

避航領域の確率論的取り扱いについて*

Probabilistic Description and Modelling of Effective Ship Domain

黒田 勝彦**・喜多 秀行***

By Katsuhiko KURODA and Hideyuki KITA

Since many uncertainties exist in process of ship handling, behaviour of sailing ships, especially in giveaway motion, vary in each cases. Taking this into account, this paper proposes a theoretical model of the effective ship domain in overtaking. The model gives spatial distribution of athwartship domain in overtaking under given circumstances, which can become an useful tool to analyze a traffic flow of ship and to determine capacity of channel. This model is based on navigator's choice of sailing course to maximize collision risk under encounter situation and estimation of collision risk as an uncertainty of course of overtaken ship. The results of accuracy of the proposed model show good fitness.

1. はじめに

(1) 概説

交通流を解析するにあたって、一般に、次の3つのアプローチが考えられる。その一つはマクロなアプローチとでも言うべきもので、交通の流れを一種の流体と考えてその現象の変化、推移を巨視的に表現しようとする波動理論に代表される方法である。他の1つは、交通流を構成する個々の車両相互間の動きにある規則性を仮定し、その挙動から交通流全体の挙動を明らかにしようとする追従理論に代表されるミクロなアプローチである。さらに、いま一つ

* キーワーズ：避航領域，意思決定モデル，衝突危険度，船舶交通流解析，海上交通容量

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部交通土木工学教室（〒606 京都市左京区吉田本町）

*** 正会員 工修 京都大学助手 工学部交通土木工学教室（〒606 京都市左京区吉田本町）

考えられるのが、ミクロなアプローチにおける車両相互間の動きに関する規則性を、個々の環境の下で運転者が行なう一連の意思決定の結果とみなして、その意思決定構造を置かれている運転環境と関連づけて記述することにより交通流の全体的挙動を把握しようとする、より一層微視的なアプローチである。交通流の挙動を個々の運転者の意思決定と関連づけて説明する試みはこれまでほとんど見当たらないが、これは道路交通流を構成する車両が操縦性能に富むため、運転操作はほとんど反射的行動といっても差支えなく、改めて分析するほどの差異が見られなかったためと思われる。ところが、船舶交通流では、船体運動のコントロールに時間的遅れが伴うため、操船行動には操船者の判断が大きく反映される。したがって、操船者の意思決定に基礎を置く交通流解析が有効な方法となってくる。

本研究は、輻輳水域における交通流の挙動に直接的に影響を与える避航時挙動から生成される避航領

域を、上述のアプローチによって解析しようとするものである。この避航領域は個々の環境の下での交通流の全体的挙動の記述や水路の交通取扱い能力を表わす実用交通容量算定の基礎となるが、その記述に際しては避航挙動の実態を正確に反映するものでなくてはならず、とりわけ人間である操船者が介在しているが故に生じるばらつきを確率分布として記述しておくことが望ましい。

これまで、避航領域は、主として航行実態観測結果を統計的に整理することにより求めようとする試み^{1)~3)}がなされてきた。しかし、これらの解析は避航領域のばらつきは認識しているものの、その形状を明らかにするというより領域の境界の設定基準に議論の主眼を置くものであり、また、解析データの中に非避航船のデータが混在しているという問題点があった。

他方、渡辺⁴⁾や藤井⁵⁾は、船体運動の不確実性に着目して避航領域の導出を試みている。ただ、この両者も避航領域が本来持つばらつきを明示的に記述することなく確定論的な取り扱いをしていること、ならびに、周囲の航行環境と関連づけたものでないという点で、実用交通容量算定に直接用いられるものではない。しかし、彼らのアプローチは、船舶の操縦性能に基づく衝突回避限界（あるいは避航限界）に関する研究^{6)~8)}や複数の船舶に対する一連の避航方法を論じた研究⁹⁾¹⁰⁾などと共に、避航領域を解析する上で有用な情報を与える。

(2) 本研究の構成

本研究では避航領域を解析する第一段階として、同航船に対する側方避航領域を算定するモデルを提案する。まず、2. では操船者の行動決定の基礎となる衝突危険度について説明し、先行船が変針ならびに逆転制動により減速する場合の追越し船の衝突危険度を航行位置と対応づけて求める方法を述べる。そして、3. で衝突危険度の空間的分布を念頭に置いて操船者の避航コース選択構造をモデル化することにより、ある一定の状況下における避航領域を導出する。4. では数値計算例と観測結果とを比較することによりモデルの現象説明力を検討する。5. は結論である。

2. 衝突危険度と衝突危険領域

(1) 衝突危険度と操船者の意思決定

操船者は避航に際し、自船の安全性や迅速性、経済性など種々の要因を勘案して最も望ましい避航コースを選定していると推察される。したがって、これらの要因からなる操船者の効用関数を知ることができれば、効用最大化行動として避航行動をモデル化することが可能であるが、現段階では極めて困難と言わざるを得ない。そこで、本研究では、操船者の不効用を、幅狭水域における避航という局面で最も卓越する要因と考えられる安全性の代替指標である衝突危険度の上で定義された関数と考え、追越し船の操船者は不効用が最小となるコースを選定して避航する、と仮定する。その際、衝突危険度には、操船者がこれ以上大きな危険は受入れられないため他の何を犠牲にしても安全性を確保したいと考えるような上限が考えられ、これを「最大許容衝突危険度、 $R_{\max}$ 」と呼ぶこととする。逆に安全性を高めることがそれ以上の経済性や迅速性の低下をもたらし、かえって不効用が増大するためこれ以上安全性を高める必要がないと考える下限もまた考えられ、「最小許容衝突危険度、 $R_{\min}$ 」と呼ぶ。幅狭水域において同航時に予想される危険は、先行船の変針や減速による自船への接近・衝突と、これを避航することによる第3船との衝突であるため、以下では、これらの事象が生起する可能性の確率表現をもって衝突危険度とする。

(2) 先行船が変針することによる衝突危険度

速度 V_2 、船長 L_2 の追越し船“2”が速度 V_1 、船長 L_1 の先行船“1”の右側を追越す場合を想定する。ある任意の時刻に、先行船が進路を変えるために回頭を始めたとし、図-1に示すように、回頭開始時の先行船の位置を座標原点、回頭開始から時間 t 後の先行船の位置を (X_1, Y_1) とする。船舶の変針時の航跡は近似的に円弧で表わされるものとし、計算の便宜上、 90° 回頭した後はその方向に直進するものと仮定する。今、先行船の回転半径を r とすると、時刻 t における先行船の位置 (X_1, Y_1) は次式で与えられる。

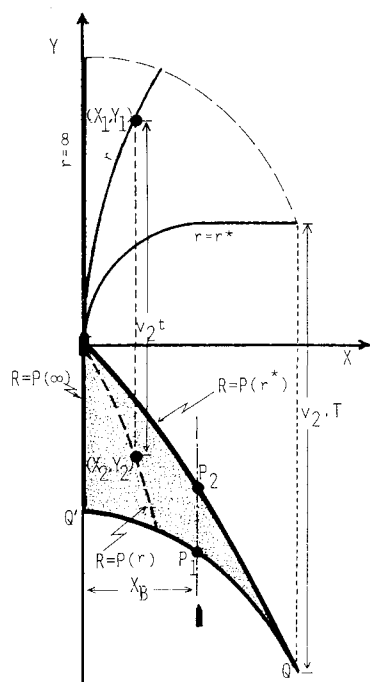
$$\begin{cases} X_1(t, r) = r \cdot 1 - \cos\left(\frac{V_1 t}{r}\right) \\ Y_1(t, r) = r \cdot \sin\left(\frac{V_1 t}{r}\right) \end{cases} \quad \text{for } \frac{V_1 t}{r} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} X_1(t, r) = r + V_1 \left(t - \frac{\pi}{2} \frac{r}{V_1} \right) \\ Y_1(t, r) = r \end{cases} \quad \text{for } \frac{V_1 t}{r} \geq \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

一方、自船は先行船の回頭と同時に避航のため回頭を開始できるわけではなく、ある一定の時間 T の間直進してしまう。この時間 T は、先行船が回頭し始めてから操船者がそれに気付くまでの認識遅れ時間 τ と、転舵発令後実際に回頭を始めるまでの時間遅れ T_c の和であり、さらに、 T_c は船舶の追従性指数 T_{c1} と操舵時間 T_{c2} の和と考えられる。衝突はこのような避航の遅れに起因すると考えるわけで、渡辺⁴⁾が示しているように、先行船が進路を変更して $t \leq T$ なる時刻に $\{X_1(t), Y_1(t)\}$ に進出してくる場合、先行船が回頭を始めた瞬間に、自船が

$$\begin{cases} x_2 = x_1(t, r) \\ y_2 = y_1(t, r) - v_2 t \end{cases} \quad t \leq T \quad (2)$$

示される位置 (X_2 , Y_2) を航行しているならば、必ず衝突に至る。逆に、(2) 式の位置 (X_2 , Y_2) を航行する自船が時間 t 後に先行船と衝突する可能性は、先行船の進路変更の可能性によって定まる。この可能性を回転半径が r 以下になる確率 $P(r)$ で



図一 1 衝突危険度と衝突危険領域

評価することになると、 (X_2, Y_2) を航行する自船の衝突危険度 R は $R = P(r)$ で与えられる。

(2) 式からわかるように、 X_2 , Y_2 は t の関数であるため、 $0 \leq t \leq T$ の範囲の t に対して (X_2, Y_2) は図-1の破線で示すような軌跡を描く。この軌跡を、衝突危険度が $R = P(r)$ である等リスク線と呼ぶこととし、現実には起こり得る r の範囲 $r^* \leq r \leq \infty$ に対応する等リスク線を描くと、図-1の太い実線で囲まれた「衝突危険領域」が得られる。自船がこの領域の外側に航行する限り先行船と衝突する危険は生じない。

さて、追越し船の操船者にとって最も関心があるのは、図-1の衝突危険領域の下側の境界線（ $t = T$ に対応する包絡線）である。なぜなら、先行船に対する側方間隔を一定に保持しつつこの領域に進入して先行船を追越そうとする場合、当該コース上で衝突危険度が最も高い点がこの境界線上に存在するからである。したがって、ある $X = X_B$ なるコース上を航行する追越し船にとって最大の衝突危険度 $R(X_B)$ はこの境界線上の点 P_1 の衝突危険度で規定される。ここで、 X_B は、

$$X_B = X_1(t=T, r) \quad (3)$$

により、 r の一価関数として与えられているため、

$$r = X_1^{-1}(T, X_B) \quad (4)$$

とすると、 $R(X_B)$ は結局、

$$R(X_B) = \int_{r^*}^{X_1^{-1}(T, X_B)} p(r) dr \quad (5)$$

となる。ただし、 $p(r)$ は r の確率密度関数であり、
 舵角 δ の確率密度関数 $p(\delta)$ から、

$$\delta = \frac{L}{K' r} \quad (6)$$

なる関係を介して与えられる。ここに、 L は船長、 K は無次元化された旋回性指数である。

ところで、2 船が接近した場合、流体力の作用によって吸引現象が発生するため、それ以内に近づけば衝突が避けられないとみなされる、ある側方距離 W_s を設定する必要がある。本研究では、西日本港湾運航技術研究会¹¹⁾ による Ship Clearance の算定法に基づき、この距離 W_s を、

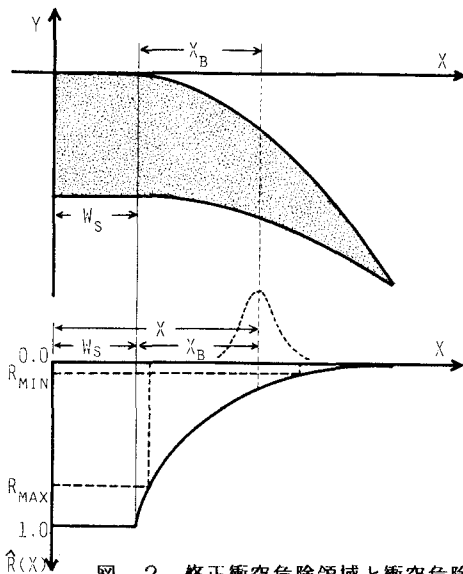


図-2 修正衝突危険領域と衝突危険度

$$W_S = 0.4(L_1 + L_2) \quad (7)$$

で求めることとする。この吸引が瞬間的に起こると考えると、 $X \leq W_S$ の範囲では必ず $R = 1.0$ とみなすことができるため、新たに、

$$X = X_B + W_S \quad (8)$$

とし、 $\hat{R}(X)$ を次式で定義する。

$$\begin{cases} \hat{R}(X) = 1.0 & \text{for } X < W_S \\ \hat{R}(X) = \int_{r^*}^{X_1^{-1}(T, X)} p(r) dr & \text{for } X \geq W_S \end{cases} \quad (9)$$

$\hat{R}(X)$ で規定される衝突危険領域を新たに修正衝突危険領域と呼ぶ。なお、実際には外力条件や操船時の認識・予測に係わる不確実性が存在するため、追越し船が先行船の側方のある位置 X を目指して航行したとしても実現する船位 X' は ϵ だけずれ、

$$X' = X + \epsilon \quad (10)$$

となると考えられる。そこで、ずれの確率密度関数を $f(\epsilon)$ とし、これを考慮すると、 X を目指した場合の期待される衝突危険度 $\tilde{R}(X)$ は、次式で与えられることになる。

$$\tilde{R}(X) = \int_0^\infty R(X+\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \quad (11)$$

(3) 自船が減速することによる衝突危険度

船舶が逆転制動をかける場合、針路が不安定となり衝突の危険を生ずる。そこで、制動をかけた自船が他船の前方に進出してしまう可能性を衝突危険度と考えれば、制動発令後の航跡とその航跡が実現する確率を知ることにより、変針による衝突危険度と全く同様に解析しうる。よって、以下では、上述の航跡とその生起確率のみを明らかにし、その他の部分は(2)で示した方法によるものとする。

神戸商船大学港湾運航技術研究会¹²⁾には、機関逆転制動時の速度は時間に対してほぼ直線的に減少し、その航跡は円弧に近い滑らかな曲線であることが示されている。渡辺⁴⁾は、これより「速さは一定の加速度 α で減じ、同時に進行方向は一定の角速度 ϕ で変化する」との仮定をおき、制動開始から時間 t 後の船舶の位置 (X_a, Y_a) を、

$$\begin{cases} X_a = \frac{V}{\psi}(1 - \cos\psi t) + \frac{\alpha}{\psi^2}(\psi t \cos\psi t - \sin\psi t) \\ Y_a = \frac{V}{\psi}\sin\psi t + \frac{\alpha}{\psi^2}(1 - \cos\psi t - \psi t \sin\psi t) \end{cases} \quad (12)$$

と表わしている。ここに、 ϕ は $0 \leq \phi \leq \phi_{\max}$ の範囲の値をとるが、どの ϕ の値が出現するかは「まったく気まぐれ」¹²⁾な状態であるため、変針避航の際の回転半径とは異なりその生起確率は一定値をとるものと仮定する。よって、逆転制動をかけた後に角速度 ϕ なる航跡をとる確率 $p(\phi)$ は、

$$p(\phi) = \frac{1}{\phi_{\max}} \quad (13)$$

で与えられる。

以上より、(2)における(1)式の代りに(12)式を、(7)式の $p(r)$ の代りに(13)式の $p(\phi)$ を用いることにより、減速による衝突危険度と衝突危険領域が同様の手順により算定可能となる。

3. 周辺の航行環境と避航コースの選択

(1) 避航コースの選択基準

(2)では、ある1隻の先行船に対する衝突危険度の算定法を示したが、幅狭水域で避航操船を行う際には、当面の避航対象となっている先行船以外に、周辺を航行する船舶(以下、第3船と呼ぶ)に対しても安全を確保することが要請される。そこで、先行船を避航する際に、それに対する衝突危険度を考慮しなければならない第3船が存在するか否かの別

の回頭角 θ と回転半径 r は一定として解析を進めるが、この条件をはずすことは容易である。

2. でも述べたように、他船との衝突の危険は変針ならびに減速による針路不安定に起因するものと考えている。衝突危険領域の大きさは変針によるもののほうが大きいため、通常は変針による衝突危険に関して避航コースの検討を行えばよい。ただし、既に追越した先行船に対して、追越し船はその存在を十分認識していると考えて差支えないため、この場合については減速に起因する衝突危険を考えておけばよい。

図-4に示すように航路に固定した座標系 $X-Y$ を設定し、先行船"1"、追越し船"2"、第3船"3"は、それぞれ速度 V_1 、 V_2 、 V_3 で航路と平行に航行するものとする。船"1"の変針による船"2"に対する修正衝突危険領域の下側境界線上で衝突危険度が $R_{\min}$ である点(以下、 $R_{\min}$ 点と呼ぶ)と船"1"との X 軸方向の距離を s_{s1} 、 Y 軸方向の距離を r_{s1} とする。また、船"3"の船"2"に対する衝突危険領域の $R_{\min}$ 点に関する同様の距離を s_{s3} 、 r_{s3} とし、船"2"の減速による衝突危険領域の $R_{\min}$ 点に関するものを s_{a2} 、 r_{a2} とする(これらは2.の議論に沿って求めることができる)。そうすると、船"3"が船"1"を避航する船"2"の避航コースに影響するための必要条件の1つが

$$X_3 - X_1 < s_{s1} + s_{s3} \quad (14)$$

であることは明らかであろう。

さて、各船の動きは時刻 t を媒介にして $X_1(t)$ 、 $Y_1(t)$ 、……、と記述することとすると、図-4に記した船"2"に関する以下の時刻、

- t_1 : 船"1"の $R_{\min}$ 点を通過する時刻
 - t_2 : 船"1"を追越して回頭を始める時刻
 - t_3 : 回頭角が θ に達し回頭を終える時刻
 - t_4 : 船"1"が $R_{\min}$ 点を通過する時刻
 - t_5 : 船"3"を追越すコースにのるため回頭を始める時刻
 - t_6 : 船"3"の $R_{\min}$ 点を通過する時刻
- において、各船の位置は互いに以下の関係にある。

$$\begin{cases} X_2(t_1) = X_1(t_1) + s_{s1} \\ Y_2(t_1) = Y_1(t_1) - r_{s1} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} X_2(t_4) = X_1(t_4) + s_{a2} \\ Y_2(t_4) = Y_1(t_4) + r_{a2} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} X_2(t_6) = X_3(t_6) - s_{s3} \\ Y_2(t_6) = Y_3(t_6) - r_{s3} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} X_2(t_3) = X_2(t_2) - r(1 - \cos\theta) \\ Y_2(t_3) = Y_2(t_2) + r \sin\theta \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} X_2(t_4) = X_2(t_3) - V_2 \cos\theta(t_4 - t_3) \\ Y_2(t_4) = Y_2(t_3) + V_2 \sin\theta(t_4 - t_3) \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} X_2(t_5) = X_2(t_4) - V_2 \cos(t_5 - t_4) \\ Y_2(t_5) = Y_2(t_4) + V_2 \sin(t_5 - t_4) \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} X_2(t_6) = X_2(t_5) - r(1 - \cos\theta) \\ Y_2(t_6) = Y_2(t_5) + r \sin\theta \end{cases} \quad (21)$$

(15)~(21)式を連立させて解くと、 $t = t_1$ における船"3"と船"1"の Y 軸方向の相対距離 Y^* は X 軸方向の相対距離 X^* の関数として、

$$\begin{aligned} Y^* = & \frac{\sin\theta}{\cos\theta} X^* + (V_1 - 1)t_{14} + r_{a2} + r_{s3} \\ & + \{s_{a2} + s_{s3} - r(1 - \cos\theta)\} \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\ & + r(1 - \cos\theta) \frac{r\theta}{V_2} \end{aligned} \quad (22)$$

$$t_{14} = \frac{1}{V_2 - V_1} [r_{a2} + r_{s1} + r(\theta - \sin\theta) - \frac{(1 - \sin\theta)}{\cos\theta} \{s_{s1} - s_{a2} - r(1 - \cos\theta)\}]$$

と表わされる。すなわち、船"1"から X^* の間隔を隔てて航行する第3船は、船"2"が船"1"の $R_{\min}$ 点を通過する時点で Y^* (X^*)より手前の位置を航行する限り船"2"の避航コースに影響を及ぼすことになる。

なお、 X^* の大きさによっては、追越し後回頭角が θ に至る以前に再回頭して航路と平行な針路に戻すコースとなるが、この場合も(18)~(21)4を修正するのみで、同様にして影響する位置の範囲を知ることができる。

以上の結果と(1)で得られた結果より、第3船の位置が与えられた場合、それに対応する避航コースを求めることが可能となる。

4. モデルの妥当性の検討

提案したモデルにより算定される避航領域の計算

値を観測結果と比較することにより、モデルの現象説明力を検討することができる。ただし、これまでの議論から算定される避航領域は、先行船、追越し船、第3船がそれぞれある特定の船型と速度を有し、かつ、先行船と第3船がある特定の位置関係にある場合に対するもので、いわば非集計的な値であるため、観測データと比較・検討するためには、集計レベルに合わせて集計化する必要がある。すなわち、到着時間間隔の分布と航路幅方向の航行位置分布から第3船がある特定の位置に存在する確率を求め、この確率分布と避航領域の分布とをたまたみ込むことにより第3船の位置に関して集計された避航領域が得られる。また、航行船舶の速度分布や船型構成分布を知ることにより、それぞれの船舶の速度や船型に関しても同様に集計された避航領域を算出できる。

図-5は第3船の航行位置に関してのみ集計した結果の一部で、航路幅1000m、時間交通量40隻の航路上の船長100mの追越し船と80mの先行船に対して計算された避航領域の分布である。計算に際し、船位のばらつき ε の確率密度関数は $N[0, \sigma_\varepsilon^2]$ に従うものとし、 σ_ε の値は西日本港湾航技術研究会¹³⁾に示された航行船舶の横偏位の片振幅 σ_a と関連づけて設定した。また、舵角の分布 $p(\delta)$ は指数分布を仮定して設定し、操船の遅れ時間 T は、発令から回頭開始までの遅れ時間 T_{c1} がその大部分を占めると考えられるため、 T_{c1} に等しいとし、標準的な値を設定した。逆転制動時の α と最大角速度 $\phi_{\max}$ は、藤井¹⁴⁾に示されている横方向のずれの最大値4Lと非常制動距離10L、および、停止までに要する時間と特性時間の関係から逆算して求めた。さらに、許容衝突危険度の最大値 $R_{\max}$ と最小値 $R_{\min}$ については、前者はOSHICOP-モデル¹⁵⁾¹⁶⁾により求められる避航失敗確率を参考として 10^{-2} とし、後者はこの値が水路の衝突事故確率に反映していると考えて 10^{-4} とした。ただし、 $R_{\max}$ については、その設定値が結果的に避航領域の大きさにほとんど影響しないことがわかってい

との段階まで集計した結果と観測結果とを比較した一例である。ただし、観測データにおいて避航船と非避航船を判別することが困難であるため、本図では、筆者らが先に報告した方法¹⁷⁾を用いて航過距離分布に変換したものを比較しているが、現象を良く再現している様子が示されていると言えよう。

図-5の破線は従来の提唱値を示すものであるが、提案したモデルから計算した側方避航領域は、従来の側方領域の提唱値3.2Lより若干小さいものとなっている。この原因の一つは、従来の提唱値が非避航船が混在するデータから求められたためと考えられるが、図-6に見られる計算値と観測値の一致の良さは、この推論の妥当性に一つの根拠を与えるものと考えている。

以上より、本モデルは、設定した条件下ではある

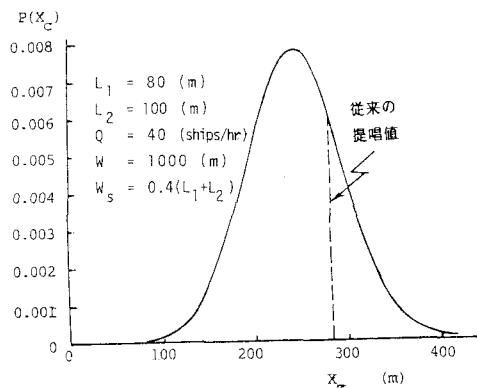


図-5 側方避航領域分布の計算例

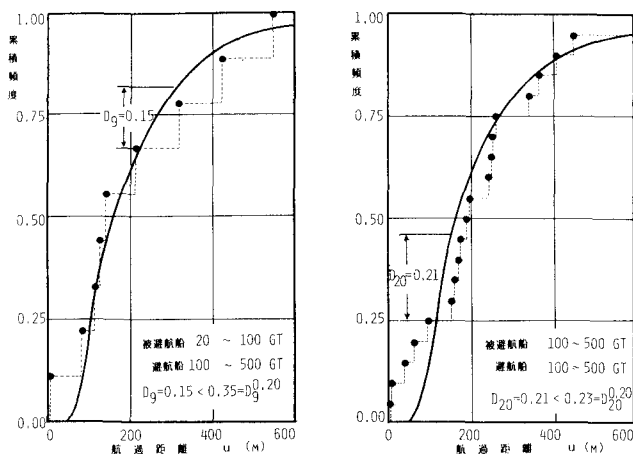


図-6 船型ランク別航過距離累積分布の計算値と観測値の比較

図-6は、避航領域を船型ランクご

程度の現象再現性を有しているものと考えられる。

5. おわりに

本研究は、交通流の挙動を操縦者の意思決定のレベルにまで踏み込んで解析しようとする試みの第一歩として、船舶交通流における避航領域のモデル化を行ったものである。本研究で得られた結果は以下のとおりである。

- 1) 避航操船の際の操船者の意思決定プロセスとそれに基づく避航コースの選択行動を、安全性の代替指標である衝突危険度を用いてモデル化した。
- 2) 避航操船時の船体運動と避航操船プロセスに内在する種々の不確実性の双方を考慮に入れた形で、操船者が持つ衝突危険度を定量化した。
- 3) モデル化された避航コースの選択行動を介して船舶交通流と航行水路の諸特性から同航時の側方避航領域を算定するモデルを開発した。
- 4) 上述のモデルにより算定した避航領域の計算値と従来の提唱値ならびに実態観測結果とを比較することにより、モデルの妥当性を検討した結果、良好な現象説明力が見られた。

しかしながら、提案したモデルには、例えば複数の先行船をあらかじめ船群として認識し、その全体に対して避航を行なうといった操船者の大局的判断は組込まれていないため、評価尺度の検討を含めてこのような状況をも考慮し得るようにモデルの拡張を図る必要がある。また、集計化の過程で何重にもわたる確率分布のたたみ込みに比較的長い演算時間を要するため、プログラムの効率化を行うことなどが今後の課題として残されている。

最後に、避航操船のモデル化に際して有益な御議論をいただいた神戸商船大学の井上欣三助教授、ならびに、実態観測データに関してお世話になった運輸省港湾技術研究所システム研究室の方々に謝意を表する次第である。

<参考文献>

- 1) 藤井ほか：船舶の避航領域について，日本航海学会誌，No. 35，pp. 71～76，1966
- 2) 杉崎昭生：閉塞領域の一考察，日本航海学会論文集，No. 48，pp. 147～154，1972
- 3) E. Goodwin：A Statistical Study of Ship Domains, J. of Navigation, vol. 28, No. 3, pp. 97～117, 1983
- 4) 渡辺健次：後方閉塞領域の導出とその例（第1報），船舶技術研究所報告，vol. 3, No. 5, pp. 53～57，1966
- 5) 藤井弥平：避航領域についての一考察，日本航海学会誌，No. 44，pp. 49～58，1970
- 6) 鞠谷宏士：船の衝突回避限界について，日本航海学会誌，No. 36，pp. 87～90，1967
- 7) 原 潔：避航開始距離について，神戸商船大学紀要，No. 18，pp. 25～34，1971
- 8) 杉崎・大津：運動学的に見た衝突現象－Ⅰ，日本航海学会論文集，No. 50，pp. 85～90，1973
- 9) 今津・小山：避航開始時機の決定について，日本航海学会論文集，No. 70，pp. 31～37，1974
- 10) 長澤 明：避航を考慮した海上交通シミュレーション，航海，No. 80，pp. 28～34，1984
- 11) 西日本港湾運航技術研究会：航路計画調査－長大航路における航路幅員決定法について－，pp. 130～134，1977
- 12) 神戸商船大学港湾運航技術研究会：瀬戸内海航路の余裕水深と航路幅員に関する調査報告書，pp. 37～48，1964
- 13) 前出 11)，pp. 69～140
- 14) 藤井弥平：序説海上交通工学，pp. 35～39，1971
- 15) 黒田・喜多：船舶衝突確率の推定モデル，土木学会論文報告集，No. 339，pp. 187～194，1983
- 16) 黒田・喜多：OSHICOP-モデルによる航路整備と航行規制効果の検討，土木学会論文報告集，No. 343，pp. 111～119，1984
- 17) 黒田・喜多：分布としての避航領域と航過距離分布の解析，日本航海学会第71回講演会講演概要，p. 1，1984