【土木計画学研究・講演集 No. 7　1985年1月】

分担・配分結合モデルの定式化と その実用的な適用法に関する検討 *

FORMULATION OF BINARY MODE CHOICE/ASSIGNMENT MODEL AND ITS PRACTICAL APPLICATION METHOD

河上省吾 ** 　溝上章志 ***

by Shogo KAWAKAMI and Shoshi MIZOKAMI

This study considers the two mode equilibrium road and transit assignment model which incorporates an aggregate mode choice function and its practical application method.
A binary mode choice/assignment combined model was formulated using a variational inequality by Florian. His model assumes that factors contributing to mode and route choice are same and their weights are given in advance. However, factors of both choice processes are different and their weights must be implicitly determined using a combined model.
From these findings, Florian's model is reformed so as to be applicable to the cases where the factors contributing to both choice processes partially differ in combination. A method is also developed, which simultaneously determines the weights of link cost function and mode choice factors and equilibrium path flows by mode using practical demands data.

1、はじめに

単一モードの非対称コストネットワーク均衡問題に対するSmith[1]や、多種モード混合ネットワーク均衡問題に対するDafermos[2]らの研究の中で、交通均衡状態を表わすVariational Inequalityによる定式化が行われ、解の存在条件や一意性条件について検討がなされてきた。このVariational Inequalityは、需要変動型交通均衡問題の定式化にも有効であり、Florian[3]によってBinary手段選択/配分モデルに適用されている。本研究では、分担・配分過程を結合した均衡交通需要予測を行うために、Florianのモデルの理論的定式化を基礎にして、種々の実用上の問題点を解決すべく、モデルの改良を行うことを目的としている。

本研究は、以下の3つの部分から構成されている。第1は、リンクコスト関数が、分担・配分両過程で同一かつ同定可能な時に、手段選択については手段選択関数形と各手段選択要因のウェイトが既知であり、経路選択については等コスト経路選択規範が仮定された場合のVariational Inequalityによる定式化と、通常のBeckmannタイプの最適化問題による定式化との関係を明確にすることである。第2は、手段選択と経路選択に影響を及ぼす均衡要因が、一部分は同一であるが、リンクコスト関数として同定不可能な要因や手段選択にのみ有効である要因（たとえば、交通目的やトリップエンド条件）が手段選択要因にのみ含まれる場合へ、モデルの改良を行うことである。第3は、手段選択要因やリンクコストを構成する要因の相対的ウェイトが未知の場合に、上記のモデルを用いながら、実測可能な現況の分担需要に一致するようなウェイトと手段別均衡経路交通量とを求める手法を開発することである。

* キーワーズ：交通需要予測、交通均衡、分担、配分
** 正会員　工博　名古屋大学教授　工学部土木工学科
（〒464　名古屋市千種区不老町）
*** 正会員　工修　名古屋工業大学助手　工学部土木工学科
（〒466　名古屋市昭和区御器所町）

2. V.I.とBeckmannタイプ最適化問題との関係

本節では、Binary手段選択／配分結合需要予測手法のV.I.による定式化を紹介し、Beckmannタイプの最適化問題による定式化との関係を明らかにする。

(1) V.I.によるモデル[3)]

自動車と公共交通利用者がリンクを利用可能なネットワークにおいて、ノードn($n \in N$)、リンクa($a \in A$)、モードm($=1,2$)、ODペアi($i \in I$)、i番目ODペア間mモードk番目経路をk($k \in K_i^m$)とする。
このとき、各変数を次のように定義する。

S_a^m：リンクaのモードmのコスト関数で、

$$S_a^m = S_a^m(v_a) = S_a^m(v_a^1, v_a^2) \qquad (1)$$

g_i^m：i番目ODペア間mモードの需要量
h_{ik}^m：i番目ODペア間mモードk番目経路交通量
v_a^m：リンクa上のmモードのフロー
$\bar{g}_i$：i番目ODペア間需要量

このとき、OD交通量の保存式、OD間モード別交通量の保存式、mモードのリンクa上のフローは、それぞれ、次のように表わされる。

$$\sum_{m=1,2} g_i^m = \bar{g}_i, \quad i \in I \qquad (2)$$

$$\sum_{k \in K_i^m} h_{ik}^m = g_i^m, \quad i \in I, m=1,2 \text{ で } h_{ik}^m \geq 0 \qquad (3)$$

$$v_a^m = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_i^m} \delta_{ika}^m h_{ik}^m, \quad m=1,2, a \in A \qquad (4)$$

ここで、δ_{ika}^mはリンクaがi番目ODペア間mモードのk番目経路に含まれるとき1、その他のとき0をとる変数である。i番目ODペアmモードの各経路コストと、i番目ODペアmモードの最小コストは、それぞれ次のようになる。

$$S_{ik}^m = \sum_{a \in A} \delta_{ika}^m S_a^m(v), \quad i \in I, m=1,2, k \in K_i^m \qquad (5)$$

$$u_i^m = \min_{k \in K_i^m} S_{ik}^m(v), \quad i \in I, m=1,2 \qquad (6)$$

モード1に対する手段選択関数を、両モードのコスト差w_iの関数$G_i(w_i)$とすると、g_i^1は

$$g_i^1 = \bar{g}_i \cdot G_i(w_i), \quad i \in I, \qquad (7)$$

$$w_i = W_i(g_i^1/\bar{g}_i) = u_i^1(v) - u_i^2(v), \quad i \in I \qquad (8)$$

で与えられる。

以上の変数や保存式のもとで、binary型手段選択／配分均衡モデルは、次の2つの条件を想定することによって定式化される。

①均衡状態では、手段間の利用者の移動は起きない。このことを式で表わすと次のようになる。

$$u_i^{1*} - u_i^{2*} = W_i(g_i^{1*}) = G_i^{-1}(w_i^*), \quad i \in I \qquad (9)$$

②各手段利用者は、経路選択をWardropの第1原則に従って行なう。つまり、以下の式を常に満足すると仮定する。

$$S_{ik}^{m*} - u_i^{m*} \begin{cases} = 0 & \text{if } h_{ik}^{m*} > 0, \\ \geq 0 & \text{if } h_{ik}^{m*} = 0, \end{cases} \quad k \in K_i^m, m=1,2, i \in I \qquad (10)$$

ここで$*$は経路交通量、OD別モード別需要量、コストの均衡値を示している。

この時、式(9),(10)は、実行可能集合(2),(3),(4)に対して、次式と同値となるというのが、V.I.によるbinary型手段選択／配分均衡モデルの定式化である。

$$S(v^*)^T(v - v^*) - W(g^{1*})(g^1 - g^{1*}) \geq 0, \quad \forall (v, g^1) \qquad (11)$$

式(11)の左辺はベクトル表示で、$\sum_{m=1,2}\sum_{a \in A} S_a^m(v_a^*)(v_a^m - v_a^{m*})$、$\sum_{i \in I} W_i(g_i^{1*})(g_i^1 - g_i^{1*})$をあらわしている。

(2) Beckmannタイプ最適化問題との関係

V.I.(11)において、w_i^*, g_i^{1*}及びv^*, u_i^{m*}が一意に決定されるための条件は、w_i^*, g_i^{1*}に対しては、

$$\begin{aligned} &(G(w') - G(w''))^T (w' - w'') < 0 \quad \text{for } w' \neq w'' \\ &(W(g^{1\prime}) - W(g^{1\prime\prime}))^T (g^{1\prime} - g^{1\prime\prime}) < 0 \quad \text{for } g^{1\prime} \neq g^{1\prime\prime} \end{aligned} \qquad (12)$$

v^*, u_i^{m*}に対しては、

$$(S(v') - S(v''))^T (v' - v'') > 0 \quad \text{for } v' \neq v'' \qquad (13)$$

である。式(12)は、手段選択関数$G(w_i)$がw_iに対して厳密な減少関数であり、$-G(w)$、あるいは$-W(g^1)$が厳密に単調な射像であることを意味しており、式(13)は、リンクコスト関数が厳密に単調で連続、微分可能であることを意味している。$G(w)$は、一般にロジスティック関数が用いられるため、式(12)は満足されている。式(13)が成立するためには、$S(v)$に対するJacobian matrix $J = [\partial S(v)/\partial v]$が正定値であることが必要十分条件となる。2つのモードが混合している場合には、Jはブロックをなす対角構造となり、リンクaに対するブロックの小マトリックスは

$$J_a = [\partial S_a(v_a)/\partial v_a] = \begin{bmatrix} b_a^{11} & b_a^{12} \\ b_a^{21} & b_a^{22} \end{bmatrix}, \quad a \in A \qquad (14)$$

となる。ここで$b_a^{lp} = \partial S_a^p(v_a)/\partial v_a^l$であり、もし、$J_a$の固有値$\lambda > 0$であれば$J$は正定値行列となる。

一方、多種モード混合ネットワークにおける分担・配分を結合したBeckmannタイプの最適化問題は

$$\mathrm{Min}:\ z=\int_0^{v} S(x)\,dx-\sum_{i\in I}\int_0^{g_i^1} W_i(y)\,dy \qquad (15)$$
$$\text{s.t.}\quad (2),(3),(4)$$

で表わされる。この最適化問題が、積分経路に依存せず一意の解を持つためには、zが凸関数で$S(x)$、$W_i(y)$が積分可能でなければならない。式(15)の第2項はロジスティック関数のとき凸関数で積分可能であるから、第1項の凸性と積分可能性が証明されればよい。その必要十分条件は、ヘッセ行列

$$H=\partial^2\int_0^{v} S(x)\,dx\Big/\partial v^2=\partial S(v)/\partial v$$

が正定値かつ対称であることである。ところが、式(15)のBeckmannタイプ最適化問題における第1項のヘッセ行列Hとリンクコスト関数のJacobian matrixは同一のものである。以上のことから、ヘッセ行列Hが正定値、つまり目的関数zの凸性と$S(v)$の積分可能性が保証されたBeckmannモデルの解は、V.I.(11)における解の一意性のための条件(12),(13)に加えて、リンクコスト関数のJacobian matrixに対称性を仮定した時の解を与えることになる。

3. 実用上の問題点とその改良

前節では、手段選択・経路選択両プロセスにおける意志決定が、共通の均衡コストを基準に行われることを基本として均衡交通需要を求めるための定式化がなされた。つまり、手段選択と経路選択の評価指標は、ウェイトが既知である同一の一般化された均衡コスト $u_i^{m*}=\min_{k\in K_i^m} S_{ik}^m(v^*)$ であり、各プロセスは同時決定される。しかし、この仮定は現実の交通現象をモデル化するに当って以下のような問題点がある。第1に、手段選択過程では所要時間、費用、混雑度等の均衡要因だけでなく、トリップ目的やトリップエンド条件等の要因が考慮されるのに対して、経路選択過程では均衡要因の中でも所要時間・費用等の限られた要因に限定されるように、各過程での選択に影響を与える要因の種類やウェイトが異なると考えられる。第2に、もし両選択過程が同一コストによる同時意志決定であれば、手段選択過程にだけshair型の需要関数を仮定することは不自然である。第3に、たとえ上述の仮定が成立したとしても、コスト関数$S_a^m=S_a^m(v)$の中に含まれる多くの要因のウェイトをあらかじめ同定することは困難である。

以上のような問題点を解決するために、次のような仮定を行ない、モデルの改良を行なう。

①経路選択に対しては、所要時間のように、交通量の変動によって均衡値が変動し、かつリンクでコスト関数が同定可能な変数r $(r=1,\cdots,R)$によって確定的な等コスト経路選択が行われる。一方、

②手段選択は、経路選択に影響を及ぼす要因以外の要因にも影響をうけ、手段選択率はこれらすべての要因によるコスト差w_iの関数$G(w_i)$で表わされる。

以上の仮定のもとで、V.I.による定式化を行なう。両モードの経路選択に寄与する一般化されたコストを$C_i^m(v)$、i ODペアmモードk番目経路のコストを$C_{ik}^m(v)$とすると、

$$C_i^m(v)=\min_{k\in K_i^m} C_{ik}^m(v) \qquad i\in I,\ m=1,2 \qquad (6)'$$

手段選択関数は式(7)と同様に与えられるが、式(8)は

$$w_i=W_i(g_i^1)=G_i^{-1}(g_i^1)=C_i^1(v)-C_i^2(v)+A\ ,\quad i\in I \quad (8)'$$

となる。Aは手段選択だけに寄与するコスト差である。トリップ主体は、

$$C_i^{1*}-C_i^{2*}+A^*=W_i(g_i^{1*})=G_i^{-1}(g_i^{1*}),\quad i\in I \qquad (9)'$$

$$\text{かつ、}\ C_{ik}^{m*}-C_i^{m*}\begin{cases}=0 & \text{if } h_{ik}^{m*}>0,\\ \geq 0 & \text{if } h_{ik}^{m*}=0,\end{cases}\quad k\in K_i^m,\ m=1,2,\ i\in I \quad (10)'$$

なる手段、経路選択を行なうから、(11)と同様に以下のV.I.が成立する。

$$C(v^*)^T(v-v^*)-\sum_{i\in I}\{W_i(g_i^{1*})-A^*\}(g_i^1-g_i^{1*})\geq 0 \qquad (11)'$$

まず、(9)',(10)'が(11)'の必要条件となることを証明する。式(10)'は、

$$h_{ik}^{m*}(C_{ik}^{m*}-C_i^{m*})=0 \quad \text{かつ} \quad C_{ik}^{m*}-C_i^{m*}\geq 0 \qquad (12)$$

と同値であり、これは、

$$(C_{ik}^{m*}-C_i^{m*})(h_{ik}^m-h_{ik}^{m*})\geq 0,\quad k\in K_i^m,\ m=1,2,\ i\in I \qquad (13)$$

となる。$k\in K_i^m$, $m=1,2$, $i\in I$について式(13)を加えると、

$$\sum_{i\in I}\sum_{m=1,2}\sum_{k\in K_i^m}\sum_{a\in A}\delta_{ika}^m C_a^m(v_a)(h_{ik}^m-h_{ik}^{m*})-\sum_{i\in I}(C_i^{1*}-C_i^{2*})(g_i^1-g_i^{1*})\geq 0 \qquad (14)$$

となり、これに(8)'を代入することによって(11)'が得ら

れる。十分条件の証明はFlorianと同様の方法で証明できるので、ここでは省略する。

一般に、リンクコスト関数は連続で、厳密に単調増加で微分可能な関数で定義でき、手段選択関数はw_iについて厳密な減少関数と仮定できるから、式(11)′の解は、$C_a(v)$のJacobian matrixが対称であれば次の最適化問題を解くことによって得ることができる。

$$\mathrm{Min}:\ Z=\sum_{a\in A}\int_0^{v_a} C_a(x)\,dx-\sum_{i\in I}\int_0^{g_i^1}\{W_i(y)-A\}\,dy \qquad (15)$$
$$\text{s.t. } (2),(3),(4)$$

この最適化問題が式(11)′の解を与えることは、式(15)の導関数が0に等しいかそれより大きいという条件より明らかである。今、手段選択関数として

$$g_i^1=\bar{g}_i/[1+\exp w_i] \qquad (16)$$

を用いると、式(15)は

$$\mathrm{Min}:\ Z=\sum_{a\in A}\int_0^{v_a} C_a(x)\,dx+\Big\{\sum_{i\in I}\sum_{m=1,2} g_i^m \ln g_i^m+\sum_{i\in I}A\,g_i^1\Big\} \qquad (17)$$

と変形でき、制約条件(2),(3),(4)のもとで(17)の解を求めることによって手段別均衡経路交通量を求めることができる。ただし、この手段別均衡経路交通量は一意ではないことに注意しなければならない。

4．ウェイトと交通需要の同時推定法

前節までに定式化した分担・配分結合モデルは、式(9),(10)に示すように、手段選択過程においては手段選択関数$G_i(w_i)$の関数形とw_iを構成する要因のウェイトが、分担需要量と各モードのサービスレベルの実績値からすでに推定されており、かつ、経路選択過程では等コスト経路選択に従うという2つの仮定を満足するような数学モデルを構築したものであり、モデルの内部に、現実の交通現象とのチェック機構が含まれていない。分担・配分を結合したモデルを用いて交通量予測を行なうのであれば、手段選択関数形と経路選択規範はあらかじめ仮定するとしても、手段選択要因やリンクコスト関数構成要因にかかるパラメータは、予測に用いるものと同じ結合モデルを用いて実績に対応するように推定されることが望ましい[4]。ここでは、リンクコスト関数を構成する各コストと手段選択要因のウェイトと、手段別経路交通量を同時に推定する方法を提案する。

リンクaのmモードに対するr番目コスト構成要因を$C_{ar}^m(v)$とし、リンクaの一般化されたコストは、$C_{ar}^m(v)$のウェイト付き線形和

$$C_a^m(v)=\sum_{r\in R}\alpha_r C_{ar}^m(v), \qquad a\in A,\ m=1,2 \qquad (18)$$

で表わすことができると仮定する。今、現況のデータのうち、観測可能なi番目ODペアmモードの需要量を$\bar{g}_i^m$ ($i\in I',\ m\in M'$; I',M'は観測値が存在するODペア、モードの集合を示す)とすると、任意に固定された均衡経路交通量$\check{h}=\{\check{h}_{ik}^m\}$に対して、コスト関数のパラメータ$\alpha=\{\alpha_r;\ r=1,\cdots,R\}$と手段選択要因にかかるパラメータ$A$は、次の最適化問題を解くことによって得られる。

$$P_2(h,\check{\alpha},\check{A})=\min_{\alpha,A} P_2(\check{h},\alpha,A)$$
$$=\min_{\alpha,A}\sum_{i\in I'}\sum_{m\in M'}\|g_i^m-\bar{g}_i^m\|^2 \qquad (19)$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} g_i^m=\bar{g}_i/[1+\exp\{C_i^1(\check{v})-C_i^2(\check{v})+A\}] \\ C_i^m(\check{v})=\sum_{a\in A}\delta_{ika}^m\sum_{r\in R}\alpha_r C_{ar}^m(\check{v}) \end{cases}$$

ここで、ˇは任意に固定された値を示す。(19)で決定された$\check{\alpha},\check{A}$を用いて、分担・配分結合モデル(15)を解くと、$\check{\alpha},\check{A}$のもとでの手段別均衡経路交通量h^*が得られる。しかし、このh^*は、P_2であらかじめ設定した値とは異なる。α, Aもh^*と同様に均衡解α^*, A^*として求められなければならないから、以下に示すような2レベルシステム[5]として定式化される必要がある。

$$P_1(h^*,\alpha^*,A^*)=\min_{h} P_1(h,\check{\alpha},\check{A})$$
$$=\min_{h}\sum_{a\in A}\int_0^{v_a} C_a(x)\,dx+\Big\{\sum_{i\in I}\sum_{m=1,2} g_i^m\ln g_i^m+\sum_{i\in I}\check{A}g_i^1\Big\}$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{m=1,2} g_i^m=\bar{g}_i, \quad i\in I \\ \sum_{k\in K_i^m} h_{ik}^m=g_i^m,\ h_{ik}^m\ge 0, \quad i\in I,\ m=1,2 \\ v_a^m=\sum_{i\in I}\sum_{k\in K_i^m}\delta_{ika}^m h_{ik}^m, \quad m=1,2,\ a\in A \\ P_2(h,\check{\alpha},\check{A})=\min_{\alpha,A} P_2(\check{h},\alpha,A) \\ \qquad =\min_{\alpha,A}\sum_{i\in I'}\sum_{m\in M'}\|g_i^m-\bar{g}_i^m\|^2 \\ \qquad \text{s.t.}\begin{cases} g_i^m=\bar{g}_i/[1+\exp\{C_i^1(\check{v})-C_i^2(\check{v})+A\}] \\ C_i^m(\check{v})=\sum_{a\in A}\delta_{ika}^m\sum_{r\in R}\alpha_r C_{ar}^m(\check{v}) \end{cases} \end{cases} \qquad (20)$$

一般に用いられている手段選択モデルにおけるコスト(効用)は、モード相互の差だけが意味を持ち、また、その差の絶対値は、セグメントごとに比較して

も意味を成さない。しかし、(20)で得られる i 番目ODペア間 m モードの選択経路上のリンクコスト $C_a^m(v^*)$ で構成される経路コスト $C_i^m(v^*)$ は絶対値そのものが意味を持つから、手段選択関数の変数である両モードのコスト差 w_i の絶対値も意味を持つことになる。そのため、複数のセグメントに対して、効用という概念を用いて導出された手段別需要関数が与えられる場合でも、利用者便益の変化量[6]

$$\Delta B = \sum_{i \in I} \int_{q_i^{(0)}}^{q_i^*} C_i(q_i)\, dq_i \qquad (21)$$

の大きさそのものが意味を持つことになるから、計画システムにも本モデルを用いることが可能である。

5. おわりに

本研究では、第1に、Binary型手段選択/配分結合需要予測のためのFlorianのV.I.による定式化と通常のBeckmann型最適化問題による定式化との関係を明らかにした。その結果、V.I.の解の一意性の条件と、Beckmann型最適化問題の目的関数の凸性の条件とが同一のものであり、さらに、V.I.におけるリンクコスト関数のJacobian matrixに対称性を仮定した解が、Beckmann型最適化モデルの解で与えられることが分った。

第2に、Florianのモデルを、経路選択と手段選択とに影響を与える要因が一部異なる場合のV.I.及びBeckmann型のモデルに変形し、より実用性の高いモデルとなるように改良を行った。

次に、改良モデルを用いて、一般化されたリンクコスト関数の構成要因と手段選択要因のウェイト、及び手段別均衡経路交通量を同時に推定するモデルの提案を行った。このモデルは、観測可能な手段別交通量に予測均衡手段別交通量を一致させるようにウェイトを決めながら手段別均衡経路交通量を求める2レベルシステムとして定式化される。本モデルを用いると、リンクコスト関数と手段選択要因のウェイトが結合モデルの中で同一の値として内生的に決定されることになる。リンクコストは、その絶対値に意味があるから、それと同時に決まるOD間手段別コストも絶対値に意味を持つこととなり、本モデルは便益測定等の計画システムにも利用できるという利点を持つことになる。本モデルの解法についてはさらに検討を要するが、基本的には2レベルのStackelberg問題であるから、種々の方法で解くことが可能である。

本モデルの実用可能性を検証するためには、次の2つの方法が考えられる。1つは、対象地域における実績データのうちの一部分を用いて、ウェイトと交通量の推定を行ない、残りのデータでチェックする方法である。他の方法は、次のようなシミュレーション手法である。まず、α, A をあらかじめ与えておき、仮想ネットワーク上で式(17)を用いて手段別均衡経路交通量を求め、OD間手段別交通量を算出する。そして、これらの α, A、手段別均衡経路交通量が、算出されたOD間手段別交通量の一部をデータとして本モデルを用いて推定される α, A、手段別均衡経路交通量に一致するかどうかのチェックを行う方法である。現在、2番目の方法でモデルの適用性の検討を行っている。

参考文献

1) M.J. Smith : Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibria, Trans. Res. B 13B, pp. 295-304, 1979

2) C. Dafermos : Traffic Equilibrium and Variational Inequalities, Trans. Sci. 14, pp. 42-54, 1980

3) M. Florian & H. Spiess : On Binary Mode Choice/Assignment Models, Trans. Sci. 17, pp. 32-47, 1983

4) D.E. Boyce, L.J. LeBlanc, K.S. Chan, Y.T. Lee & K.T. Lin : Combined Models of Location, Destination, Mode and Route Choice; Implementation Issues Related to a Generalized Algorithm, Proc. of the Conference on Stractual Economic Analysis and Planning in Time and Space, 1981

5) 志水清孝：多目的と競争の理論，共立出版，1982

6) R.J. Agnello : Economic Evaluation of Highway System Benefits, Trans. Res. 11, pp. 365-369, 1977