【土木計画学研究・講演集 No.8 1986年1月】

需給均衡理論にもとずいた居住地選択行動モデル

A Model of Residential Location Behaviour
based upon the Theory of Demand-Supply Equilibrium

東原 紘道**

By Hiromichi Higashihara

A mathematical model of residential location behaviour based upon the demand-supply equilibrium is developed and examined.

The conventional theories formulate this equilibrium only in an implicit manner: the bid rent method premises this equilibrium as *a priori* fact and does not inquire into its origin, while the method of the demand function and the supply function does not bring out significant informations from the equilibrating system.

The condition of the equilibrium is formulated explicitly in the present method and is transformed into a relatively simple optimization problem whose solution is readily available. Some numerical examination demonstrates the computational performance of the proposed program and also proves that the present method succeeds in describing the key features of the problem of equilibrium.

1. はじめにー研究の目的ー

他の財と同様に，住宅立地量は需要と供給のバランスによって根本的に規定されている。もちろんそれは地価と絡み合いつつ非常に複雑な変化を示す。しかしこの現象も煎じつめれば，需要者と供給者のそれぞれが然るべき効用の最大化につとめるプロセスの相互作用の結果，全体として需要と供給が均衡するものである。この基本的なメカニズムをいかに定式化し，あるいは分析に利用するかがポイントになるのであり，他に源泉を求める必要はない。

ところでこれまで住宅立地論に適用されてきた均衡理論は付け値という方法概念に依拠するものである〔1〕。これによると各主体は，任意に与えられた効用水準に応じて，対象地に付け値を付与するものとされる。実際に成立する地価は，この付け値の，すべての主体に亘る包絡面である。

しかしこの定式化では均衡解を求めることはむずかしい。まず上述の包絡面の形成は，各主体の効用水準が定められて初めて可能であるが，その決定のしくみは必ずしも明らかにされていない。しかもこの問題は，そもそもこの定式化は果たして均衡条件を完全に使い切っているのか，というより根本的な問いにまで遡及するのである。

この方法の基礎となる付け値はアプリオリに定まるものではなく，あくまで需給のバランスの中で形成されるものである。にもかかわらずこのルーツを不問とする形で付け値概念を導入するとき，これは，消費者相互の競合という，均衡の一側面のみを表現するものとなり，均衡現象の最も重要なフレームである筈のバランス（＝フィードバック）メカニズムを明示的に扱うことを放棄する結果となる。

これに対して，筆者は，需要行動と供給行動の均

＊ キーワード：住宅立地，均衡理論，非線形計画
＊＊正会員 工博 埼玉大学工学部建設工学科
助教授 （〒３３８ 浦和市下大久保２５５）

衡を明示的に扱う方法を提案した〔2〕。これは，当面の対象が消費行動にあるため，供給行動を捨象して，供給量が地価の関数で与えられるという最も簡単な型式ではあるが，これによって立地量と地価の同時決定のメカニズムを明快に観察することができる。さらに付言すればこの定式化に際して，需要者にとってきわめて重要な選択肢である取得面積が自然に導入される。

従来の立地均衡理論のいま一つの問題点は，予測への応用がきわめて困難なことである。これはその定式化と等価でしかも計算の実行可能な数理計画問題に書き換えることができないからである。このため均衡解が直接の考察対象となることはなく，何らかの規範的な最適化問題で置換えられるのを常とした。これらの最適解と均衡解との関係については多くの研究があり，特に住宅立地問題についても藤田・柏谷による詳細な考察がある〔3〕。そこでは動学化（一種の最適制御になる）までが試みられている。しかし肝心の均衡解そのもののの構造はやはり明らかにされているとは言えない。これに対し以下に展開する手法は，比較的簡単なアルゴリズムによって計算の実行が可能であり，均衡問題を理論的のみならず数値的にも直接の考察の対象とすることを可能にするものである。

本論文では，第2章において均衡理論についての若干の検討をした後，第3章において筆者による定式化のプログラム化の方法を述べ，さらに第4章でその結果を吟味する。

2．　均衡理論の準備的考察

均衡現象の定式化には3つの途がある。第1は動学理論である。もし動学理論が見出されているとするならば，これの漸近解として均衡解がえられる。論理的にはこれが最も正確な解法である。しかしこの方法は，古典力学のように確立されたしかも比較的単純な方程式がある場合には強力であるが，複雑な社会現象では十分に精密な動学理論はさしあたりは期待できない。むしろ均衡解を求める方が先決問題であり，これを以て動学理論の検証の規範とすることになろう。

第2は均衡条件を明示的に扱うことである。これは微分方程式によることが多いが，汎関数の極値条件もしくは停留条件もしばしば利用される。

第3は，均衡条件によって抽象的にその存在が証明されるところの関数をとりあげ，この関数の操作を介して分析をすすめるものである。経済学における需給均衡理論は概ねこの方法による。この場合には消費者および生産者の行動法則からそれぞれ需要関数および供給関数が価格の関数として導出される。もしこれらの関数が何らかの方法で同定されるならば，両者の等置によって直ちに均衡条件がえられる。以下この方法を詳細に見てみよう。

まず注意すべきことは，この二つの関数が純粋に観念的なものであるということ，つまり客観的に現実のデータから同定することは不可能ということである。ということは同定に際して何らかの仮説の混入が避けられないということである。

例えば需要関数は計測にかからない。現実に計測される量は需要量ではなくて消費量である。それにもかかわらず，価格と消費の関係は需要関数の同定に使用されることが多い。いま主体λの総消費量c_λを次の式で同定することを考える：

$$c_\lambda = f_\lambda(Y_\lambda / p) \cdots Y_\lambda = \text{所得}$$
$$p = \text{物価水準}$$

このパラメータ推定には多くのλに亘る（Y_λ，c_λ）のデータを用いるのがふつうである〔4〕が，これでは消費の価格依存性は専ら先験的に仮定されることになり，しかもそれは　$Y_\lambda - c_\lambda$　の関係から定まるものとされる。この場合にはpはすべてのλに亘って普遍的であると期待できるので，この扱いは一応首肯できるが、それでもこのモデルの分解能は著しく低下すると考えられる。まして土地の場合には，財の資質と価格が著しく異なるため，地価水準といった普遍的な量を媒介とした分析はほとんど期待できない。

それでは立地現象において明確に計測される二つの量，すなわちカテゴリー別の立地量Aと地価pに何らかの関係を求めるのは不条理なのであろうか？結論を急いで言えば，解析的な〝関数″関係を措定するのは誤りである。

いま仮りに　A＝A（p）　とするならば，互い

に背反する次の二つのシナリオは同じ程度に正しくかつ一面的である:

①pが小さければAは大きくなる。

②Aが大きければpは大きくなる。

もちろん現実の均衡過程にあってはこの二つの傾向が微妙にバランスして，Aとpが一意に定まる。しかし①と②を同時に表現することは，一般の関数には不可能である。

これと同じように，一般に消費“関数”なるものは計測されるという意味で現実性をもっているが，価格の“関数”ではありえないという理論的取扱のきわめて厄介な代物である。逆に需要関数は価格の関数であることは理論的に保証されているが，計測されえないという意味で観念的な量であるにとどまる。均衡理論の実証的研究において生じる理論上の問題の多くが実にこの，現実性と論理性の“ずれ”から生じる（確率過程論における時間平均量と位相平均量の同様の関係を想起されたい）。

この問題に関連して，天野・阿部は興味深い事実を報告している。それは工業地の例ではあるが，地価と立地量との関数関係は統計的に有意には同定できないという事実である〔5〕。上記の考察からこの結論が妥当なものであることがわかる。

しかも他方で，地価が立地行動に大きな影響を及ぼすことは争いえない事実であり，これを正当に反映させることが必要である。そのためには立地量と地価が単純な関数関係にない事実をしっかりおさえたうえで，その関係の構造を解明することが必要である。これに関連して筆者は，上述の第三の方法のように単に需要関数もしくは供給関数の存在を抽き出すのみでは均衡条件は使い切られていない，と考えている。消費者の効用もしくは供給者の利益には相当に強い構造がある筈であり，それに応じて，需要関数と供給関数もただ関数一般であるにとどまらず，何か特別の条件を満たしているに違いない。しかしこの解析は複雑にすぎておそらく手に負えないであろう。つまり需要関数と供給関数の形に転換してしまってからではもはやそれ以上の均衡条件の繰り込みは手遅れなのである。この理由から，本研究は均衡条件の原点に立ち戻ってそれを明示的に扱う第二の途を選ぶことにする。

さて物理学者はしばしば“量子論的効果”とか“相対論的効果”という語を口にする。これはこういうことである。ミクロな物理現象は，原理的には量子力学ではじめて記述される。換言すれば古典力学は適合しない。しかし現実に観測される現象のうちの少なからぬものは，古典理論で十分に説明されてしまう。ただ端的に古典論の前提が破れる現象に対してのみ量子論が名実ともに不可欠となる。そしてこのとき量子論的効果が現れたと言われるわけである。

これと同様のことは土地需給の場においても生じる。立地現象は原理的には需要と供給のバランスできまるものであり，したがって均衡理論によって規定されるべきものである。しかし常に均衡理論的効果が顕在化するとはかぎらない。現在では相当に希薄になっているとはいえ伝統主義的慣習，居住水準の維持を基本権とする法律体系もしくは行政制度の存在のために，均衡論的効果は必ずしも支配的にならない。また土地の需給が完全に自由な市場におかれている場合ですら，供給に十分な余裕がある場合には，均衡論的効果は表面化しない。

例えばアロンゾの理論は均衡理論に分類されているものであるが、しかもそれは，立地がもっぱら消費者の行動によって定まり供給者は完全に受動的に対応するのみであるとすることによって，完璧なまでに均衡論的効果を抹消している。そしてここにこの理論の特徴を認めることができる。

このためアロンゾ理論には“付け値”という，筆者の考えでは疑義の残る概念の導入が必要となり，この結果，ある種の数学的特異性を引き入れることになるが，このような犠牲をはらってまで特異な形の理論を構成しようとした理由は，その研究のターゲットであった当時の状況には均衡論的効果が支配的ではなかった故であろうと推測する他はない。この場合には“付け値”概念の援用は十分に正当化されるからである。しかし，現在の我が国の，それも大都市圏では，事情はよほど異なっている。ここでは供給者もぬけめなく行動するため，需給の均衡が実現し，一見複雑な土地需給現象の背後にあってこれらを規定している。その結果均衡論的効果は鋭く立ち現れ，したがってまた，その明示的な扱いが要求されているのである。

3． プログラムの設計

筆者が需給均衡仮説にもとずいて与えた住宅立地行動モデルは，主体カテゴリーλ（$\varepsilon \Lambda$），土地資質カテゴリーk（εK），土地広さランクa（εA）に対して，立地主体数n＝n（λ｜k，a）を未知の独立変数とするものであった。しかし消費者の最適行動の仮定のもとでは　a＝a（λ｜k）となる筈であり，したがってn（λ｜k）とa（λ｜k）を独立変数とすることによって，未知数量が‖A‖×‖Λ‖×‖K‖から　2×‖Λ‖×‖K‖へと減少する。このとき上述の定式は次のように変形される。なお以下では紙面の都合上，n（λ｜k）とa（λ｜k）を$n_{\lambda k}$と$a_{\lambda k}$とも書くことにする。

（1）保存則

$$\sum_k n_{\lambda k} = N_\lambda \qquad (1)$$

$$\sum_\lambda a_{\lambda k} \cdot n_{\lambda k} = s_k \qquad (2)$$

（2）供給者の行動

$$s_k = S_k(\pi_k) \qquad (3)$$

ここにπ_kは地価である。

（3）消費者の行動

$$n_{\lambda k} = \mathrm{argmax}\ V_\lambda(\{n\}) \qquad (4)$$

および　$a_{\lambda k} = \mathrm{argmax}\ U_{\lambda k}$　（5）

ここに　$U = U_{\lambda k}(a, \pi)$　は主体λが客体kを選択したときの効用である。またS_kの逆関数をΠ_kとするとき，

$$V_\lambda(\{n\}) \qquad (6)$$

$$= \sum_k \int^{n_{\lambda k}} U_{\lambda k}(a_{\lambda k}, \Pi_k(s_k))\, dn_{\lambda k}$$

（4）非負条件

$$n_{\lambda k} \geqq 0 \qquad (7)$$

$$n_{\lambda k} > 0 \text{ のとき } a_{\lambda k} > 0 \qquad (8)$$

ここで　$j \neq k$であるかぎり

$$\frac{\partial}{\partial n_{\lambda j}} U_{\lambda k}[a_{\lambda k}, \Pi_k(\sum_\mu n_{\mu k} a_{\mu k})] = 0 \qquad (9)$$

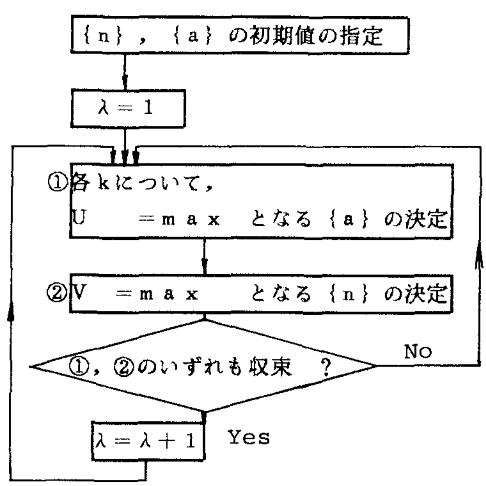
これは完全積分可能条件に他ならず，式（6）のVは　well−defined　である。このため式（4）を満足する解に対しては次の消費者均衡が成立する。

$$\begin{aligned} n_{\lambda k} > 0 &\Rightarrow U_{\lambda k} = {}^{\exists}U_\lambda \\ n_{\lambda k} = 0 &\Rightarrow U_{\lambda k} < U_\lambda \end{aligned} \qquad (10)$$

このように通常の最大値問題を解くことによって均衡解が得られるわけであり，これがこの定式化の大きな利点である。

当面する最大値問題にはいくつかの解法があるが，ここでは図1のフローチャートに従うことにする。

図1　最大値問題のフローチャート



式（4），（5）はすべてのλに亙る相互作用を含むので，図1の反復は，すべてのλについて解が変動しなくなるまで続けられる。

ステップ①においては{n}は固定されている。

このとき通常の問題では$U_{\lambda k}$の最大点は唯一である。また$a_{\lambda k}$はkについて順次に決定されるので，各段階で計算は一次元探索である。これを逐次二分割法で計算する。導関数＝0の条件をニュートン・ラフソン法等で求める方がもちろん収束が速いが，これはUの二階導関数までを必要とする。

ステップ②には勾配法を用いる。すなわち｛n｝空間の現在点から，非負条件が定める実行可能領域のすべての頂点のうち，Vの増加率の最も高い方向を選び出し，そのあとステップ①と同じ一次元探索を行う。

以上によって簡単な構造をもつアルゴリズムが作られる。これは効用関数および供給関数の関数値のみを使い，その導関数や積分を要しない。したがってこれらの関数の指定が自由であり，タフなプログラムが可能である。

4．試　算

第二章で述べたように，本研究は，需要関数を媒介とせず，均衡条件を明示的に扱う方法を模索するものである。この方法を実用化するためには、効用関数等の同定の手法を開発しなければならない。そしてそのためには，前述のアルゴリズムひいてはその基礎方程式の正しさを吟味しておかなければならない。この検討を深めることはまた同定手法の手がかりを捉えることにもつながるであろう。以下では一般性を失わない範囲でなるべく簡単な関数形を与えてアルゴリズムの検討を行う。複雑な関数形を与えても数値計算が特に面倒になるわけではないが，検討作業が手に負えないものになる虞れがある。

（1）　効用関数

ある特定の主体λが特定のカテゴリーkの土地を選んだとき，その効用は地価と面積の関数である。いま面積と取得費をそれぞれ横軸と縦軸とする平面上で等効用曲線を描くと，これは上に凸で右上がり単調になると考えられる。この曲線を対数関数で表すことにすれば，

$$U = \log\frac{a-\alpha}{\beta} - \frac{1}{\gamma}\pi a \qquad (11)$$

ここにα，β，γはλとkに依存する定数である。

一つの効用水準には一つの等効用曲線が対応するが，一本の等効用曲線上の点のうち実現するものは唯一である。この結果を先取りするならば，実現可能な点の軌跡（以下ではこれを選択曲線と呼ぶ）の関数形を予め与えることによって，式（5）を省略することができる。しかし，今後，実際の問題に均衡理論を適用しようとする場合には，ΛやKが全くの離散的集合ではなく，一定の数学的構造（例えば順序集合であるなど）をもつことが十分に予想される。このとき実現可能点の集合は複雑な超曲面を形成するので，この方法はかえって厄介になる可能性が高い。この理由から，基本アルゴリズムは最大点探索の形を保つことにする。

αは言うまでもなく居住可能面積の下限を規定するものである。γは選択曲線を上下に変化させるものであり，土地資質に対する付け値の弾力性を表す。次にβは選好性を示す。たとえば一つの主体の二つの客体に対する選択曲線が近接していても，βの差によって，同一の効用水準を与える位置が違い，これによって選択の傾向が規定される。

（2）　供給関数

供給量と地価を横軸と縦軸にとったとき，この曲線は一応右上がりと考えられる（いわゆるマークアップ説によるときは右下がりの曲線を考えなければならない。しかしこのときは，供給行動の明示的分析とりわけその時間領域での考察が本質的になると考えられるので，これを別の機会に譲り，以下では考えない）。

ここでは，もともと供給量には上限があることを顧慮して，供給関数を次のように与える。

$$\pi(s) = \frac{\tau}{(1-s/\sigma)^{\rho}} \qquad (12)$$

ここにρ，σ，τはkに依存する定数である。これらを適切に定めることによって，実質的にはすべてのケースに対応できる。例えば問題となる供給量の範囲で，地価がほとんど一定の場合や供給量に対してほぼ一次式で変化する場合などである。

以下の計算では，主体および客体のカテゴリー数‖Λ‖および‖K‖に対応して（‖Λ‖，‖K‖）問題と呼ぶ。例えば（1，m）問題は代替問題であり，（m，1）問題は競合問題である。‖Λ‖と

‖K‖がともに複数であるような混合問題では両者が相互作用をする。以下で代替問題および混合問題について計算を試みる。純粋の競合問題は簡単に計算ができるうえ，解がまちがいなく得られることが明らかなので計算を省略する。

計算の条件を次頁に表１で示す。なお簡単のためすべてのケースで$\alpha=0$，$\rho=1$とする。

表１の条件に対応する等効用曲線：$U_{\lambda k}=0$および選択曲線を，図２において，それぞれ実線および破線で与える。

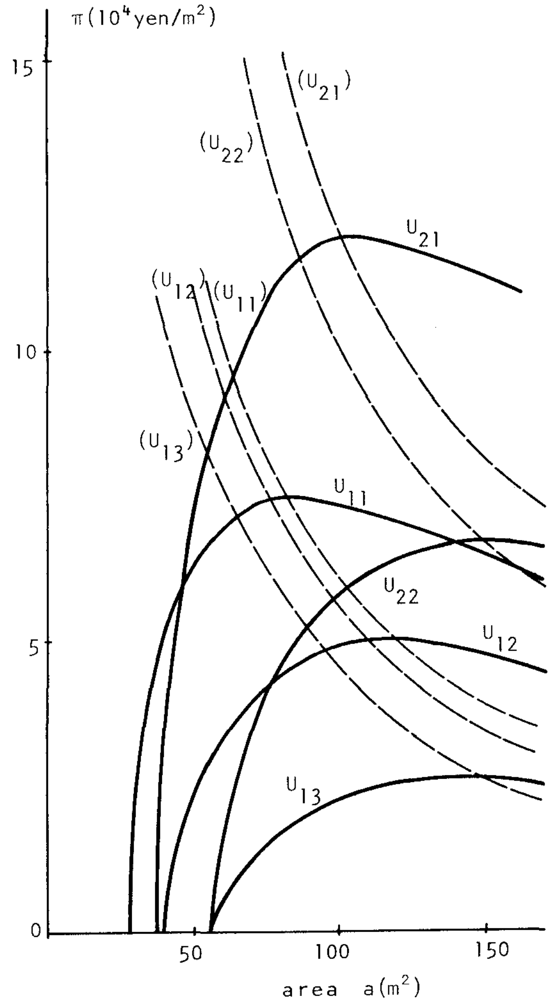


図２　等効用曲線および選択曲線

表１　計算の条件

		土地 1	土地 2	土地 3
σ (m²)		80,000	120,000	20,000
τ (万円)		22.5	15	100
主体１	β	30	40	55
	γ	600	550	400
主体２	β	37	55	
	γ	1200	1000	

単位：　β＝m²，γ＝万円

（３）　代替問題

先ず最も簡単な（１，２）問題を考える。一般にＮが小さいほど計算の収束性が良いことが明らかなのでここでは大き目にＮ＝１，４００として収束性を吟味する。初期条件を　$n_{11}=n_{12}=N_1/2=700$，　$a_{11}=a_{12}=100$ m²とした場合の解の変化の状況を図３に示す。

図中の太実線が｛n｝を表し，細実線が｛a｝を表す。横軸の目盛りは繰り返しのステップ数である。各ステップでは先ず｛a｝が修正され次に｛n｝が修正され，こうしてこれらは全体として交互に変化する。これを反映して点の位置は互いにずれて表示されている。

紙面の都合上，地価の表示は省略する。これはｎおよびａの変化に伴って変化するが，その収束は速やかであり，図のケースにおいても第３ステップでほぼ９　万円／m²に至り以後変化していない。

図で明らかなように本アルゴリズムの収束性は良好である。本ケースは需給が相当にタイトな場合であるにもかかわらず，６回の反復で解に達している。もともと汎関数Ｖの最大化を指針として計算を進めてゆく以上，収束の速さはｎとかａの誤差ではなくＶの変動の状況によって左右される宿命を本アルゴリズムはもっている。一般に変関数が真の解に近ずくと，汎関数の残差は変関数の誤差の２次のオーダーで微小になるため極端な高精度を期待することはできないが，１％程度の精度であれば容易に実現される。実用上はこれで十分であろう。

次に初期条件を，　$n_{11}=1,400$，　$n_{12}=0$　として計算したが，この場合にも収束性が少々良くなる他に差異は認められなかった。

図３－２）には効用関数 U_{11} と U_{12} の変化を実線で示す。ここで数値の絶対的な大きさには特別の含意はない。破線はステップ①での変動を示す。図で明らかなように，この変動の結果生じる効用の偏差はそのつど確実に相殺されており，ステップ②では等効用が実現している。これは等効用条件式（１０）を式（４）に転換したことの正しさを示すものである。

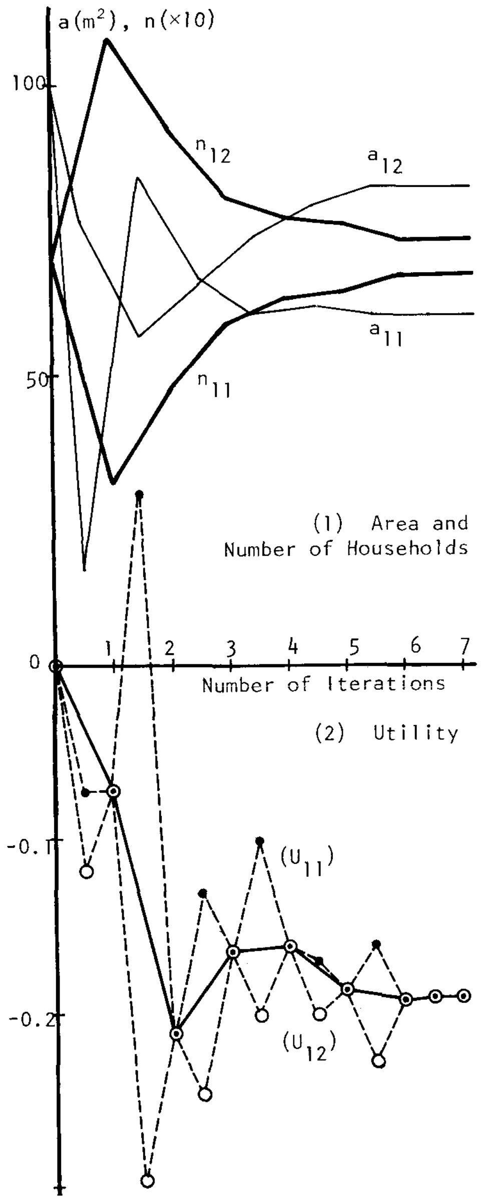


図３　（１，２）問題の解の収束

次に図４は（１，３）問題の計算結果である。Ｎ＝２００と比較的小さいため収束は速やかであり，このため目盛り幅を大きくとってある。自由度の数と制約条件の数との関係から，このケースでは非負条件がきいてくると予想される。カテゴリーｋ＝３は条件の悪い土地であるが，このときには確かに $n_{13}=0$ が結論されている。n_{11}，$n_{12}>0$，$n_{13}=0$ に対応して図４－２）においては $U_{11}=U_{12}>U_{13}$ となっており，消費者均衡の条件式（１０）を満足していることが確認される。なお第１ステップの直後では $U_{11}\neq U_{12}$ となり，一見等効用条件が破れたように見えるが，このときは，図４－１）に見るように，$n_{12}=0$ となっているのであり，式（１０）に反してはいない。

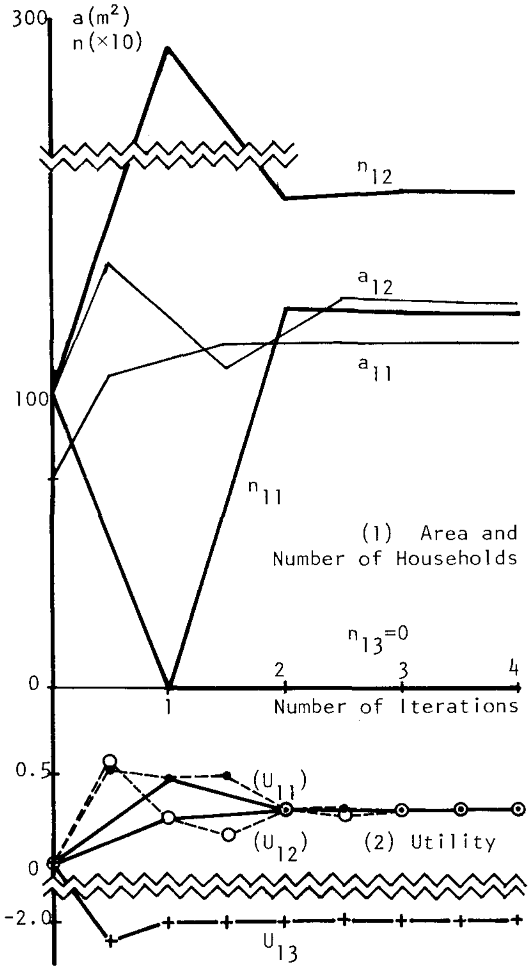


図４　（１，３）問題の解の収束

同様に，図５は $N_1 = N_2 = 200$ の場合の（２，２）問題の結果であって，やはり消費者均衡条件が成立していることがわかる。

５． 結 論

本研究によって以下のことがらが明らかとなった。

（１） これまで居住地選択行動の分析のパラダイムを与えてきた付け値概念に依拠する立地均衡理論について若干の考察をした。筆者の見解では，この理論は現象の最も基本的な法則である需給均衡をｉｍｐｌｉｃｉｔに扱っている点で特殊な定式化であると言わなければならない。なぜなら付け値は需給均衡によって形成されるものだからである。このアプローチも，然るべき現実の状況を背景にもっている限り正当化されうるが，現在の我が国の大都市圏では維持され難い。

（２） 均衡理論の実証的研究にとって最大の障害の一つは，需要関数および供給関数の計測が困難なことである。しばしば需要関数の代役に駆り立てられるところの“消費関数”なるものは，実は価格の通常の意味の“関数”ではありえない。この点，価格の関数であることが保証されている需要関数とは数学的性質を全く異にする。

（３） 需給均衡条件を明示的に扱う定式化に従ってプログラムを作成した。効用関数および供給関数を適当に特定化して試算を行い，解の決定能力と収束性および計算結果について考察した。得られたプログラムは所期の能力を具えていることが確認された。

６． 謝 辞

筆者が試みた定式化に対して，愛媛大学の柏谷先生より詳細な批評を頂き，得るところが多くあった。記して謝意を表したい。

７． 参考文献

〔１〕アロンゾ（折下功 訳）：立地と土地利用 ―地価の一般理論について―，朝倉書店，１９６６

〔２〕東原紘道：居住地選択行動の定式化に関する一考察―均衡理論―，土木計画学研究・講演集７，１９８５，ｐｐ．１３３―１４０

〔３〕藤田昌久・柏谷増男：住宅立地論へのプログラミングアプローチ，地域学研究第５巻，１９７６，ｐｐ．１０７―１３４

〔４〕斎藤光雄：一般均衡と価格，創文社，１９７３，第２章

〔５〕天野光三・阿部宏史：広域都市圏を対象とした活動立地モデルに関する研究，土木計画学研究・論文集２，１９８５，ｐｐ．１６５―１７２

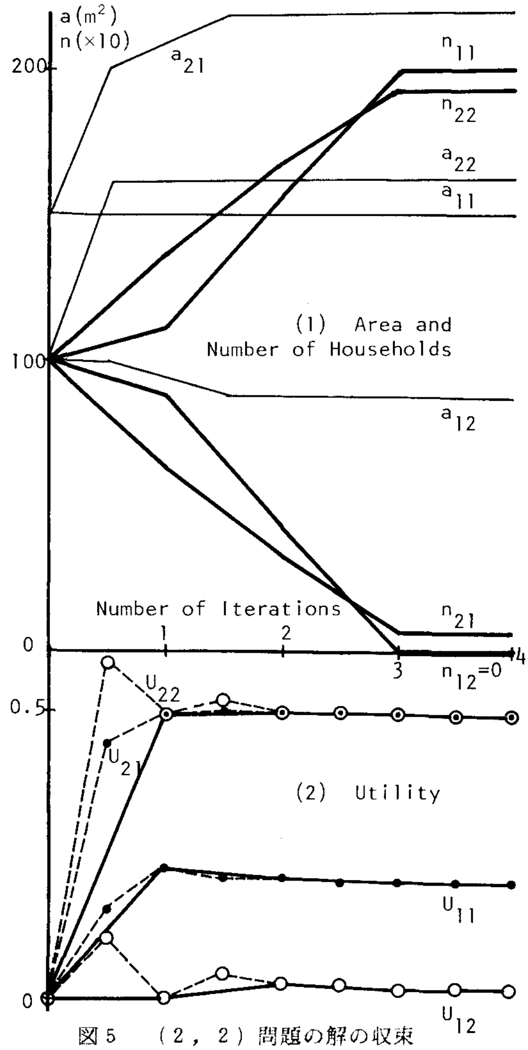


図５ （２，２）問題の解の収束