

多項ロジットモデルによる住宅立地つけ値関数の推定*

AN ESTIMATION OF RESIDENTIAL BID RENT FUNCTIONS WITH MULTINOMIAL LOGIT MODEL

柏谷 増男 **
山 倉 幹 弘 ***

By Masuo Kashiwadani and
Mikihiro Ogura

This paper presents some discussion about Lerman and Kern bid rent model which extended Ellickson model. The log-likelihood functions of both models are examined. And it is concluded that Lerman and Kern model has an advantage of estimating bid rent functions over Ellickson model. Because Lerman and Kern model has both a regression character and a discrimination character, while Ellickson model has a discrimination character only. Moreover, we have a suspicion that parameters estimated by Ellickson model may be biased. An estimation procedure of Lerman and Kern model which has never reported is proposed. Some estimation examples showed that this procedure would be useful in actual estimations.

1. はじめに

Alonso¹⁾のつけ値理論以後、つけ値を実際に計測する多くの試みが行なわれた。Harris²⁾, Anas³⁾, Wheaton⁴⁾らはクロスセクション分析法でのつけ値推定を試みたが、それらの結果は必ずしも満足のものではなかった。Rosen^{6,7)}のHedonic Price Theoryは特殊なクロスセクション分析を伴うもので、Quigley⁸⁾、金本・中村⁹⁾などの研究例があるが、この推定法は容易ではない。一方、Ellickson¹⁰⁾は多項Logit Modelによるつけ値関数推定法を提案した。これは、いくつかのつけ値関数の相対的な差を計測するものであったが、その後Lerman・Kern¹¹⁾により、つけ値関数そのものを計測する方法に発展させられている。この方法は、論

理的適合性および計測の容易さの点で高く評価され、実用的価値の高い方法と為えられる。しかしながら、筆者の知る限りでは、Lerman・Kernのモデルの計測例はなく、このモデルの特性や実際の推定手法等に未知な点が多いと思われる。

本研究は、Lerman・Kernのモデルの実際的な適用を試みたもので、Lerman・Kernのモデルの尤度関数の特性、EllicksonモデルとLerman・Kernモデルとの比較、具体的な推定手法等について考察している。

2. Lerman・Kernのつけ値関数推定モデル

(1) つけ値密度関数の誘導¹²⁾

世帯タイプの集合を T とし、各世帯タイプを添字 t で表わす。なお、立地世帯を特に t^* 、非立地世帯を特に t^0 で表わすことがある。地点 s または住宅を添字 s で表わす。地点、または住宅の属性ベクトルを Z とする。ただし簡単のため、以後 s と記すこととする。地点 h の地価を P_h とし、世帯 t の地点 h に対

* キーワーズ：住宅立地、都市解析

** 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部海洋工学科

*** 学生会員 愛媛大学大学院 海洋工学専攻

(〒790 松山市文京町3)

するつけ値関数の値を $\psi_t(z_h)$ で表す。地点 h に世帯タイプ t が立地し、そのときの地価が P_h であると。いう確率 $f(t, P_h | z_h)$ は次式で表わされる。

$$f(t, P_h | z_h) = P\{\psi_t(z_h) + \varepsilon_{th} = P_h \text{ and } \psi_t(z_h) + \varepsilon_{th} \leq P_h, \\ t \neq t', t, t' \in T\} \quad (1)$$

簡単のため、赤字 h をとることにし、 ε_t の密度関数がそれぞれの t について分散 ω を持つ独立で同一のGumbel分布に従う(I.I.G.D.)とすると、式(1)は次式で表わされる。³⁾

$$f(t, P | z) = \frac{\omega e^{-\omega(P - \psi_t(z))}}{\exp\left\{\sum_{t \in T} e^{-\omega(P - \psi_t(z))}\right\}} \quad (2)$$

(2) Ellickson のモデルとの関係

Ellickson のモデルは属性 z_h を持つ地点に世帯タイプ t の世帯が立地する確率 $P(t | z_h)$ に着目したもので、その定義は次式で示される。¹⁰⁾

$$P(t | z_h) = P\{\psi_t(z_h) + \varepsilon_{th} \geq \psi_{t'}(z_h) + \varepsilon_{t'h}, \\ t \neq t', t, t' \in T\} \quad (3)$$

ε_t がI.I.G.D.と仮定する。赤字 h をとると $P(t | z)$ は次式となる。

$$P(t | z) = \frac{e^{\psi_t(z)}}{\sum_{t \in T} e^{\psi_t(z)}} \quad (4)$$

式(2)は属性 z のもとで、価額が P であり、かつ世帯タイプ t が立地する確率を表わし、式(3)は属性 z のもとで、価額の値いかにかわらず、世帯タイプ t が立地する確率を表わしている。いま $\omega = 1$ 、および P が一様分布をすると仮定すると、次式が成立する。

$$P(t | z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t, P | z) dP \quad (5)$$

つまり、式(2)は、選択確率の価額に関する密度関数を価額がある特定の値を取、 T ときについて表したものと見える。

3. 尤度関数の特性

(1) 尤度関数

Lerman・kern のモデルの尤度関数は次式で定義される。

$$L_0 = \prod_{h=1}^H \prod_{t=1}^T f(t, P | z) \delta_{th} \quad (6)$$

ここで、 H はサンプルの総数

$$\delta_{th} = 1 \quad (t \text{ が } h \text{ に立地したとき})$$

$$= 0 \quad (t \text{ が } h \text{ に立地しないとき})$$

$\sum_t \delta_{th} = 1$ を用いると、式(6)の対数尤度 L は、次式で表わされる。

$$L = H \ln \omega - \omega \sum_h \sum_t \delta_{th} (P_h - \psi_t(z_h)) \\ - \sum_h \sum_t e^{-\omega(P_h - \psi_t(z_h))} \quad (7)$$

式(7)の未知数は ω と関数 ψ_t である。また、 ψ_t は単独では現われず、常に $P_h - \psi_t(z_h)$ の形をとり、ている。

(2) つけ値関数パラメーターに関する特性

対数尤度関数 L の $P_h - \psi_t(z_h)$ に関する変化に着目する。 L を $P_h - \psi_t(z_h)$ で偏微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial L}{\partial (P_h - \psi_t(z_h))} = \omega \{-\delta_{th} + e^{-\omega(P_h - \psi_t(z_h))}\} \quad (8)$$

地点 h で世帯タイプ t が立地したとすると $\delta_{th} = 1$ であり、このとき次式が成立する(ただし $\omega > 0$)、

$$\left. \begin{aligned} P_h - \psi_t(z_h) \geq 0 \text{ のとき } \frac{\partial L}{\partial (P_h - \psi_t(z_h))} &\leq 0 \\ P_h - \psi_t(z_h) \leq 0 \text{ のとき } \frac{\partial L}{\partial (P_h - \psi_t(z_h))} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

地点 h で世帯タイプ t' が立地しないとき、 $\delta_{th} = 0$ であり、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P_h - \psi_{t'}(z_h) \geq 0 \text{ のとき } \frac{\partial L}{\partial (P_h - \psi_{t'}(z_h))} &> 0 \\ P_h - \psi_{t'}(z_h) \leq 0 \text{ のとき } \frac{\partial L}{\partial (P_h - \psi_{t'}(z_h))} &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(9)より、着目した世帯タイプが立地した地点では立地世帯のつけ値を価額に近づけるほど尤度 L の値が大きくなることがわかる。一方、式(10)を見ると、立地しない世帯タイプについては、その地点でのつけ値を下げれば下げるほど、尤度 L の値は大きくなることがわかる。

最尤法で推定したつけ値関数を $\hat{\psi}_t(z)$ とすると、 $\max_t \hat{\psi}_t(z_h)$ が P_h を越えないことは保障されないが、式(9)、(10)より判断すれば、 P_h はほとんどの t に対して、 $\hat{\psi}_t(z_h)$ の値よりも大きいと期待できようである。

(3) 分散パラメータに関する特性

対数尤度 L を ω で偏微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial L}{\partial \omega} = \frac{H}{\omega} + \sum_h \sum_i (P_h - \psi_i(Z_h)) \{ e^{-\omega(P_h - \psi_i(Z_h)) - S_{th}} \} \quad (11)$$

ω が小さくなれば、 H/ω の値は大きくなる。また最尤法の結果、立地 h の世帯では P_h に $\psi_i(Z_h)$ の値が近く、立地 h ない世帯では $\psi_i(Z_h)$ の値が小さくなることを考えると、 ω が小さい正数 α のとき、 $\partial L / \partial \omega$ は正の値をとるといえる。

一方、 ω が大きくなると H/ω の値は小さくなる。 $S_{th}=1$ のときは $P_h - \psi_i(Z_h)$ の値の正負にかかわらず第2項の値は負であるが、その絶対値は ω の値とともに大きくなる。 $S_{th}=0$ のとき $P_h - \psi_i(Z_h)$ が正ならば第2項の値は正であるが、 ω の値が大きくなるとともに、その値は小さくなる。また $P_h - \psi_i(Z_h)$ が負のときは第2項は負で ω の値とともにその絶対値は大きくなる。したがって、 ω の値が大きくなると、 $\partial L / \partial \omega$ は負の値をとるものと考えられる。

以上の考察より ω は正の領域で、 L に関する極大値を少なくともひとつはとると考えられる。

(4) Ellickson のモデルと Lerman・Kern のモデルとの比較

ここでは、尤度関数の特性から見た両モデルの比較考察を行なう。

Ellickson のモデルの尤度関数に対する対数尤度 L は、次式で表わされる

$$L = \sum_h \sum_i S_{th} \psi_i(Z_h) - \sum_h \ln \sum_i e^{\psi_i(Z_h)} \quad (12)$$

式(12)から、立地 h の世帯については $\psi_i(Z_h)$ の値を大きくし、立地 h ない世帯については $\psi_i(Z_h)$ の値を小さくすれば、 L の値を大きくしうることがわかる。したがって、尤度関数の値を最大にするという推計手法に着目して見ると、Ellickson のモデルは、つけ値関数を推定するという回帰的側面よりも、むしろ、世帯タイプ間のつけ値関数の相違をきわめだせるという判別的側面が現われやすいモデルといえる。

このことを、次の図例で具体的に見てみよう。いま世帯タイプ1と世帯タイプ2とのつけ値が図-1の直線で表わされたとし、また、図中の丸印は観測された地価を示し、黒丸はタイプ1が、白丸はタイプ2がそれぞれ立地してゐたとする。いま、タイプ

1のつけ値関数の値を固定して、タイプ2のつけ値関数に着目する。タイプ2のものとつけ値関数をつけ値関数(a)と呼ぶ。それとは別に図中の破線で示したつけ値関数(b)を考へてみよう。このとき、関数(b)は関数(a)に比べて対数尤度をより大きくしうる。したがって、Ellickson のモデルで得た結果は、真のつけ値関数の相対差ではなく、バイアスのかかっている可能性が大きい。

これに対して、Lerman・Kern のモデルでは、 $S_{th}=1$ の場合には、地価とつけ値の差を小さくするほど尤度の値が大きくなり、この点では、モデルは回帰分析的側面を持っているといえる。 $S_{th}=0$ の場合には $\psi_i(Z_h)$ の値を小さくするほど尤度が大きくなり判別的側面を持っているとも言える。

図-1の例についてこのことを検討して見る。タイプ2のつけ値関数(a)と(b)について比較する。

$S_{th}=1$ の場合には、立地世帯のつけ値をできる限り地価に近づけると尤度が大きくなるため、つけ値関数(a)の方がつけ値関数(b)よりも尤度を大きくする。一方、 $S_{th}=0$ の場合にはつけ値関数(b)の方がつけ値関数(a)よりも尤度を大きくしうる。しかし、式(12)の第3項が指数関数であるため $P_h - \psi_i(Z_h)$ の値がすでに大きい値を持てば、それ以上に $\psi_i(Z_h)$ の値を小さくしても式(12)の第3項の値はさほど変わらないと考えられる。以上のことから、断定的には言えないものの、Lerman・Kern のモデルではつけ値関数(a)が選ばれる可能性はつけ値関数(b)が選ばれる可能性に比べてかなり大きいと推察される。つまり、Lerman・Kern のモデルは回帰的側面を持っており、よりバイアスの少ない推定値が得られていると期待できる。

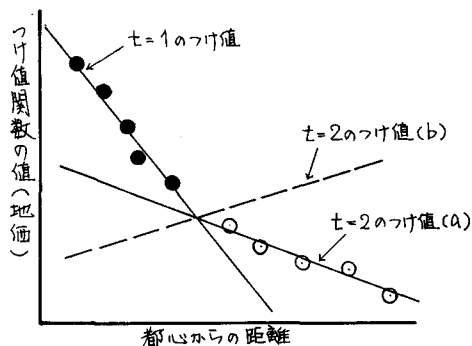


図-1 つけ値関数推定のバイアスに関する説明図

このように、Ellicksonのモデルは判別モデルとしての性格が強いが、Lerman・Kernのモデルは回帰モデルとしての性格も強く持ちあわせていることが特徴と言える。つけ値関数は、効用関数に比べて、より現実的あるいは具体的関数であり、推定モデルが回帰的性格を持つことは、モデルとして重要なことである。この点で、Lerman・Kernのモデルは、Ellicksonのモデルに比べて大きくすぐれていると評価できる。

(5) 適合度指標

尤度関数の確率分布特性が未知のため適切な適合度指標を設定できない。

モデルが、判別的側面と回帰的側面を持つため、ここでは、それぞれについて適合度指標を考えることにする。

(a) 判別に関する指標

McFaddenが、重相関係数に対応するものとして提案している次の R^2 を用いる¹²⁾

$$R^2 = 1 - S(\hat{\beta}) / S(\bar{\beta}) \quad (13)$$

ここで $S(\hat{\beta})$ は最大尤度に対応するパラメータに関する調整済残差二乗和、 $S(\bar{\beta})$ はすべての係数が0の場合の調整済残差二乗和である。

確率密度関数に対する尤度関数を用いているので、残差二乗和を計算するためには、選択確率 $P(t|Z)$ を求めねばならない。ここでは最尤法で求めたパラメータで算出したつけ値関数の値を $\hat{\psi}_t(Z)$ として式(4)に代入して、その値を得た。実際に算出した指標値は次の値である。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{h \in E} \{S_{th} - \hat{\psi}_t(Z_h)\}^2}{\sum_{h \in E} \{S_{th} - (1/E)\}^2} \quad (14)$$

ここで

$$\hat{P}(t|Z_h) = \frac{e^{\hat{\psi}_t(Z_h)}}{\sum_{t \in T} e^{\hat{\psi}_t(Z_h)}} \quad (15)$$

E は、世帯タイプの総数

(b) 回帰に関する指標

立地世帯のつけ値推定値が地価に一致しているかどうかに着目した。都心近くでは地価が非常に高いサンプルがあるため、両者の相関係数ではなく、次式に示すMAPEの値を用いることにした。

$$MAPE = \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H \frac{|P_h - \psi_t^*(Z_h)|}{P_h} \quad (16)$$

(6) パラメータの推定方法

通常のロジットモデルの尤度関数は式(12)のような形となるが、Lerman・Kernのモデルは式(7)のようになり、両者は異なっている。式(7)には ω が推定パラメータとして含まれているが、 ω は ψ_t と積の形で現われるため、Newton-Raphsonのような方法でのパラメータ推定は困難と考えられる。後に述べる筆者らの試算例においても、Newton-Raphson法を直接適用した場合、常に逐次解の点列は発散した。

ここで、 ω を固定して、 $\omega = \omega_0$ とわくと式(7)は次式となる。

$$L = H \ln \omega_0 - \omega_0 \sum_{h \in E} S_{th} (P_h - \psi_t(Z_h)) - \sum_{h \in E} e^{-\omega_0 (P_h - \psi_t(Z_h))} \quad (17)$$

こうすると、尤度関数は、つけ値関数 $\psi_t(Z_h)$ のみの関数となる。 $\psi_t(Z_h)$ の関数として見た場合、式(17)は式(12)によく似た形をしており、通常のロジットモデルでNewton-Raphson法が成功していることから類推して、式(17)にもこの方法が有効と考えられる。後に述べる試算例では、 ω を与えて、式(17)にNewton-Raphson法を適用したが、いずれの ω に対しても簡単につけ値関数のパラメータ推定が行はえた。

3(3)より、 ω については、正の領域で少なくともひとつの極大値が存在するため、 ω の値を順次変えながら、つけ値関数のパラメータ推定を行ない、尤度が最大となる ω とつけ値関数とを採用すればよい。

4. 松山都市圏での試算例

Lerman・Kernのモデルの特性をより具体的に知ることがを目的として簡単な試算を行なった。

(1) 対象従業地とデーター

松山市と周辺2市4町を対象地域とし、昭和54年松山広域都市圏P.T.調査時に実施したアンケート調査結果から、居住年数5年未満の通勤世帯を持つ新築と民営借家とを調査対象住宅として選んだ。各世帯のある特定の地点に対するつけ値の値は、従業地によっても異なると思われるので対象地域を51の従業地区に分割した。今回の試算では、A：都心、

B: 北部近郊, C: 臨海部の3つの従業地を対象とした。世帯属性としては、家族数を用い、1人, 2人, 3人以上の3項に分類した(以後、略して3人世帯と呼ぶ)。試算の目的のため、つけ値関数で用いる変数の数を制限し、変数としては、所得、通勤時間、都心からの距離のみを用いた。各変数について簡単に説明する。

ア) 所得---直接データが得られないため、年俸と職業を参考にして算出し、つけ値関数推定時のサンプルの平均値を用いた(単位: 万円)

イ) 通勤時間---自動車利用時の所要時間(被調査世帯が自動車を使っていない場合は、P.T.調査結果を参考に設定)(単位: 分)

ウ) 都心からの距離---住居の所在地(町丁別)から松山市役所までの道路距離(単位: km)

また、つけ値関数推定時に用いる各地点の地価は公示地価より算出した地価推定式を町丁別に適用した推定値を用いた(単位: 万円/m²)。

(2) つけ値関数の形、サンプル、推定ケース

ア) つけ値関数の形

知用関数との関係など立地理論との関連を考えると対数線形のつけ値関数が望ましいが、線形関数を用いた方がつけ値関数の特徴がより明瞭に現われると予想される。このため、とりあえず、両方ともとりあげることにした。用いた関数を次に示す。

$$\psi_t(z_h) = \sum_k \beta_{tk} z_{hk} \quad (18)$$

$$\ln \psi_t(z_h) = \sum_k \beta_{tk} \ln z_{hk} \quad (19)$$

β_{tk} : 世帯タイプtの項目kに対するパラメータ
 z_{hk} : 地点hの項目kの値

b) サンプル

モデルの特性を知るための試算であるので、現実の世帯分布とは別に、各従業地、各世帯タイプごとにそれぞれ10サンプルをランダムに選んだ。

c) 推定ケース

各従業地ごとに、世帯タイプを選択肢とする推定を行った。

(3) 推定方法に関する結果と考察

3(6)に示したように、 ω の値を順次与えながら

Newton-Raphson法でつけ値関数のパラメータ推定を行った。ここでは、まず ω の変化による推定結果の特徴について結果と考察を示す。

ア) 尤度

図-2は、都心従業地の場合について、線形つけ値関数を用いたときの ω と対数尤度との関係を示している。 ω の値は0.02きざぎざで変えており、 $\omega=0.52$ で極大値が得られている。 $\omega=1.2$ 以上の場合には、点列が分散し、解は得られない。一方、図-3は、同じケースについて、対数線形つけ値関数の結果を示している。 ω の値が大きくなるとともに、対数尤度の値も大きくなるが、収束計算が可能な領域は、 $\omega=1.94$ までで、 $\omega=1.96$ 以上では分散してしまう。他の2つの例でも同じ現象、すなわち、線形では極大値を与える ω の位置が確然と定まるが、対数線形では ω の値とともに尤度が増加して後分散する点が見られた。現時点では原因は不明である。このため以後の考察は線形つけ値関数のものに限ることとする。

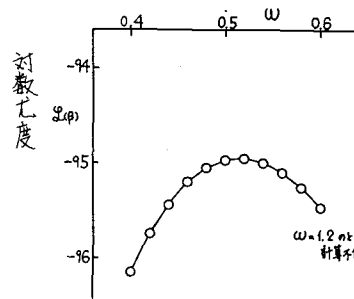


図-2 ω と対数尤度(線形関数)

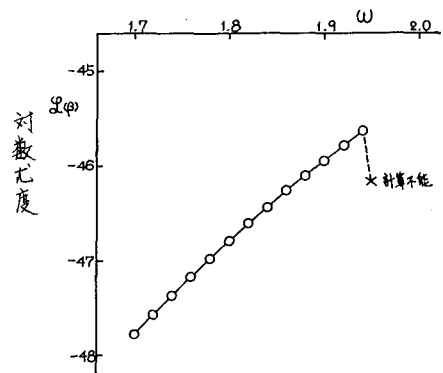


図-3 ω と対数尤度(対数線形関数)

b) 適合度

図-4の黒丸印は、都心従業地の場合について式(14)に示した R^2 の値と W との関係を示したものである。 R^2 の値の大小は、対数尤度の大小と対応しているが、 W の変化に対する R^2 の変化はわずかと言える。

一方、図-4の白丸印は、式(16)のMAPEの値を示したものである。図に示した W の領域では、尤度の極大点を越えて、 W の値の増加とともにMAPEの値は低下する。しかしながらその減少量はわずかである。

なお、適中率の値は、図の W の領域内では変化しない。以上の R^2 、MAPE、適中率と W の値との関係は他の2つの試算例でも同様であった。

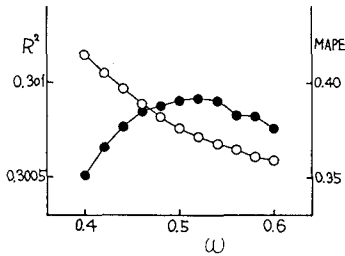


図-4 W と R^2 およびMAPEとの関係

c) つけ値関数のパラメーター

いずれの試算ケースにおいても、 W の変化に対するパラメーターの値の変化は小さく、かつ単調な変化であった。

以上のb)、c)の結果をまとめると、 W の値は推定結果に大きい影響を与えていないと考えられる。このことは、Lerman・Kernのモデルでは W が明示的であるが、Ellicksonのモデルでは W は任意でよいことと関連を持つと思われるが、現時点では内容は定かでない。なお、この結果から見て、 W の値のきざめについてはそれほど細かくする必要はないと思われる。

(5) 住宅立地つけ値関数の推定結果とその考察

表-1は、各従業地別に行け、 T つけ値関数推定の結果を示したものである。なお、表中、パラメーター推定値の右に示したかこ内の数字は、通常のロジットモデルでの土値の計算式に数値を入れて計算したものである。

まず、統計的観点から推定結果を考察する。

(i) W の値は、0.52、0.7、0.8であり試算ケー

スによる相違は小さい。

(ii) R^2 の値は、従業地Aの場合最も高く、0.3であるが他の場合は小さく、判別はやや困難である。一方、MAPEの値は、2変数の都心ケースでは約0.37、3変数の場合には0.25以上でやや大きい。適中率もあまり高くなく適合度は、やや不十分である。

(iii) すべてのケースで尤度比の値は、十分大きく、通常のロジットモデルに準じて考えると、0.5%の有意水準で有意である。

(iv) パラメーターの符号は、通勤時間の一部を除き、期待通りであった。また、土値に相当する値も、都心からの距離、所得については十分と言える。以上をまとめると、適合度についてはやや不十分ではあるが、計算例としては十分評価しうるものと思われる。

次に推定したつけ値関数の内容について考察する。

(i) 通勤時間。1人世帯ではすべて負であるが、2人、3人世帯では正の値を示すものがある。都心からの距離と重複する都心ケースを除けばつけ値への影響は小さいようである。

(ii) 都心からの距離、都心ケースでの通勤時間での値も含めて、すべて負となり、かつ土値相当値も大きい。1人世帯では、他に比べて小さい(絶対値は大)値となっている。

表-1 従業地別住宅立地つけ値関数推定結果

		都心	北部近郊	臨海
W		0.52	0.70	0.80
1人世帯	通勤時間	-0.4237(-3.768)	-0.09835(-1.693)	-0.05587(-1.112)
	都心からの距離		-0.9776(-2.688)	-1.027(-3.662)
	所得	0.7064(8.214)	0.7626(8.437)	0.9050(6.145)
2人世帯	通勤時間	-0.2052(-3.109)	-0.06913(-1.270)	0.02573(0.5132)
	都心からの距離		-0.3144(-1.774)	-0.004987(-0.038)
	所得	0.4540(6.231)	0.5665(6.832)	0.1919(3.156)
3人世帯	通勤時間	-0.01311(-0.3047)	0.03853(0.4338)	0.07075(1.768)
	都心からの距離		-0.6325(-2.572)	-0.1907(-1.401)
	所得	0.1699(2.401)	0.3616(4.978)	0.2081(3.107)
$\Sigma(O)$		-139.2	-160.4	-141.0
$\Sigma(P)$		-94.45	-92.65	-74.97
$-2(\Sigma(O)-\Sigma(P))$		88.43	135.5	132.1
適中率		70.00	56.67	50.00
R^2		0.3092	0.1324	0.1937
MAPE		0.3721	0.2854	0.2647
$R_{\max}^2(4)(5)$ の数		5	2	2

(iii) 所得、すべて正の値を示す。つけ値関数の定数項、もしくは、切片に相当している。±値相当値も大きい。

図-5は、都心従業者について、通勤時間を横軸にとり、推定したつけ値関数を直線で示し、各サンプルの地価の値を立地世帯が1人世帯の場合は丸印、2人世帯の場合は三角印、3人世帯の場合は四角印で示したものである。つけ値関数は1人世帯、2人世帯、3人世帯の順に傾きが小さく、かつ、切片も大きい。1人世帯は、都心近くあるいは地価の高い地点に居住し、2人世帯は、都心部の外側に居住している。3人世帯は、郊外居住者が多く、都心近くにも居住し、広く分布している。全体的に、つけ値地価最大の領域に対応する世帯タイプの立地が多く見られる。ほとんどのサンプルについて推定したつけ値地価は、現実の地価を下まわっている。都心近くの商業地のサンプル（地価、約15万円/m²程度のサンプル）を除けば、推定したつけ値地価の包絡線は、地価に近い値を示している。これらの観察結果はいずれも、都市経済学におけるつけ値理論の結果と合致し、式(1)に示したモデルにもよく対応している。変数が少ないために、適合度はやや悪いがつけ値関数の基本的な性格は表わされており、Lerman・Kernのモデルは、有効な推定手法と為えられる。

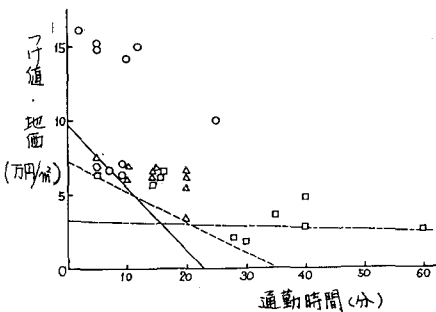


図-5 推定したつけ値関数とサンプル地価

5. あわりに

本研究では、Lerman・Kernのつけ値関数推定モデルをとりあげ、統計学的観点から見たモデルの特徴パラメータ推定方法等について、数式的検討と試算結果を用いて考察した。

その結果、Lerman・Kernのモデルは、判別的性格と回帰的性格とを持ち合わせているユニークなモデルであることがわかった。回帰的性格を持つことは、計測は困難であるが、存在感の強い概念であるつけ値関数の推定に関して、重要な意義を持つと考えられる。試算で推定したつけ値関数でも、適合度はやや不満足であるが、つけ値関数の概念にあったものが得られており、つけ値関数推定手法として有効なものと思われる。

一方、Ellicksonのモデルは、判別的性格のけを有し、推定値にバイアスがかかる可能性が認められた。この点は、試算例で確かめる必要があるが、Ellicksonのモデルでは、パラメータを正規化する必要があり（さもないと発散して解が得られない）、このことは、現時点では実行しえない。

Lerman・Kernのモデルのパラメータ推定については、直接にはNewton-Raphson法を使わず、 ω の値を順次変えながらNewton-Raphson法を適用する方法を提案した。試算例では演算は容易であり、また、 ω の変化に対する適合度やパラメータの変化も小さく、実用上有用な方法であることが認められた。

Lerman・Kernのモデルについては、確率分布や推定値などについて未知な点が多く、今後さらに詳しく検討する必要がある。また、判別的な性格と回帰的な性格の混合という点についてもより明確な解析が必要である。

このように、モデル自身の研究課題も多いが、同時に試算例ではなく、本格的なつけ値関数推定をも今後に行ないたい。

なお、本研究は文部省科学研究費（総合研究 A 590350035）の補助を受けたものである。

注）Lerman・Kernの論文では、サンプル数の項が入っているが、ここでは以後の考察を簡単にするためにそれを除いている。

参考文献

- 1) Alonso, W., Location and Land Use, Harvard Univ. Press, 1964.
- 2) Harris, B., Nathanson, J. and Rosenberg, L., Research on An Equilibrium Model of Metropolitan Housing and Locational Choice, Interim Report, Univ. of Pennsylvania, 1966.
- 3) Anas, A., The Empirical Calibration and Testing of a Simulation Model of Residential Location, Environment and Planning, A, 7, 1975, pp 899-920.
- 4) Wheaton, W.C., A Bid Rent Approach to Housing Demand, J. Urban Economics, 4(2), 1977, pp 200-217.
- 5) Anas, A., Residential Location Markets and Urban Transportation, Academic Press, 1982.
- 6) Rosen, S., Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition, J. Political Economy, 82, 1974, pp 34-55.
- 7) Brown, J.N. and Rosen, H.S., On the Estimation of Structural Hedonic Prices Models, Econometrica, 50, 1982, pp 765-768.
- 8) Quigley, J.M., Nonlinear Budget Constraints and Consumer Demand: An Application to Public Programs for Residential Housing, J. Urban Economics, 12, 1982, pp 177-201.
- 9) Kanemoto, Y. and Nakamura, R., A New Approach of Structural Equation Hedonic Models, a paper presented at Rokko Conference, 1984.
- 10) Ellickson, B., An Alternative Test of the Hedonic Theory of Housing Markets, J. Urban Economics, 9, 1981, pp 56-79.
- 11) Lerman, S.R. and Kern, C.R., Hedonic Theory, Bid Rents and Willingness to Pay: Some Extensions of Ellickson's Results, J. Urban Economics, 13, 1983, pp 358-363.
- 12) Domencich, T.A. and McFadden, D., Urban Travel Demand, North Holland American Elsevier, 1975.
- 13) 柏谷, 小倉. 住宅立地LPモデルのためのつけ値関数の推定, 土木学会第39回年次学術講演会講演概要集, pp 41-42, 昭和59年.