

共役性理論を基礎とした交通配分モデルについて*

An Unified Traffic Assignment Model :
Its Derivation from the Random Utility
Model by the Theory of Conjugacy

宮城俊彦**

by Toshihiko MIYAGI

小川俊幸***

and Toshiyuki OGAWA

The purpose of this paper is first to clarify that the relationship between entropy and utility maximization approaches are far more fundamental than that has been believed so far, and that both approaches are essentially identical and two different representation methods of the same problem. The conjugate dual approach that has been taken in this paper gives us more rigorous and general results to interpret this relationship than any one that presently exists.

This paper also concerns the derivation of an unified traffic assignment model consistent with the random utility framework in which the user optimized equilibrium assignment model and the probabilistic assignment model are unified significantly by mediation of a trade-off parameter, and proposes the parameters estimation method based on the conjugate theory.

1. はじめに

現象記述型の交通量配分モデルは大きく決定モデルと確率モデルに分類することができるが、それらは、Wardrop均衡配分法¹⁾²⁾とDial法³⁾によって代表されよう。両者の違いは、前者が完全経路情報仮説のもとでの利用者最適化行動を表現し、また、経路費用への混雑効果を考慮しているのに対し、後者は経路に対する利用者の不完全情報を前提とし、さらに一定費用下での経路選択行動をモデル化している点にある。したがって、両者は異なる行動仮説に立脚した異なるモデルであった。

* キーワーズ: 交通量配分、ランダム効用理論、エントロピーモデル、共役性理論

** 正会員 工博 岐阜大学講師 工学部建設工学科 (〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

*** 学生会員 岐阜大学工学研究科大学院 土木工学専攻 (同上)

ところで、近年、新しい選択理論として注目されているランダム効用理論によれば、経路選択行動は経路の測定しうる効用(マイナス費用)と測定しえない効用(誤差項)によって説明できることになるが、この場合、ランダム効用モデルは確率配分モデルに含まれる仮定を反映していると考えることができる。したがって、ランダム効用モデルはランダム効用の大きさの程度によって、決定的経路選択モデルを表現したり、確率的経路選択モデルを表現することが可能であると予想できる。また、現実の経路選択行動は全く決定的でもなければ、全く確率的でもなく、その中間に位置するものと考えるのが妥当である。したがって、このような状況を反映できる経路選択モデルが望まれる。

本研究の主要な目的は、上述のような現実を記述するモデルがランダム効用理論より共役性理論を用いて誘導できることを示すことである。結果として得られる経路選択モデルはFiskによって提案された

配分モデル⁴⁾と等価になる。FiskモデルはWardrop均衡配分法とDial法を統一的に表現したモデルであるが、モデルの行動論的背景がなく、また、モデルにおいて重要な役割を果たすトレード・オフ・パラメータの行動論的意味づけが不十分である。本研究では、Fiskモデルのもつこれらの欠点を解消するとともに、トレード・オフ・パラメータについて理論的、実証的にその性質を明らかにしている。また、トレード・オフ・パラメータを含むモデルパラメータの推定法についても共役性理論に基づく新しい方法を提案する。

2. ランダム効用モデルと満足度関数

(1) 加法的ランダム効用モデルと満足度関数
次式に示す加法的ランダム効用モデルを仮定する。

$$\tilde{U}_j = V_j + \tilde{y}_j, \quad j \in J \quad (1)$$

ここに、

$\tilde{U}_j$: 経路jの全効用

V_j : 経路jの測定可能な効用

$\tilde{y}_j$: 経路jの測定しえない効用

J : 利用可能経路集合 ($|J| = J$)

なお、記号「 $\sim$ 」はその変量が確率変数であることを表す。このとき、個人の効用最大化行動は次式の選択確率公式を与える。

$$P = \text{Prob.}[\tilde{U}_j > \tilde{U}_k; \forall k \neq j] \quad (2)$$

ところで、誤差ベクトル $\tilde{y} = \{\tilde{y}_j\}$ の確率分布関数を $G(y)$ とおくと、全効用 U の確率分布関数は、

$$\begin{aligned} \text{Prob.}[\tilde{U} \leq X] &= \text{Prob.}[\tilde{y} \leq X - V] \\ &= G(X - V) \end{aligned} \quad (3)$$

として与えられる。したがって U の極値の分布は

$$\text{Prob.}[\max_j \tilde{U}_j \leq z] = G(Z - V) \quad (4)$$

となる⁵⁾。なお、 Z はすべて同じ要素 $\{z\}$ をもつ J 次元ベクトルとして定義している。それゆえ最大効用の期待値は、次式で定義できる。

$$E[\max_j \tilde{U}_j \leq z] = \int_{-\infty}^{\infty} Z dG(Z - V) \quad (5)$$

ここで、期待最大効用関数(5)を満足度関数と呼ぶことにし、次式のように定義する。

$$S(V) = E[\max_j \tilde{U}_j \leq z] \quad (6)$$

さて、各々のランダム効用が次式に示すようなGumbel分布に従い、互いに独立で同一の分布をもつと仮定する。

$$G(y) = \exp\{-\exp(-\alpha(y - \beta))\} \quad (7)$$

ここに、 β はモードを示す位置パラメータであり、 α は、分散に関するスケールパラメータである。このとき、 $\tilde{y}_j$ の期待値と分散は次式で与えられる⁶⁾。

$$E[\tilde{y}_j] = \beta + \gamma / \alpha \quad (8)$$

$$V[\tilde{y}_j] = \pi^2 / 6 \alpha^2 \quad (9)$$

ここに、 γ はオイラー定数である。

また、 $S(V)$ は次式で与えられる。

$$S(V) = \frac{1}{\alpha} \ln \sum_j \exp(\alpha V_j) + \beta + \gamma / \alpha \quad (10)$$

各々の誤差項の期待値を0とするように β の位置を定めるならば、式(8)、(10)より

$$S(V) = \frac{1}{\alpha} \ln \sum_j \exp(\alpha V_j) \quad (11)$$

を得る。

本研究では式(11)の満足度関数を中心に議論を進めることとする。

(2) 満足度関数の諸性質

満足度関数は種々の興味ある性質をもつが、ここでは本研究に関連する性質のみを列挙する。

[1] 線形変換に対する不変性

$$S(V_1 + a, V_2 + a, \dots, V_J + a) = S(V) + a$$

[2] 微分特性

$$\partial S(V) / \partial V_j = P_j \geq 0$$

[3] 凸性

$S(V)$ は V に関し凸関数である。

[4] 極限特性

$$\lim_{V_j \rightarrow \infty} S(V) = V_j$$

これらのうち、特に重要なのが[1]である。満足度関数がこの性質をもつならば、その導関数によって選択確率が与えられることは、Williamsによって証明されている⁷⁾。たとえば、式(11)の満足度関数に対しては、

$$P_j = \frac{\partial S(V)}{\partial V_j} = \frac{\exp(\alpha V_j)}{\sum_j \exp(\alpha V_j)} \quad (12)$$

として選択確率公式が誘導できる。

満足度関数は式(1)の効用関数のもとの効用最大化の結果を表現したものであり、間接効用関数の一種である。また、個々の選択行動の期待値であるから、巨視的な選択行動の指標といえる。

3. 共役性理論に基づく交通配分モデルの誘導

この節ではランダム効用理論とエントロピーモデルの基本的な関係について説明し、ランダム効用モデルのフレームの中でエントロピーモデルが誘導できること、エントロピーは行動論的には個人の選択に伴う余剰を表していること、そしてモデルパラメータの推定法について説明する。この場合、重要な役割を果たすのが共役性理論であり、前に示した満足度関数とエントロピーとは互いに共役な関係にあることが示される。

(1) 共役関数の定義

共役関数は関数のもつ共役性の性質から自然に誘導される関数である。共役性とは、同一の曲線とか曲面が2つ方法で表現できることを表す概念である。すなわち、1つは点の集合の軌跡として、別の方法は接線勾配の包絡線として同一の関数が表現できる。この概念を拡張して表現したのが図-1である。図において、(a)は凸関数を点の集合で表現している(エピグラフと呼ばれる)のに対し、(b)は同じエピグラフが、そのエピグラフを支える包絡支持平面の共通集合で表現できることを表している。

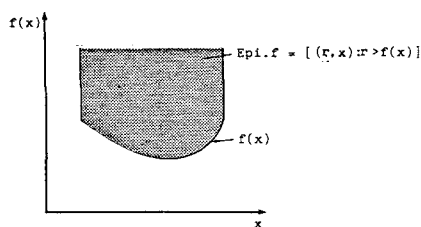


Fig.1(a) Epigraph of $f(x)$

Another way of
viewing of Epi. f

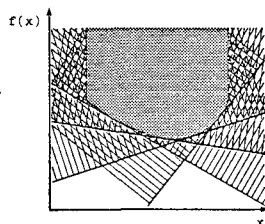


Fig.1(b) Basic Idea of Conjugacy:
Intersection of Hyperplanes

こうした共役性概念を反映して、共役関数の定義式は次式で与えられる²⁾。

[定義] 凸関数 $f(x)$ およびすべての共役変数 $x^* \in X^*$ に対し、

$$f^*(x^*) = \sup_{x \in X} \{ \langle x^*, x \rangle - f(x) \} \quad (13)$$

あるいは、

$$-f^*(x^*) = \inf_{x \in X} \{ f(x) - \langle x^*, x \rangle \} \quad (14)$$

で定義される関数 $f^*(x^*)$ を $f(x)$ の共役関数と呼ぶ。なお、

$$X^* = [x^* : \sup_{x \in X} \{ \langle x^*, x \rangle - f(x) \} < \infty] \quad (15)$$

である²⁾。

満足度関数 $S(V)$ において、 V は点変数に対応している。一方、選択確率は[性質2]より明らかなように接線変数である。したがって、共役性理論によれば、満足度関数は選択確率のみで表現される等価な関数に変換できる。

(2) 二項選択問題への共役性理論の応用

共役性理論を直観的に理解するために、最も単純な二項選択問題を考えてみよう。このとき、満足度関数は次式で与えられる。

$$S(V_1, V_2) = \frac{1}{\alpha} \ln \{ \exp(\alpha V_1) + \exp(\alpha V_2) \} \quad (16)$$

[性質1]より、式(16)は次のように変形できる。

$$S(V) = S(V_1 - V_2, 0) + V_2 \quad (17)$$

$V_1 - V_2 = V$ とくと、[性質2]より、

$$\frac{\partial S(V, 0)}{\partial V} = P_1 \quad (18)$$

であり、また[性質4]より

$$\lim_{V \rightarrow +\infty} S(V, 0) = V \quad (19)$$

が成立する。

今、 $S(V, 0)$ の曲線を横軸に効用差 V 、縦軸に S をとり、 $V_2 = 0$ となる断面で描いたのが図-2(a)である。この図において、 $S(V, 0)$ の共役関数を求めることは、与えられた V^* に対し、すべての V について、 $\{ V V^* - S(V, 0) \}$ の上限値を求めることを意味する。ところで、 $V V^* - k = r$ は、切片 k をもつ直線の方程式(より一般的な場合、超平面の方程式)を与えるので、 k の変化に伴い $V V^* - k = r$ の解 (k, r) は、傾き V^* をもつ平行な直線群を与える。したがって、切片が $-S^*$ のとき、

$VV^* - S^* = r$ は、 $S(V, 0)$ に接する支持直線(平面)を与え、 $-S^*$ は $\{VV^* - S(V, 0)\}$ の上限値である。種々の V^* に対して $-S^*$ の軌跡を描くことによって、共役関数を得ることができる。ところで、与えられた V に対応する $S(V, 0)$ の傾きは、選択確率 P_1 を与えるので、横軸に V 、縦軸に P_1 をとり、種々の V に対応する $S(V, 0)$ の傾きをプロットすると、図-2(b)の選択確率曲線を得ることができる。 $V=0$ のとき、2つの径路の選択確率は等しく $1/2$ である。 V が正の方向に増加するにしたがい $S(V, 0)$ の傾きは増加しつづけ、漸近的に $S=V$ に近づく。したがって、選択確率は1に漸近する。逆に V が負の方向に大きくなると、 S の傾きは次第に小さくなり、横軸に漸近する。したがって、図-2(b)のようなS字曲線を得る。次に、種々の共役変数 V^* に対応した切片の値、すなわち、 $-S^*(V^*)$ を描いてみよう。後でみるように、共役変数は選択確率 P_1 に対応しており、それゆえ、 $-S^*$ は選択確

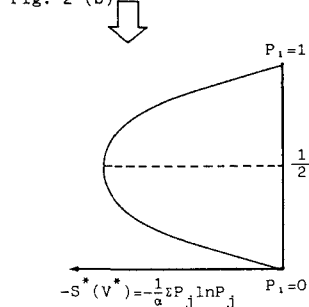
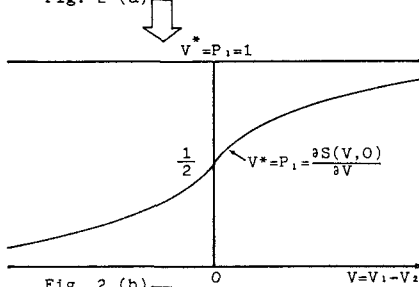
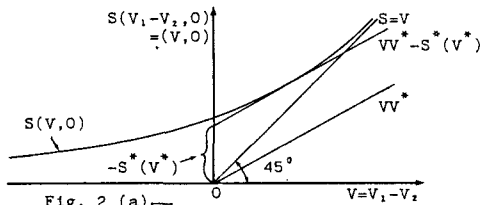


Fig. 2 (c)

率を縦軸にして描かれる。このとき、 $-S^*$ のグラフは図-2(c)で示される。図(c)は、図(a),(b)より次のようにして求められる。まず、 $V=0$ のとき、 $P_1=P_2=1/2$ であり、また、支持直線の切片の値は最大値をとる。 V が負の方向に大きくなると、 S の傾きは小さくなり、 P_1 が小さくなるとともに、切片の値も小さくなり、やがて0になる。逆に V が正の方向に大きくなると P_1 は大きくなるが、切片の値は小さくなり、 $S=V$ の点で切片の値は0となる。したがって、図-2(c)のようなグラフを得る。この最後のグラフは一見してエントロピー曲線と類似のものであることが理解できよう。事実、式(16)の満足度関数の共役関数を求めると、 $-S^*$ はエントロピー $-(1/\alpha) \sum P_j \ln P_j$ に一致することが証明できる。ここで注意すべきは、図-2の3つのグラフは、式(16)の関数形に依存しないということである。すなわち、前掲した満足度関数の諸性質を満たすならば、満足度関数は、常に図-2(c)のような曲線に変換できるという興味深い事実である。

(3) 満足度関数とエントロピーモデルの共役対応

式(11)の満足度関数に対応した共役関数を求めてみよう。定義式(14)より、

$$-S^*(V^*) = \min_V \{ S(V) - \sum_j V_j V_j^* \} \quad (20)$$

式(20)より、

$$V_j^* = \frac{\exp(\alpha V_j)}{\sum_{j \in J} \exp(\alpha V_j)} = P_j \quad (21)$$

$$\sum_j V_j^* = 1 \quad (22)$$

が求まり、最適解 $\hat{V}$ は、式(21)を満足する V として与えられる。このとき、最適値関数は、

$$\begin{aligned} -S^*(V^*) &= -\frac{1}{\alpha} \sum_j V_j^* \ln V_j^* \\ &= -\frac{1}{\alpha} \sum_j P_j \ln P_j \end{aligned} \quad (23)$$

となり、エントロピーの定義式に一致する。したがって、次の共役対応を得る。

$$\frac{1}{\alpha} H(P) = S(\hat{V}) - \sum_j \hat{V}_j P_j (\hat{V}_j) \quad (24)$$

ここに、 $H(P) = -\sum_j P_j \ln P_j$ とおいっている。

ところで、式(24)において、 $\sum_j V_j P_j$ はトリップを

行う全母集団によって知覚される選択の平均効用を表しているのに対し、満足度関数で与えられる平均値は、全母集団のうち実際に経路を選んだ人によって知覚される選択経路の効用平均値を表しており、当然のことながら後者の方が常に大きな値を示すことになる。したがって、両者の差として表される $H(P)/\alpha$ は実際に経路を選択した人によって知覚される「トリップの余剰の期待値」を表すものと解釈できる。

次に、式(20)で与えられる共役関数の共役をとることを考えてみよう。共役性理論によれば、凸関数の共役関数の共役を求めると元の関数に戻ることが知られているが⁹⁾、次の最適化問題はこの対応関係が真であることを示すものである。すなわち、 $S^*(V^*) = -(1/\alpha)H(P)$ は誘導された式より凸関数であり、その共役関数は次の最適化問題で与えられる。

$$S^*(V) = \max_p \{ \sum_j P_j V_j - (-\frac{1}{\alpha} H(P)) \} \quad ; \sum_j P_j = 1 \quad (25)$$

式(25)において、 $S(V)$ の共役変数 V^* を P としていることに注意する。このとき最適解は、

$$\hat{P}_j = \frac{\exp(\alpha V_j)}{\sum_j \exp(\alpha V_j)} \quad (26)$$

で与えられ、そのときの最適値関数は

$$S^*(V) = \frac{1}{\alpha} \ln \sum_j \exp(\alpha V_j) = S(V) \quad (27)$$

となり、元の満足度関数に一致する。したがって、次の共役対応を得る。

$$S(V) = \sum_j V_j \hat{P}_j + \frac{1}{\alpha} H(\hat{P}) \quad (28)$$

式(25)で表現される最適化問題は、よく知られたエントロピー最大化問題と等価であり、したがって、エントロピー最大化問題は、効用 V_j が与えられているときの測定可能な効用の期待値と期待余剰の合計値を最大化する問題、いいかえれば、全効用の期待値を最大化する問題であると説明できる。そして、効用最大化の結果としての選択確率は、ランダム効用モデルより導かれる選択確率式と全く同じものである。従来のエントロピー最大化モデルでは、式の形式としては式(26)と同じであるが、 V_j にかかる係数 α がラグランジュ未定乗数であり、その点でランダム効用モデルとの整合性がとれていなかった。

その点、共役性理論によって導かれるエントロピーモデルではこの問題を解決している。エントロピーモデルは満足度関数を単に別の変数で置き換えたものにすぎないという共役性の概念を理解するならば、これは当然のことといえよう。

(4) 均衡確率配分モデル

(3)においては、個人の選択行動のモデル化を考えてきたが、ここではトリップ数が T の場合を考え、個々のトリップの満足度関数が $S(V)$ で与えられるものと仮定しよう。このとき、全トリップの満足度関数は $TS(V)$ で与えられる。今、ゾーン ij 間のトリップ数を T_{ij} とし、対応する満足度関数を $S_{ij}(V)$ とおくならば、 S_{ij} は次式で与えられる。

$$S_{ij} = \frac{1}{\alpha} \ln \sum_{r \in R_{ij}} \exp(\alpha V_r^{ij}) \quad (29)$$

ここに、 V_r^{ij} はゾーン ij 間の経路 r の効用であり、以降においては $V_r^{ij} = -C_r^{ij}$ とおく。また、 R_{ij} はゾーン ij 間の利用可能経路集合である。

このとき、全トリップの満足度関数は $\sum_i \sum_j T_{ij} S_{ij}$ で与えられ、式(25)に対応する最適化問題は次式で与えられる⁹⁾。

$$\begin{aligned} \max. & -\frac{1}{\alpha} \sum_i \sum_j \sum_r T_{ij}^{ij} \ln T_{ij}^{ij} - \sum_i \sum_j \sum_r T_{ij}^{ij} C_r^{ij} \\ \text{s.t.} & \sum_{r \in R_{ij}} T_{ij}^{ij} = T_{ij} \end{aligned} \quad (30)$$

ここに、 T_{ij}^{ij} はゾーン ij 間の r 番目経路を利用するトリップ数である。

これまで、式(30)における費用項は、与えられているものとして定数値として扱ってきた。しかし、混雑現象が経路利用者数に影響を与える場合には、混雑の影響を取り入れたモデル化が望ましい。混雑現象を考慮したモデル化を行うため、以下のように式を展開する。

まず、ネットワークにおけるリンク交通量と経路交通量の基本関係式を導入する必要がある。

$$f_l = \sum_i \sum_j \sum_r \delta_{l,r}^{ij} X_{ij}^{ij} \quad (31)$$

ここに、

X_{ij}^{ij} : ゾーン ij 間の経路 r を利用するカートリップ数で、 $X_{ij}^{ij} = k T_{ij}^{ij}$ (k は平均乗車率) で与えられるものと仮定する。

f_l : リンク l の利用数

$\delta_{l,r}^{ij}$: 径路行列の要素

式(31)を用いるならば、総費用項は次のように変形できる。

$$\begin{aligned}\sum_i \sum_j \sum_r T_r^{ij} C_r^{ij} &= \sum_i \sum_j \sum_r T_r^{ij} (\sum_l \delta_{l,r}^{ij} C_l) \\ &= \frac{1}{k} \sum_l f_l C_l\end{aligned}\quad (32)$$

ここに、 C_l はリンク l の平均費用出ある。ここで、 C は、個々のトリップが経験する径路費用の累積和から求められる平均値であるとの考え方により、次に示す式で与えられる¹⁰⁾。

$$C_l = \frac{1}{f_l} \int_0^{f_l} B_l(f) df \quad (33)$$

ここで、 $B(\cdot)$ はリンク l の走行費用関数である。式(32)、(33)を式(30)に代入することによって、次の最適化問題となる。

[均衡確率配分モデル(Equilibrium Stochastic Assignment Model: ESA Model)]

$$\begin{aligned}\min. & \frac{1}{t} \sum_i \sum_j \sum_r T_r^{ij} \ln T_r^{ij} + \frac{1}{k} \sum_l \int_0^{f_l} B_l(f) df \\ \text{s.t.} & \sum_r T_r^{ij} = T_{ij} \\ & f_l = \sum_i \sum_j \sum_r \delta_{l,r}^{ij} T_r^{ij}\end{aligned}\quad (34)$$

目的関数において、 α は式(8)で示したように径路の不確実性に関係するパラメータであり、分散が大きくなれば α は小さくなり、目的関数の第一項が支配的になり、上述のモデルは確率配分モデルを与える。逆に、分散が小さくなれば α が大きくなり、 $\alpha \rightarrow \infty$ になると、目的関数より第一項が除かれ、上述の配分モデルはWardrop均衡配分法を記述することになる。現実の交通現象は両者の中間にあると予想でき、したがって、 α をいかに推定するかが重要な問題となる。

(5) モデルパラメータの推定法

個人 i の測定しうる効用 V_j^i が、 k 個の属性変数ベクトル $Z_k = \{Z_{jk}^i\}$ とパラメータベクトル $\theta = \{\theta_k\}$ の関数で与えられるとき、パラメータ θ を推定する問題は式(20)の満足度関数の共役関数を求める問題で表される。なぜならば、式(20)の解は式(21)で示されるように、選択確率に矛盾しない測定可能効用関数を求める問題に他ならないからである。このと

き、共役変数、すなわち、個人 i の選択確率 P_j^i が与えられていることが前提である。しかし、個人の選択確率を求めることはかなりのデータ数を必要とする。一回の調査のみによって得られる選択行動は、個人 i が径路 j を選んだか、あるいは選ばなかったかを示すデータのみである。このような状況のもとでのパラメータ推定問題は式(20)をもちいて次のように定式化できる。

$$\begin{aligned}\min_{\theta} L(\theta) &= \sum_{i=1}^N \ln \sum_{j=1}^J \exp(\alpha V_j^i(\theta, Z)) \\ &\quad - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \Delta_j^i \alpha V_j^i(\theta, Z)\end{aligned}\quad (35)$$

ここに、 N は調査された個人の数、 Δ_j^i は個人 i が径路 j を選択するとき「1」、その他の場合「0」となる変数である。

V_j^i に対し、次のような線型効用関数を用いる場合を考えてみる。

$$\alpha V_j^i(\theta, Z) = \alpha \theta_{oj} + \sum_{k=1}^k \alpha \theta_k Z_{jk}^i \quad (36)$$

$\alpha \theta_{oj} = \beta_{oj}$, $\alpha \theta_k = \beta_k$ において、式(35)の最適解が満足すべき条件を求めると、

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_{oj}} = \sum_i \sum_j P_j^i(\hat{\beta}) - \sum_i \sum_j \Delta_j^i = 0 \quad j=1 \cdots J \quad (37)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_k} &= \sum_i \sum_j P_j^i(\hat{\beta}) Z_{jk}^i - \sum_i \sum_j \Delta_j^i Z_{jk}^i = 0 \\ &\quad k=1 \cdots K\end{aligned}\quad (38)$$

で与えられる。式(37)、(38)は最尤推定法を用いた場合の結果と全く同じ結果を与える。

4. 計算手法と適用例

この節では、実際にネットワークに配分することと模擬データからパラメータを推定することによって、これまでの議論、すなわちパラメータ α は径路選択の不確実性に関係していることを裏づけする。また、共役性理論に基づくパラメータ推定法において得られるエントロピーを、情報量に関係づけて考察する。

(1) アルゴリズム

ネットワークの混雑現象を考慮した確率配分モデル(ESA)を解く有効な手法が、PowellとSheffiによって提案されている。この方法では、各反復時点 m でのリンクフローベクトルを次のように求める。

$$f^{m+1} = f^m + \lambda_m d^m \quad (39)$$

ここに、 $\lambda_m = 1/m$ 、 $d^m = y^m - f^m$ で与えられ、 y の要素は次式で求められる。

$$y_i = \sum_j \sum_r \delta_{ijr} \frac{\exp(-\alpha C_r^{ij})}{\sum_r \exp(-\alpha C_r^{ij})} \quad (40)$$

したがって、 y は Dial 法を用いて求めることができる。 $\alpha > 0$ ならば、ESA の目的関数は厳密な凸関数であり、したがって、Powell & Sheffi 法は収束することが証明されている¹¹⁾。

(2) 数値実験による α の性質の検証

ここで、図-3 のような単一 OD ペアの模擬ネットワークを仮想し、分布交通量 100 を Powell & Sheffi 法で配分した。このときの各経路費用とパラメータ α の関係を図-4 に示した。 α が小さいとき、すなわち分散 σ^2 が大きいと考えられるとき、各経路費用のパラツキが大きいが、 α が大きくなるにつれ各経路費用が Wardrop 均衡時の利用経路費用 20.4 に近づくことがわかる。

(3) 効用関数のパラメータ推定例

パラメータ推定に用いたデータは、C. Daganzo によって与えられた 3 経路選択問題の 50 人のデータである¹²⁾。すなわち、個人が考える各経路走行時間 t_j^i と実際の選択経路がデータとして得られたとする。ここで次のような線型モデル(モデル 1)、非線型モデル(モデル 2)を想定する。

(モデル 1)

各経路の効用を $V_j^i = a_j - t_j^i$ とする。 α 倍すれば

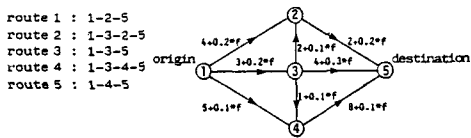


Fig.3 Simulative Network and Each Link Cost

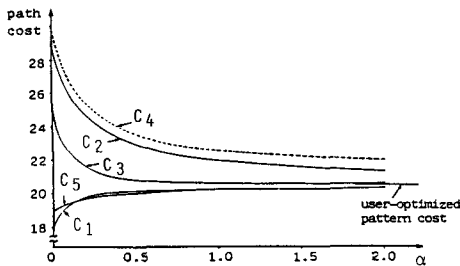


Fig.4 Route Cost and Value of Parameter α

$$\alpha V_j^i = \alpha (a_j - t_j^i) = \beta_j + \beta_0 t_j^i$$

このとき、 β_j は、それぞれの相対的な差が選択確率に影響を与え絶対量は直接には関係しない。したがって $\beta_0 = 0$ と固定する。

(モデル 2)

各経路の効用を $V_j^i = -(t_j^i)^\beta$ とする。

両モデルとも式(35)~(38)より、最適解の満足すべき条件は、非線型連立方程式となるので Newton-Raphson 法などにより解くことができる。推定結果を表-1 に示す。

これらの推定結果より、共役性理論を用いればモデルが線型であっても非線型であってもパラメータを推定することができ、また、分散に関するパラメータは 0.346, 0.348 となる。プログラムの停止基準による誤差のため少数点 3 桁目は信頼性に乏しいので、これらの数値はほぼ同じ値と考えてよいであろう。

推定されたパラメータを用いて式(35)によって計算されるエントロピーは次のように考察できる。まず、個人すべてが完全にランダムに経路選択しているとすれば、すべて、 $P_j^i = 1/3$ であり、エントロピーは最大値 54.931 となる。次に、データに基づき選択確率を計算すると、 $P_1 = 0.28$, $P_2 = 0.58$, $P_3 = 0.14$ となり、このときのエントロピーは 47.831 となる。このとき、減少したエントロピーは、データによってもたらされる情報量を表していると思われる。また、モデル 1, 2 によって算出されるエントロピーは、上で求められたエントロピーより小さく、この減少したエントロピーは各経路費用がもたらす情報量を表していると思われる。この解釈に基づけば、モデル 1, 2 とも同じ適中率であるが、エントロピーが小さい(モデル 1)の方がより多くの情報量を組み込んでいると期待でき、モデルとしては(モデル 1)の方が望ましいと判断できる。

Tab.1 Estimation Results

MODEL 1	β_0	β_1	β_2	β_3	Entropy	Hit R. (%)
	-0.346	0.000	0.413	0.310	32.859	72
MODEL 2	α	β			Entropy	Hit R. (%)
	0.348	0.999			33.836	72

5. 今後の課題

本研究では、ランダム効用理論を基礎とし共役性理論を用いれば、現実の交通をうまく説明できる配分モデルが誘導できることを示した。この配分モデルが、Wardrop均衡を再現したり確率配分を再現したりすることが可能であることは、模擬ネットワークへの配分からも明らかとなった。しかしながら、パラメータ推定に関する問題が、今後の課題として残った。まず第一に問題になるのが、パラメータの統計的仮説検定に関する問題である。この点については、エントロピーの大ききで評価する方法が考えられ、本研究でも、その考えに基づく1つの試案を示したが、さらに理論的根拠を明確にする必要がある。第二は、 α を含むモデルパラメータの推定が経路データに基づいて行なわれている点である。現実の大規模ネットワークには複数ODペアの交通フローが混在しており、本研究において使用したような経路データを得ることは非常に困難である。そこで、データ収集が容易なリンクデータからのモデルパラメータ推定方法の開発が望まれる。また、モデルパラメータが推定できたなら、そのパラメータに基づき本研究のモデルを大規模ネットワークに適用し、異なる地域あるいは異なる点でのパラメータの安定性の検討や、通常のWardrop均衡配分と比較することなどの課題が残されている。

最後に、本研究を行ううに貴重なコメントを頂いた岐阜大学 森杉壽芳教授、ペンシルベニア大学 T.E. Smith教授、そしてイリノイ大学 P.E. Boyce教授に感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- (1) Nguyen, S. (1976) A unified approach to equilibrium methods for traffic assignment, Proc. Intern. Sympo. on Traffic Equilibrium Methods (M. Florian, Ed.), Montreal, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol.118, Springer-Verlag, pp.382-395.
- (2) LeBlanc, L.J., E. Morlok and W. Pierskalla (1975) An efficient approach to solving the road network equilibrium assignment problem, Transpn. Res., Vol.9, No.5, pp.309-318.
- (3) Dial, R. (1971) A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration, Transpn. Res. pp.83-111
- (4) Fisk, C. (1980) Some developments in equilibrium traffic assignment, Transpn. Res. 14B, pp.243-255.
- (5) Galambos, J. (1978) The asymptotic theory of extreme order statistics, John Wiley & Sons, New York.
- (6) Gumbel, E.J. (1958) Statistics of extremes, Columbia Univ. Press, New York.
- (7) Williams, H.C.W.L. (1977) On the formulation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit, Environment and Planning A9, pp.285-344.
- (8) Rockafellar, R.T. (1970) Convex analysis, Princeton Univ. Press, New Jersey.
- (9) 宮城俊彦、加藤晃 (1984) ランダム効用理論を基礎とした交通統合モデル、土木計画学研究・論文集1、pp.99-106.
- (10) 宮城俊彦 (1985) 交通均衡モデル：理論と計算法、土木計画学研究・論文集2。
- (11) Powell, W.B. and Y. Sheffi (1982) The convergence of equilibrium algorithms with predetermined step sizes, Transpn. Science, Vol.16, No.1, pp.45-55.
- (12) Daganzo, C. (1979) Multinomial probit: The theory and its application to demand forecasting, Academic Press, New York.