

Precedence Network/Man·dayモデルの開発に関する基礎的研究

A fundamental study on the development of
Precedence Network/Man·day model

山本 幸司*・福岡 敬介**・池守 昌幸***
By Koshi YAMAMOTO, Keisuke FUKUOKA and Masayuki IKEMORI

Two scheduling models have been developed for eliminating the weak points of PERT-type models. One is Precedence Network which permits 4 kinds of relations between activities and 2 kinds of time-lag values. The other is Man·day which treats daily resource assignment to each activity not as constant values but as variables. Finally these two models have been integrated into one scheduling model.

1. まえがき

一般に土木工事は、各作業の順序関係が一義的に決定できることからその施工工程のネットワーク表示が容易な工事と、作業間の順序関係が一義的に定まらないため施工工程がネットワークとしてうまく表現できない工事とに大別できる。このうち前者に対しては、その日程計画作成において、PERT に代表されるネットワーク型スケジューリングモデルが適用可能となるが、後者に対しては有効な手法がなく、各工事ごとにヒューリスティックな日程計画モデルを考えざるをえない。¹⁾

しかし、PERT も本来は土木工事の日程計画モデルとして開発された技法でないことから、「与えられ

た資源制約下で、工程ネットワーク上の各作業を適切な順序で実行し、可能な限り所要工期を短く、かつ、所要費用を低廉化する日程計画案を作成すること」²⁾ という土木工事の日程計画モデルが具備すべき要因を考えると、いくつかの本質的な問題点が挙げられる。本研究では、まず 2.において PERT 系モデルの問題点の一つである「各作業間の順序関係やネットワークの記述方法に自由度を欠く」という欠点を解決する技法として、Precedence Network を用いた日程計画モデルを提案する。次に、3.では「各作業に対する所要時間、所要資源量等に対する検討が不十分である」という欠点を解決する技法としてすでに筆者らが開発した MAN · DAY を変数とするヒューリスティックな日程計画モデル³⁾ の概要について述べる。そして 4.では、これを 2.で述べた Precedence Network の場合に拡張したヒューリスティックな日程計画モデル（これを本稿では、PN / Man · day という）を提案するとともに、簡単なプロジェクトネットワークへ適用することによってモ

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 土木工学科

** 学生員 名古屋工業大学大学院 土木工学科

*** 正会員 工博 名古屋工業大学教 授 土木工学科

ルの有効性を検討する。

2. Precedence Networkによるスケジューリングモデル——PN / Time

2.1 Precedence Network⁴⁾ の概要

従来のPERT系日程計画モデルでは、「各作業はその先行作業がすべて終了するまで開始できない」という一通りの順序関係しか認められず、作業間の時間遅れも存在しなかった。しかし、これでは実施工段階での複雑な作業順序関係に十分対応することができない。これに対してここで提案するPrecedence Networkは、FS, SS, SF, FFという4通りの順序関係と2種類の時間遅れの存在を認めたうえで、PERTと同様に、各作業の最早開始時刻ES, 最早終了時刻EF, 最遅開始時刻LS, 最遅終了時刻LFなどを算出する日程計画モデルである。しかしPrecedence Networkは、PERT/Timeの計算アルゴリズムを準用するモデルであるため、作業間の順序関係にLinear Flow GraphやGERTでは認められるfeedback loopが存在する場合には日程計算が不可能となる。なお、PERT/Timeは、「FS関係のみが許され、かつ、時間遅れが0」というPrecedence Networkの特殊な場合であるといえる。

2.2 PN/Timeのアルゴリズム⁵⁾

Precedence Networkによる日程計算はPERT/Timeと同様にForward PassによるES, EF値の計算とBackward PassによるLF, LS値の計算が主体となる。しかし、PERT/Timeでは各作業の中止を認めると所要工期が延びるのに対し、PN/Timeでは、作業中断が所要工期の短縮をもたらす場合もある。そこで、ここでは工程ネットワークを構成する各作業の中止の可否にかかわらず、適用可能な計算アルゴリズムを提案することにする。まず『何日以上でなければ開始できない』場合の時間遅れ及び『何日以内に開始しなければならない』場合の時間遅れの表記方法を次のように定義する。たとえばSF関係の場合、先行作業が開始した後n日以内に当該作業を終了しなければならない場合の時間遅れを $\overline{SF} = n$ と表わす。同様に先行作業が開始した後n日以上経過しなければ当該作業を終了できない場合

の時間遅れを $\underline{SF} = n$ と表わす。ここでまずForward Passの計算アルゴリズムについて説明する。Forward PassによってES, EFの値を求めるために着目しなければならない順序関係に基づいてSS, FSの順序関係を持つものをタイプ1, \overline{SS} , \overline{FS} の順序関係を持つものをタイプ2, 同様にしてFF, SFを持つものをタイプ3, \overline{FF} , \overline{SF} を持つものをタイプ4とする。これによってForward Passにおいては、これらの組み合せとして、 $\sum_{i=1}^4 C_i = 15$ 通りが考えられるが、ここでは紙面の都合上、タイプ1～タイプ4すべてを認める場合をとりあげ、すなわち最も汎用性のある場合についてES, EF, LS, LFの計算方法を説明する。ここで図-1に示したPrecedence型のネットワークにおいて作業B1の先行作業A1, A2, A3の最早開始時刻及び最早終了時刻はすでに算出されているとする。

[STEP 1] まず $S_{A1}S_{B1}$ 関係によって決定されている作業B1の最早開始時刻の候補値MXESを次のようにして求める。

$$MXES = ES(A1) + S_{A1}S_{B1} \quad (1)$$

さらに、 $\overline{F}_{A2}S_{B1}$ 関係が存在する場合の作業B1の最早開始時刻の候補値として次の2つの式を求めておく。

$$NWFES = EF(A2) \quad (2)$$

$$WWFES = EF(A2) + \overline{F}_{A2}S_{B1} \quad (3)$$

[STEP 2] STEP 1で求めたMXESとNWFES, WWFESの大小関係によって最早開始時刻の二次候補値MNES, MWESを以下のように決定する。

1) $MXES < NWFES$ の時,

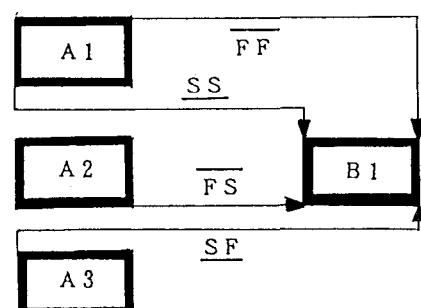


図-1 Precedence Networkの一例

$$MNES = NWFES \quad (4)$$

$$MWES = WWFES \quad (5)$$

2) $NWFES \leq MXES \leq WWFES$ の時,

$$MNES = MXES \quad (6)$$

$$MWES = WWFES \quad (7)$$

3) $WWFES < MXES$ の時,

実行不可能となる。

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1) \quad (18)$$

4) $MNES \leq MNEF$, かつ,

$MWES < MWEF$ の時,

中断を認めない場合には実行不可能となる。

中断を認める場合には, $ES(B1) = MNES$ (19)

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1)$$

$$+ MNEF - MNES \quad (20)$$

5) $MNES \leq MNEF, MWES \geq MNEF$, かつ,

$MWES < MWEF$ の時,

中断を認めない場合, $ES(B1) = MNEF$ (21)

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1) \quad (22)$$

中断を認める場合, $ES(B1) = MNES$ (23)

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1)$$

$$+ MNEF - MNES \quad (24)$$

6) $MNES \leq MNEF, MWES \geq MNEF$, かつ,

$MWES \geq MWEF$ の時,

中断を認めない場合, $ES(B1) = MNEF$ (25)

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1) \quad (26)$$

中断を認める場合, $ES(B1) = MNES$ (27)

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1)$$

$$+ MNEF - MNES \quad (28)$$

次に Backward Pass に関しても LF, LS の計算に際しても考慮しなければならない順序関係のうち, SS, SF 関係を持つものをタイプ 1, SS, SF 関係を持つものをタイプ 2, FS, FF 関係を持つものをタイプ 3, FS, FF の順序関係を持つものをタイプ 4 とすれば, Forward Pass の場合と同様に 15通りの組み合せが考えられる。そしてそのアルゴリズムも Forward Pass の場合と同様に考えられるので、紙面の都合上、ここではその説明を省略する。

さらに $\overline{F_{A1}F_{B1}}$ 関係が存在する場合の作業 B1 の最早終了時刻の候補値 MXEF を次のようにして求める。

$$NWEF = EF(A1) - DUR(B1) \quad (9)$$

$$WWFEF = EF(A1) + \overline{F_{A1}F_{B1}} - DUR(B1) \quad (10)$$

[STEP 4] MXEF と NWEF, WWFEF の大小関係により最早終了時刻の二次候補値 MNEF, MWEF を以下のように決定する。

1) $MXEF < NWEF$ の時,

$$MNEF = NWEF \quad (11)$$

$$MWEF = WWFEF \quad (12)$$

2) $NWEF \leq MXEF \leq WWFEF$ の時,

$$MNEF = MXEF \quad (13)$$

$$MWEF = WWFEF \quad (14)$$

3) $WWFEF < MXEF$ の時,

実行不可能となる。

[STEP 5] このようにして求めた MNES, MWES, MNEF, MWEF の大小関係によって作業 B1 の最早開始時刻及び最早終了時刻を求める。

1) $MNES > MWEF$ の時,

実行不可能となる。

2) $MWEF > MNES > MNEF$, かつ,

$$MWES > MWEF \text{ の時,}$$

中断を認める場合も認めない場合も,

$$ES(B1) = MNES \quad (15)$$

$$EF(B1) = ES(B1) + DUR(B1) \quad (16)$$

3) $MWEF > MNES > MNEF$, かつ,

$$MWES \leq MWEF \text{ の時,}$$

中断を認める場合も認めない場合も,

$$ES(B1) = MNES \quad (17)$$

3. MAN, DAY を変数とする日程計画モデル³⁾ — Man·day モデル

3.1 モデル化の前提

資源制約下における合理的な日程計画を作成するためには, PERT/Manpower のように各作業への投入資源量を固定的に与えるスケジューリングモデルでは不十分であり、これを変数として扱うモデルが必要となる。しかし個々の作業に対する日々の投入資源量と所要日数の組み合せは数多く存在するため、工程ネットワーク全体を考えると、このような資源

制約下の日程計画問題を整数計画法などの最適化手法によって定式化し厳密解を求めるることは事実上不可能である。このような考察をもとに MAN, DAY を変数とする日程計画モデルを開発したが、これは、比較的少ない計算手間で近似解を求める一種のヒューリスティックなモデルである。以下では、その概要を示すことにする。

いま各作業 j の遂行に必要な資源 i の延投入量を W_{ij} 、作業 j を開始後第 k 日めの資源 i の投入量を M_{ijk} 、作業 j の所要日数を D_j とおけば、一般に、

$$W_{ij} = \sum_{k=1}^{D_j} M_{ijk} \quad (29)$$

という関係が成立する。しかし M_{ijk} には当然上下限が存在し、ある値以上に増加すれば、もはやそれに伴う作業能力の向上および所要日数の短縮が期待できず、逆にある値以下では作業能力が極度に劣化したり作業が実行不可能となるであろう。そこで、上限値を最大投入量 M_{ij}^{\max} 、下限値を M_{ij}^{\min} とおけば、 M_{ijk} は次式を満たす範囲内で決定されなければならないことになる。

$$M_{ij}^{\min} \leq M_{ijk} \leq M_{ij}^{\max} \quad (30)$$

$$\sum_{j^*} M_{ijk} \leq M_i^a \quad (31)$$

ここに、 M_i^a ：任意時刻における資源 i の投入可能量

J^* ：任意時刻に実行中の作業集合

なお、数種類の資源が施工パーティを組み、そのいずれの資源が不足しても実行が困難となる作業に関しては、すべての資源に対して式(30)が成立しなければならない。また、コンクリート養生のように所要日数を変数と考えることのできない作業や施工パーティ単位で資源を割当るべき作業に関しては、 M_{ij}^{\max} 値と M_{ij}^{\min} 値を等しく設定すればよい。

以上により工程ネットワーク上のすべての作業に対して M_{ijk} が計算できることになる。

3.2 Man·day モデルのアルゴリズム³⁾

以上のような前提のもとに、投入資源の有効利用を考慮した日程計画モデルを作成するためには、

(1) 式(30), (31)という制約条件のもとで、 M_{ijk} の値を

具体的にどのような方法で算定すればよいか、

② 資源割当て上コンフリクトな状態に陥った作業群に対してどのような優先順位づけを行うか、
に関して検討する必要がある。以下ではこれらを中心いて、モデルのアルゴリズムを概述する。

1) 前処理計算プロセス

これはモデルに必要なデータを作成し、当初の PERT/Time の計算を行うプロセスである。本モデルでは、 D_j が M_{ijk} の値に応じて変化するため、 explicit に PERT/Time 計算を行う必要はないが、後述するように資源割当て上のコンフリクト作業群に対する優先順位づけの基準として各作業のトータルフロート TF、フリーフロート FF を算出する必要がある。このため、作業 j を M_{ij}^{\max} で実行するときの所要日数 D_j^{\min} に対して PERT/Time 計算を実施する。ここで D_j^{\min} を用いるのはあらかじめ最短工期を把握しておくためである。

2) 実行可能性検討プロセス

工程ネットワークの順序関係から各作業の実行可能性を検討するプロセスで、実行可能な作業とは先行作業がすべて完了したため日程的に着手可能状態となった作業およびすでに実行中の作業をいう。ここで各作業 j が完了したかどうかは各作業 j に対する延投入量 W_{ij} をすべて割当てたかどうかによって判断することができる。

3) 優先順位づけプロセス

資源割当て上コンフリクトな作業に対していずれの作業を優先すべきかを判断するプロセスである。当然工期を遅延する可能性の大きい作業に対して優先的に投入資源を割当るべきであり、ここではその判断基準として以下のようないくつかのレベルを考えることとした。

レベル 1：進行中で中断不可能な作業

レベル 2：TF 値が 0 の作業

レベル 3：施工パーティ単位で資源が必要な作業

レベル 4：進行中で中断可能な作業

レベル 5：後続作業の多い作業

4) 割当て予定量計算プロセス

投入資源の制約を考慮しない場合の当該日 k の実行可能作業群に対する割当て予定量は、投入資源量 M_{ijk} と区別するため $\overline{M_{ijk}}$ とおくこととする。 $\overline{M_{ijk}}$ の計算方法として本研究では、まず特に重要と考え

るべき作業を設定し、その作業数の多少によって算定式を変更する方法を考えた。具体的に本モデルでは、上述のレベル 1 および 2 に該当する作業を最優先作業と定義し、最優先作業群 J^{**} の M_{ij}^{max} の総和と M_i^a との比の最大値（これを rate とよぶ）によって M_{ijk} の計算式を変更することにした。rate の計算式ならびに $\overline{M_{ijk}}$ の計算式の一例は以下のとおりである。ここに W_{ij}^* は作業 j に対する資源 i の未割当て量であり、〔 〕はガウス記号である。

$$\text{rate} = \max_i \left(\sum_{j^{**}} M_{ij}^{max} / M_i^a \right) \quad (32)$$

$$M_{ijk} = \min \left([(M_{ij}^{max} + M_{ij}^{min})/2], W_{ij}^* \right) \quad (33)$$

5) 資源割当て及び関連処理計算プロセス

まず、指定された優先順位の高い作業から次式が成立するかどうかチェックする。

$$\overline{M_{ijk}} \leq M_i^a \quad (34)$$

そして式(34)が成立する場合は $\overline{M_{ijk}}$ を M_{ijk} に置きかえ、当該作業の W_{ij} および M_i^a をその分だけ修正する。

一方、式(34)が成立しない資源が生じたときはその資源 i に対して、

$$M_{ij}^{min} \leq M_{ijk} \leq \overline{M_{ijk}} \quad (35)$$

の範囲内で資源割当てを検討する。もし、式(35)をも満足できない場合は当該作業の実行が不可能となるため、作業 j が中断可能ならば当日の資源割当てを中止し、中断不可能な場合には作業 j を開始した時点まで日程をもどして、資源割当て方法を再検討することになる。逆にすべてのコンフリクト作業に $\overline{M_{ijk}}$ を割当てた後も M_i^a に余裕がある場合には、 M_i^{max} を越えない範囲で優先順位に従って余剰資源の追加配分を行う。

4. Man · day モデルを Precedence Network へ拡張したスケジューリングモデル——PN / Man · day

4.1 モデル化の前提

Man·day モデルは、3. で述べたように計算の手順が複雑であるため、ここでは PN/Time から直接 Man·day モデルに入るのではなく、まず中断日数およびトータルフロートの消化による山崩しによって与えられた資源制約を満足できるかどうかを判断し、やむをえない場合のみ、Man·day モデルへ移行する方法を考えることにする。このように、PN/Man·day は、PERT 系モデルの欠点を補うべく 2. および 3. で提案した 2 種類のモデルの一体化を試みるモデルである。ところで、Man·day の部分は 3.2 で述べたアルゴリズムをほぼそのまま利用できるため、以下では、異なっている部分を中心にモデルの内容を説明する。

4.2 PN/Man·day モデルのアルゴリズム

1) 前処理計算プロセス

ここでは PERT/Time 計算の代わりに PN/Time の計算を行う。

2) 実行可能性検討プロセス

Man·day モデルの場合、作業間の順序関係は時間遅れが 0 の FS 関係のみを認めたが、PN/Man·day モデルの場合、この他に SS, SF, FF 順序関係および時間遅れを満足しているかどうかのチェックが必要となっている。

3) 資源山積みプロセス

山積みを行うときには、割当予定量 $\overline{M_{ijk}}$ に最大投入資源量 M_{ij}^{max} を与えて山積みを行う。

4) 中断日数及び TF による山崩しプロセス

山積みを行った後、投入予定量が資源制約を越えている作業実施日を見つける。そしてまず中断日数の消化によってその部分の山崩しを検討する。それでも資源制約を越えてしまう場合には、TF の消化によって山崩しを行う。それでもなお資源制約を越えている場合には、5) 以降のプロセスへ進む。

5) 優先順位づけプロセス

3.2 の優先順位づけプロセスにおいてレベル 1 ~ 5 を提案したが、PN/Man·day モデルの場合、FF, SF 関係を持った先行作業は、後続作業が何であっても優先すべきであることを考慮し、これをレベル 1 として、3.2 でのレベル 1 ~ 5 を 1 つずつずらす。

4.3 対応事例に関する考察

図-3 に示すような作業数 10, 順序関係数 20 の工

程ネットワークならびに表一1のような作業特性値を持つ土木工事に本モデルを適用した結果が表一2(1)及び表一2(2)である。

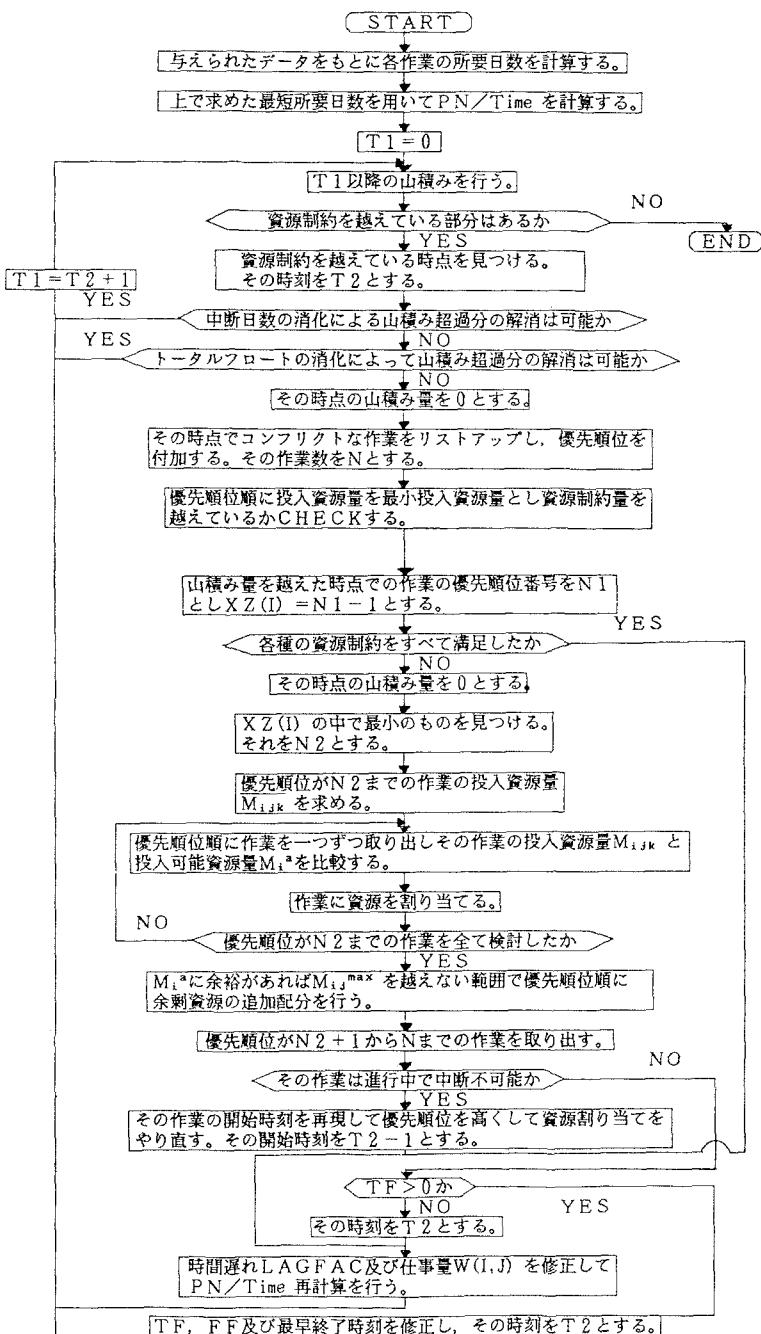
ここで延配分資源量とは、実際に各作業に配分された資源の総和である。

本モデルでは式(30)の制約のもとに資源割当てを行うため、当該作業の終了日における未割当量が M_{ij}^{min} 以下である場合には必要量以上に割当てられることになる。

また表一2(1)で作業2の10~12日の投入資源量が0であるのは、中断日数を消化しているためである。なお表一2(1)は資源1, 2および3の資源制約量がそれぞれ11, 14, 16単位/dayの場合であり、工期は49日となっている。同様に、表一2(2)は、資源1, 2及び3の資源制約量が、それぞれ17, 20, 20単位/dayと少しゆるくした場合であり、Man·dayのアルゴリズムが有効に機能して工期は41日に短縮している。この事例では資源制約が厳しい程、延配分資源量の値は大きくなっていることがわかる。なお本事例では図一2に示したアルゴリズムのうち、中断日数やTF値の消化による資源の山崩しは不可能であったため、ただちに Man·day アルゴリズムへ移行した。

5. あとがき

本研究は、従来のPERT系スケジューリングモデ



図一2 日程計画モデルのフローチャート

ルが土木工事の日程計画モデルとしては不十分であることを指摘するとともに、それを解決する技法として筆者らが個別に提案していた Precedence Network モデルならびに投入資源の有効利用を考慮したスケジューリングモデルの一体化を試みたものであり、一応この目的は達成したるものと考える。しかし、本モデルでは day-by-day に資源割当てを検討していく段階で Precedence Network としての 4 通りの順序関係と 2 種類の時間遅れに関する制約を満足できなくなるような場合が発生する可能性が強い。したがって、この問題に対してどう取組むかが今後の課題の一つとなる。

また、実際の土木工事への適用を試みるうえでは、
① 本モデルは施工計画のどの段階に有効か、
② PN の 8 種類の順序関係が実際問題としてどのような土木工事に存在するか、
③ M_{ij}^{max} と M_{ij}^{min} をどのような基準で算定するか、など、今後解決すべき問題も多い。なお本稿のコンピュータプログラムは、工事現場におけるマイクロコンピュータの利用を前提として BASIC 言語を用い、FM-11 によって計算処理を行ったが、現在はこれを大型コンピュータによる処理に拡張するため、FORTRAN に改訂中である。

参考文献

- 1) 山本幸司・池守昌幸：PERT 系スケジューリングモデルの改良・拡張に関する研究、名古屋工業

大学学報、第 34 卷、pp. 315~321、1982.

2) 矢野信太郎：土木施工システム論、pp. 112~116、鹿島出版、1971.

3) 山本幸司・吉川和広：MAN, DAY を変数とするヒューリスティックな日程計画法に関する一考察、土木学会論文報告集、第 256 号、pp. 49~58.

表-1 適用事例の作業特性値

作業番号	中断の可否	所要資源量					
		資源 1		資源 2		資源 3	
		W _{max}	W _{min}	W _{max}	W _{min}	W _{max}	W _{min}
1	1	48	6	3	40	5	3
2	0	48	4	3	60	5	3
3	0	42	3	3	42	3	2
4	0	63	7	3	54	6	4
5	1	8	2	2	12	3	2
6	0	56	7	3	40	5	3
7	0	48	4	2	60	5	2
8	0	30	3	3	50	5	3
9	0	54	6	3	63	7	4
10	1	20	5	3	20	5	3

注「1: 中断不可能」、「0: 中断可能」を意味する
W は W_{ij} , max は M_{ij}^{max} , min は M_{ij}^{min}
を表す

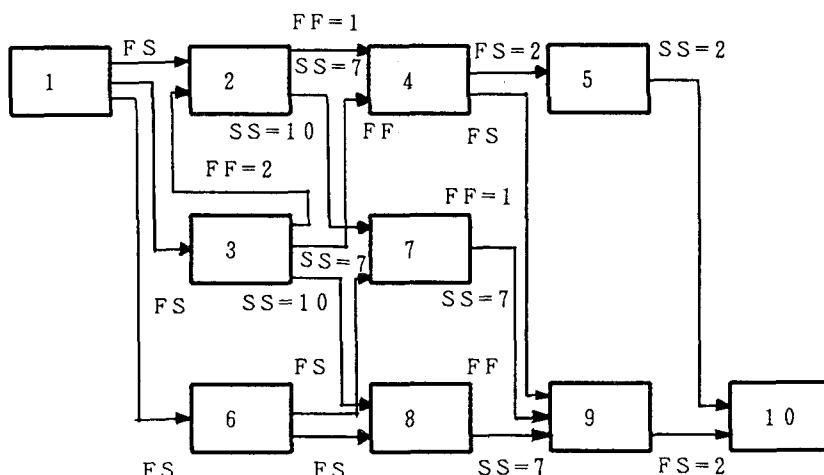


図-3 適用事例の工程ネットワーク

