max}$は、電車列車については、60mm、さらに特に車種を限定して70mmとされ、C_{max}は、通常105mmと定められている。a_1、a_2、a_3については、通常の場合とやむをえない場合とについて、表-1のように定められているが、特にa_2については車種を限って、0.005までの緩和が認められている。これらの諸不等式が守るべき技術基準となるわけである。

(2) 従来の諸元決定方法とその問題点

最も基本となる演算方法は、速度Vとカント Cを仮定し、(1)～(5)の制約式が満足されるかどうかチェックし、現行の緩和曲線長とカント量からの改変がなるべく軽易な解を決定する、という方法である。

表-1　緩和曲線所要長の基準数値

線路等級	1級線	2級線	3級線	4級線
a_1 (m/mm)	1.0	0.8	0.6	0.4
a_2 (m·hr/mm·km)	0.010	0.010	0.008	0.007
a_3 (m·hr/mm·km)	0.009	0.009	0.009	0.009

・やむを得ない場合には、a_1=0.4、a_2=0.007、a_3=0.007まで緩和することができる。

緩和曲線長やカント量に現場の施工上の物理的制約が無い場合には、このような方法でも普通それほどの困難もなく解を見いだすことができるが、緩和曲線の前後に分岐器や踏切があったり、施工基面幅に余裕がない、架空電車線やトンネル内の建築限界に余裕が少ないといったような状況のため緩和曲線長やカント量に制約が生じる場合には（このような場合が少なくない。）、(1)～(5)式の制約の他に新たに制約条件が加わることから、全ての条件を満足する解をもとめるのは、熟練技術者をもってしてもかなりの試行錯誤を必要とする。

従来のこのような演算方法には、数学的な誤りや技術基準を侵犯しているという誤りはないが、実務的（あるいは、計画技術的）には、次のような問題点を持っている。

まず、第１に問題の全体が見渡しにくいことがあげられる。逐次的な解の探索はそれ自身として、特に問題ないが、今自分がやっている演算が決定すべき変数の領域全体の中でどの様な位置付けにあるのかわかりにくいということである。このため、熟練しないと解の発見に相当の手間がかかることとなる。第２に、これは第１の問題点とも関連するが、問題の設定の仕方が”許される解をもとめる”という視点に立っているために、最適な解が得られなくとも演算を終了させる可能性があることがあげられる。

3.　曲線諸元決定問題の定式的表現

それではまず、速度向上時における曲線諸元の決定問題を定式的に表現することを試みる。

(1)　独立変数の決定

ここでは、

・カント C

・緩和曲線長 L

・速度 V

の３つの変数を独立変数として扱うこととする。なお、従来の方法では、場合によってはカント不足量Cdをも独立変数かのように扱うこともみられるが実はカント不足量は計算過程における仮想的な中間パラメータにすぎないことから、ここでは独立変数から除外した。

(2)　制約条件の決定

問題は、上記の独立変数をいくらに決めたら良いかということであるが、解は前節で述べたとおり、いくつかの複雑な制約条件を満足している必要がある。ここでは、より一般的に緩和曲線長の上限値にも施工上の制約（最大 L_{max}）があるものとする。そこで、(1)～(5)の式と併せて、今一度挙げておくと（ただし、(3)式の条件については、(1)式の　等式によりCとVの式に変換しておく。）、

$$a_0 \cdot V^2/R - C \leqq C_{dmax} \tag{6}$$

$$C \leqq C_{max} \tag{7}$$

$$L \geqq a_1 \cdot C \tag{8}$$

$$L \geqq a_2 \cdot C \cdot V \tag{9}$$

$$L \geqq a_0 \cdot a_3 \cdot V^3/R - a_3 \cdot C \cdot V \tag{10}$$

$$L \leqq L_{max} \tag{11}$$

の６つの制約条件が満たされなくてはならないこととなる。

(3)　解の存在可能領域

次に前述の６つの制約を満たす、独立変数の組（C,L,V）はどの様な領域を構成しているのか検討する。

まず、(6)、(7)の条件式は、Lに関係せず、C-V-Lの空間に示すと図-1のような立体の内方空間となる。

条件式(8)は、Lの長さの下限値がVに関わらずCに比例して増大することを示しており、条件を満たす解は図-2(1)中の平面の上方の空間となっている。条件式(9)は、Lの下限値がCとVの積に比例して増大することから、条件を満足する解の空間は、図-2(2)中の曲面の上方となる。なお、L を固定したときの条件式(9)を満たす領域は、C-V平面上で双曲線の原点側領域となる。次に条件式(10)の構成する曲面は複雑であるが、Cが小さく Vが大きい時にLの下限値が増大する性質から図-2(3) のような曲面の上方が可能な解の空間となっている。この(8)、(9)、(10)の

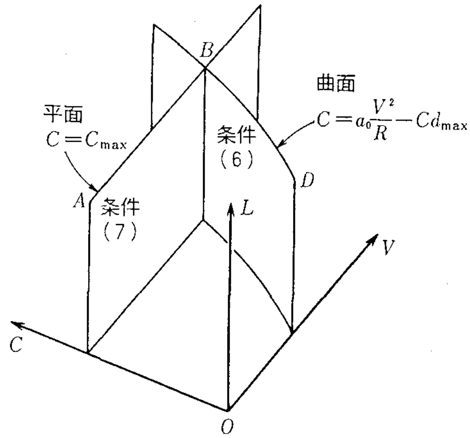


図-1　条件(6),(7)による解の制約

条件それぞれを重ねて書くと図-2(4)のようになる。(11)の条件式は、L軸に直交する平面の内方の空間を意味している。従って、(8)〜(11)の4つの条件を満たす解の空間領域は、図-3のような曲面で囲まれた空間となる。以上をまとめると解(C,L,V) が6つの条件式を満足しているためには、解の座標が図-1と図-3で示される二つの空間双方の内部に含まれているものでなくてはならないこととなる。この2つの空間の共通部分が解が存在することのできる領域であることから、解の存在可能領域と呼ぶ。

(4)　速度最大化のもとでの最適解

以上の存在可能領域内であれば、計画者は任意の解を選定することができるが、実務的には6つの条件さえ満たせば何でも良いというのではなく、なんらかの目的にもとづいた工学的に最適な解を決定しなくてはならない。そこでここでは、目的関数を独立変数の関数f(C,L,V)として表すこととする。

まず最も簡単な場合として、

$$f(C,L,V)=V \qquad (12)$$

の場合、つまり諸制約のもとに最も高い速度を出すことのできる解を最適解とし、これを求めることを考える。

この場合、条件(6)、(7)にもとづく、解の存在領域は、図-1(2)で明らかなとおりLには依存せず、また、条件(8)〜(11)上では、図-3　を見れば明らかなとおり、目的関数は緩和曲線長の単調非減少関数となっているから、図-3 の空間の$L=L_{max}$ での断面で検討すれば十分であることは自明である。そこで、

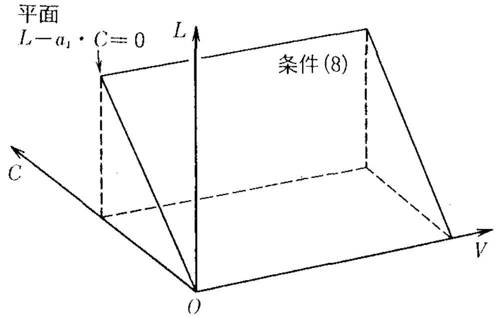


図-2(1)　条件(8)による解の制約

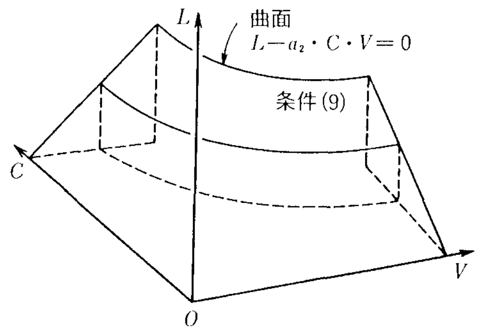


図-2(2)　条件(9)による解の制約

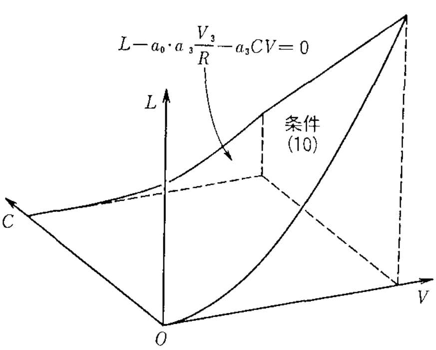


図-2(3)　条件(10)による解の制約

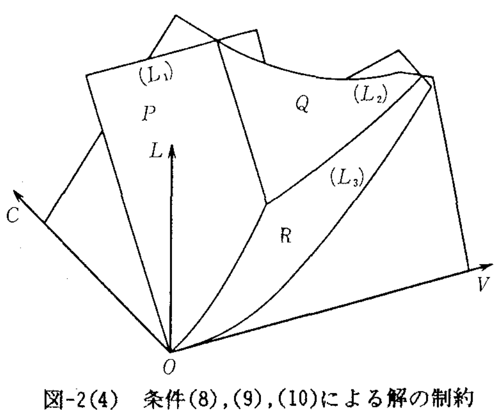


図-2(4)　条件(8),(9),(10)による解の制約

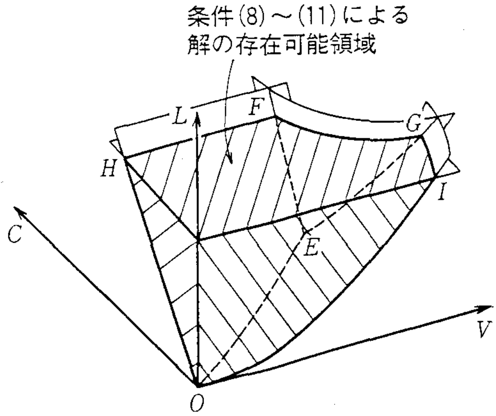


図-3　条件(8)～(11)による解の制約

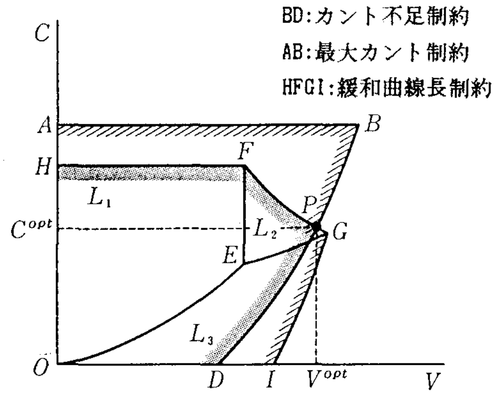


図-4　$L=L_{max}$のときの解の存在可能領域

図-4には、C-V平面上に$L=L_{max}$ での解の存在可能領域を示した。

図中、EFは緩和曲線の下限値が(8)式と、(9)式で決まる領域の境界を示しており、その左側ではL_1の条件、右側ではL_2の条件がきいている。この境界線上の点を(C^*, V^*)とすると、

$$V^* = a_1/a_2 \qquad (13)$$

が得られ、境界線EFが C軸に平行な直線であることがわかる。OEは、L_1の条件とL_3の条件の境界線であるが、同様にして、

$$C^* = (a_0 \cdot a_3 \cdot V^{*3}/R)/(a_1 + a_3 \cdot V^*) \qquad (14)$$

を満たす曲線となっている。また、L_2 の条件と L_3 の条件の境界線 EG は、

$$C^* = (a_0 \cdot a_3 \cdot V^{*2}/R)/(a_2 + a_3) \qquad (15)$$

となる。最終的に条件式(6)、(7)をも満足する解の集合としては図中の網目部分となる。

このような領域の中で、目的関数すなわちV を最大化する解は、解の存在可能領域の中で最も右側にあるP点であることは明らかである。なお、緩和曲線長の制約のみから考えた場合、速度を最大化する解は必ずOEG 線上にあることに注目したい。

(5)　一般的効用を最大化する最適解

前項では、速度を最大化するという考え方のもとに最適解を見いだそうとしたが、一般的に言えば速度向上のためといえどもいかなる犠牲も支払って良いというものでもない。従って、目的関数はある変数の組を選択することによってもたらされる一般的な効用として速度向上による便益やそのための改良コスト、乗心地の低下等を込みにして評価しなくてはならない。ここでは、その簡単な例として、次のような一般的効用を定義し、これを最大化する最適解を求めることを考える。注)

$$f(C,L,V) = a_U \cdot \Delta V - a_C \cdot \Delta C - a_L \cdot \Delta L \qquad (16)$$

ただし、現在の速度、カント、緩和曲線長ををV_0、C_0、L_0として、

$$\Delta V = V - V_0$$

$$\Delta C = | C - C_0 |$$

$$\Delta L = | L - L_0 |$$

(16)式は、速度向上による便益から、カントや緩和曲線長を現状から改良することによるコストを差し引いたもので、a_U、a_C、a_L の各係数が決まっていれば任意の変数の組に対して一般的効用を算出することができる。この一般的効用を変数空間に加えると四次元となりC-L-V空間の中で図示することはできないため、緩和曲線長Lを特定の値に固定した平面上で一般的効用の値を等高線で表すと図-5のようになる。この場合例えば緩和曲線長をL1とした場合には、最適解はP_1の点となり（①）、また緩和曲線長をL2とした場合には、P_2点となる（②）。この両者について比較すると、単に速度を最大化するという面では、①の解の方が良いこととなるが、図を見て明らかな

注）速度向上による効用は、短縮時間の関数と考えられるが、これは近似的には速度向上幅と線路延長の積により算出されるため、同じく線路延長に比例すると考えられる改良コストとのトレード・オフを考えた目的関数は(16)式のとおりとなる。

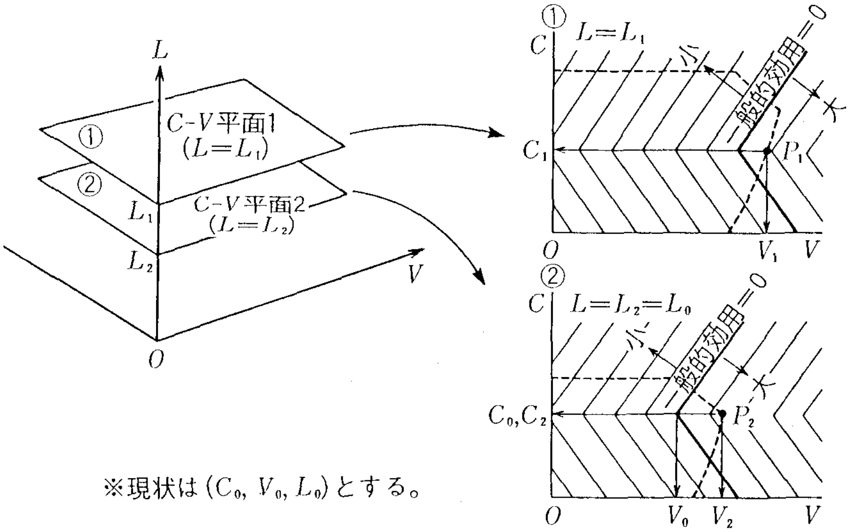


図-5　一般的効用最大化による解の決定

とおり一般化効用最大化という面では②の方が最適な解となっている。この場合は、①の解では速度を向上するために支払う緩和曲線長延伸のコストが高過ぎるため、速度向上幅はあまり大きくないが改良コストが低い②の解の方が望ましいこととなる。

4．実務用曲線諸元決定ソフトウェアの開発

以上のような演算により速度向上時の曲線諸元を最適に決定することができるが、さらに作業を能率的に進めるため、パーソナル・コンピュータを用いた演算プログラムを開発した。前述のような最適化演算は、全自動化することも可能ではあるが、単に解答が出力されるのでは演算のプロセスが明確にならず、利用者の技術修得効果が期待できないため、ここではコンピュータの出力を人間が判断し、逐次、最適な解答を見いだして行くというマン・マシン関係を前提としたコンピュータによる支援システムとして構成することとした。

(1)　速度最大化の演算例

処理手順は、図-6にあげるように諸条件の選定や入力の後にコンピュータが図-7のような解の存在可能領域をCRT上に表示し、利用者はこの画面を見ながら速度が最大となるカントと緩和曲線長及びその時の速度を逐次決定するようになっている。決定した条件下でのカント不足なども もちろん出力され

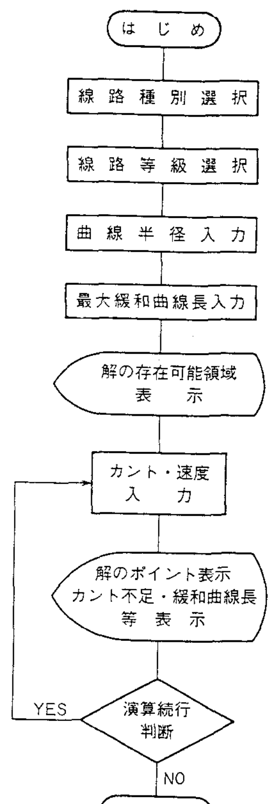
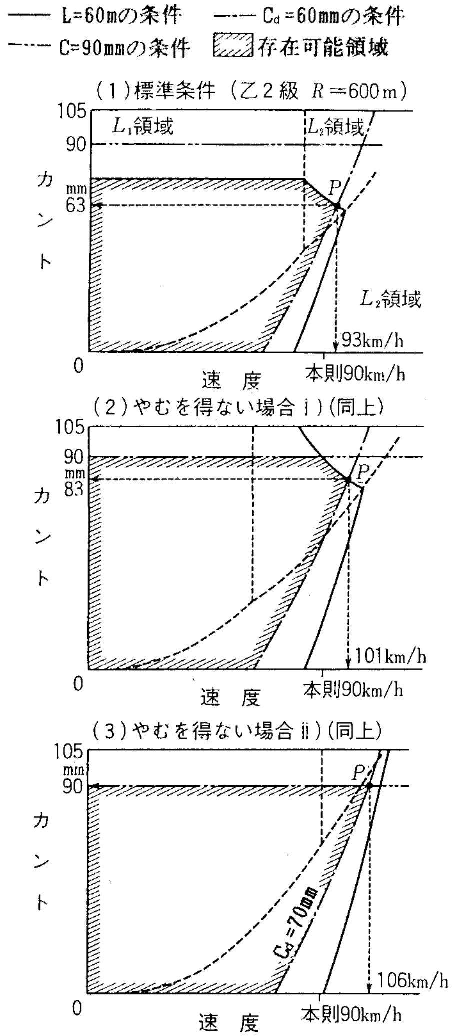


図-6　計算機による演算のフローチャート



注) i)国鉄部内規程で定められた”やむを得ない場合”に相当

ii)C_{dmax}=70mm、a_2=0.05とした場合

図-7 速度最大化の演算例

る。図-7は出力の一例である。

この例では、制約条件は、

・線路種別及び線路等級：乙線・2級線

・曲線半径　：600m

・緩和曲線長：隣接曲線の関係で60m までしか延伸できない。

・カント　：トンネルなどの条件により90mmまでしか扛上できない。

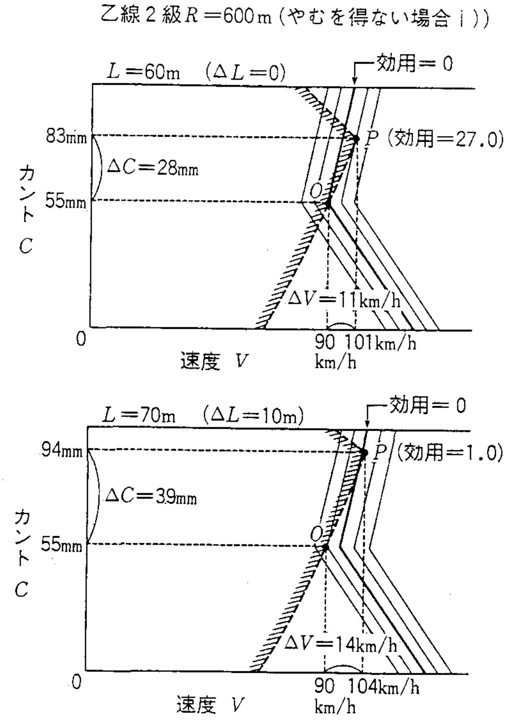


図-8 一般的効用最大化の演算例

とした。

この制約条件の時、(1)の標準条件下では解の存在可能領域は斜線の部分のようになり、速度を最大化する解は図中P点となるから、カントを63mm、緩和曲線長を60mとすることにより、計算上は最高速度を93km/hとできることがわかる。次に (2)の”やむを得ない場合”を適用すると同様にしてカントを83mmに扛上して速度を101km/h にとることができることがわかる。(1)の図と比較してやむを得ない場合を適用したことにより、緩和曲線長の制約による解の存在可能領域が大幅に拡大している。(3)は、カント不足の許容限度を70mm、L_2の許容限度を0.005・C・Vとした時のもので、もはや緩和曲線長の条件はきかず、最大カントとカント不足の制限により決定し、カントを限度一杯の90mmにとることにより106km/h まで向上することができることとなる。なお、この場合緩和曲線長は50mで十分となる。

(2)　一般的効用を最大化する場合

この場合も基本的には前例と同様であるが一般的効用を計算するにあたり、(17)式の各係数 a_0、a_c、

a_L を与えておかねばならない。図-8は一例として、

a_U = 5.0 (km/h)$^{-1}$

$$a_C = \begin{cases} 1.0\ (\mathrm{mm})^{-1} & (C \geqq C_0：扛上) \\ 3.0\ (\mathrm{mm})^{-1} & (C \leqq C_0：低下) \end{cases}$$

a_L = 3.0 (m)$^{-1}$

ととった時の出力結果である。なお、現状のカントなどの諸元は、C_0=55mm、L_0=60m、V_0=90km/hとした。

この例では、緩和曲線長を現状のままとし、カントを83mmに扛上し速度を101km/hとする場合には、得られる一般的効用は27.0であるのに対して、緩和曲線長を70mに延伸し、カントを94mmにして速度104km/h に向上する時には、一般的効用は速度がやや高いにも拘らず1.0しか得られず、解としては前者の方が最適なものとなることがわかる。

5. 結論及び今後の課題

本稿では最適化の考え方から曲線諸元の制約条件を整理するとともに目的関数の最大化にもとずくその決定方法を提案した。目的関数としては速度及び一般的効用をとったが、一般的効用の場合には到達時間短縮の効果を金銭的に換算する必要があるため、旅客誘引効果の予測及び評価を行わねばならない。現状ではこの点について充分な検討がなされているとはいえないが、今後旅客分野との連携も含めて検討していきたいと考えている。

参 考 文 献

1)金子慶尚：緩和曲線の延伸、pp.45~129、カネコ計測工業、昭和58年9月

2)小山内政広：曲線管理(4)、pp.410~414、鉄道線路32-5、昭和59年5月

3)神谷　進：鉄道曲線、pp.11-50、交友社、昭和57年7月