

座標式工程表を用いた工事施工のスケジューリングに関する理論的検討

京都大学工学部 正員 吉川和広
 京都大学工学部 正員 春名 攻
 京都大学大学院 学生員 〇武政 功

1. はじめに

土木工事を実施するための計画化の過程にはいくつかのレベルが存在する。すなわち、まず工事全体をみとめたかたちでの工事全体を対象とした計画を策定する段階がある。(基本工事計画)さらに、この基本工事計画の枠内で工事計画の中核をなす工程計画を工事全体を対象に統括的に検討し内容を規定する段階がある。(総括工程計画)ついで、統括的かつ概略的に規定された総括工程計画にもとづいて、対象となる土木構造物を建設する作業工程の内容を月間あるいは季間を対象として、より具体的に詳細なレベルにおいて順次ブレイクダウンしていく。(詳細工程計画)さらには、構造物部位ごとの作業工程の計画や週間作業工程計画、日々の作業計画などという短期的な計画を規定する段階もある。(作業計画)このように実施にいたるまでの計画段階は時間的、空間的スケールにしたがった一連の階層構造をなしている。(図-1)

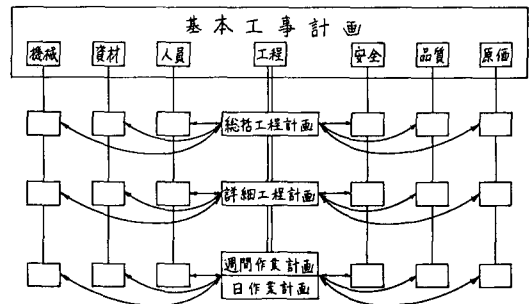


図-1 工事計画の階層構造

一方このような階層をもった工事計画の内容は、実質的には工程の進捗よくともなつて、資材、要員、資金などが運用されていくという特徴を有している。工事計画の策定では、どのようなレベルの計画化の問題を中心として検討を進めていくか、さらにはどのような要因(たとえば資材、要員、資金など)に重点的に着目するかによってそのアプローチの内容も大きく異なる。

工事計画の中でもその中心的、中核的存在として工程計画に本研究では着目し、上述のような各レベルの工程計画の中でも工事全体を対象とする統括的なレベルの工程計画の概略的な検討を行なうための方法論やモデル化をめざした理論的検討を行なうこととした。従来このレベルの工程の検討においては、バーチャート形式の工程表が用いられることが多く、一部ではネットワーク形式や座標式工程表も用いられているが、まだどのような検討方法が最も合理的であるかという考え方は定立されていない状況である。

バーチャート形式工程表は簡便であり工事全体の把握には適しているが、作業間の順序関係や施工速度についての検討は難しい。また、ネットワーク形式の工程表による検討では作業間の順序関係や作業の時間的な流れの把握が容易で、投入資源量や費用に関する体系的な諸手法も開発されている。しかしこの手法によつて工事全体を統括的に概観するためには多大な手帳を必要とすることになり必ずしも実際的ではないと言える。

一方座標式工程表は現在のところその適用範囲が線形構造物に限られてはいるが作業の施工速度や作業順序の検討が可能であり、また工事全体の概観を行なうのにも適している。さらに検討の際の視覚的な概要把握や種々の直観的な判断の導入も容易であるという利点も持っている。しかし、座標式工程表に関する理論的な検討はネットワーク系の諸手法が開発されているのに比べて大変遅れている。本研究ではこの点を十分に勘案し、座標式工程表を中心とするスケジューリング問題に関して理論的に検討することをねらったものである。

さて、総括工程計画のレベルにおいては、工期と設計図書が与件として与えられるとして考えており、施工法についての概略的な検討や選択が基本工事計画としてすでに規定されていることを前提としている。また、こ

ではこの検討をとおして各施工部位における施工数量も算定されているものとする。

さて本研究では、これらの前提のもとで

① 工区の分割と各工区へ投入する施工グループの規模(数)

② 作業の施工速度(施工能力)

③ 作業間の管理的順序関係(技術的制約はむねから一意的に定まらず運用という観点から操作しうる作業実施の順序関係)

ななどを操作的に決定しうる計画変数とし、総工事費用が最小となる工程計画を得ることができるような数理計画モデルを開発することをめざしている。また、開発しようとしているモデルでは①の工区分割と投入する施工グループ数はパラメータとして与え、②の各作業の施工速度と③の作業間の管理的順序関係を変数として、費用の最小化をはかることとした。

さらに、問題の解を定量的に求めるためにここでは二のような問題を2つに分割して、

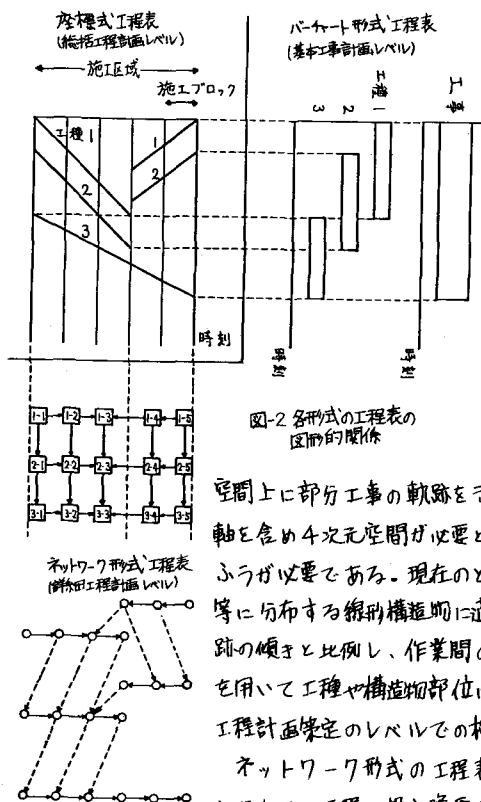
① 施工速度を計画変数とし費用の最小化をめざす問題

② 作業の管理的順序関係を計画変数とし工事期間の短縮をめざす問題

という2つの問題を、それぞれの関連を保ちながら同時に最適化を行ない、それらの結果として最終的に一つの満足しうる工程計画案(スケジュール案)を得ることとした。

2. 工程表について

工程表は、工事を構成する部分工事に分解し、これらの施工順序や施工速度を工程計画に基づいて図化したものであり、工程計画の内容の明確化や工程の進捗管理に用いられる。工程表には主として以下の3形式がある。



① バーチャート形式工程表

② 座標式工程表

③ ネットワーク形式工程表

バーチャート形式工程表は工事を構成する作業のレベルやタイムスケールのとりかたによってさまざまな問題に適用可能でありフォローアップも容易なので、工程表の中では一般に最も広く用いられている。しかし複雑な順序関係や施工速度の検討は不可能であることから、基本工事計画レベルでの検討としてプロジェクト全体やプロジェクトを構成する工事の工事期間の割りつけや工事の規模決定によるプロジェクトのフレーム決定に用いられることが多い。

つぎに、座標式工程表は施工位置と時刻で構成される座標

空間上に部分工事の軌跡を示したものである。したがって3次元構造物に適用すると時間軸を含め4次元空間が必要となりこのままでは把握や表現が困難であるのでいくつかの工夫が必要である。現在のところ、道路や鉄道、護岸工事など施工数量が一軸上にほぼ均等に分布する線形構造物に適用されるにとどまっている。座標式工程表では施工速度が軌跡の傾きと比例し、作業間の施工間隔は軌跡の間隔としてあらわされる。このような利点を用いて工種や構造物部位についての施工速度や順序、投入資源割りあての決定など総括工程計画策定のレベルでの検討への適用が考えられる。

ネットワーク形式の工程表は、工事を構成する作業レベルに分解し順序関係を明らかにした上で、工程、投入資源あるいは費用に関する分析に役するために作成される。特に計

細く検討が可能であり、実際の施工活動を対象とした作業順序、資源の運用、作業スケジュールの設定に用いることができる。しかしながらネットワーク系手法は理論的整合性は高いものの煩雑な計算を要するという欠点があり、PERT/TIME等を除いては実際に用いられることは少ないという状況である。また、作業レベルでの条件の整理、検討が不十分であると信頼性に欠ける情報が得られず、工事全体を概略的に把握するレベルでの検討に用いるのは必ずしも適当ではない。

図-2はこれら形式の工程表の図形的関係性である。この図に示すように、座標式工程表を中心として、3種類の形式の工程表を結びつけることができる。すなわち、座標式工程表による総括工程計画策定時には、その内容を具体的に検討するための情報として詳細なプロジェクトグラフベースでの検討を行なうことが必要であり、またこれらの結果を統合してバーチャート形式の工程表による表示も可能であることを示している。

3. 問題の定形化

先にも触れたように、土木工事を実施するための計画化の過程はいくつかのレベルからなる多階層の構造をもつものであり、工程計画だけについていえばその計画内容や計画期間から、

- ① 総括工程計画
- ② 詳細工程計画
- ③ 週間作業計画
- ④ 日作業計画

の4つに分類することができる。本研究では①の総括工程計画を主たる対象とするが、同時に②の詳細工程レベルの内容を検討素材としたので、合理的で実行可能性の高い総括工程計画のシステム的な策定をめざすことになる。また、土木工事プロジェクトの実施に関わる主体としては、工事の発注者と受注者という2つがあげられるが、本研究では実際の施工を担当する工事の受注者（建設業者）の立場にたて、総括工程計画を策定する場合に有効なツールとなる計画モデルの開発を試みることにする。

このようなレベルでの検討においては、発注者側から与えられる工期、設計図書や、これを達成するための施工法や条件となり、施工対象区域の工区分割数や投入する施工グループの規模（数）と施工能力、さらには技術的な制約などでは一意的に定まらず操作しうる順序関係（管理的順序関係）を計画変数として、直接費用と間接費用を合わせた総工事費用の最小化をはかることになる。このとき、施工能力の限界や安全性、施工性を高めるための施工間隔も制約条件となる。

ここで計画変数としてとりあげた施工グループの能力は、その規模（数）とそれぞれの施工グループの施工能力によって決まる。この規模（数）は離散値をとり、工区分割との関係も強い。また一方では、施工能力は施工速度と比例する。

このような観点から、ここでは計画変数を

- ① 工区分割と投入する施工グループ数
- ② 各作業の施工速度
- ③ 作業間の管理的順序関係

という3つに分類し、それぞれの扱いを次のように定めた。すなわち、①の工区分割と投入施工グループ数は離散的に定められ、他の計画変数に与える影響も大きいのでパラメータとし、順次、値を変化させて以下の分析を行なう。また③の作業の管理的順序関係は組み合わせ問題の取り扱いが必要であり、工期に与える影響は大きいものの、主たる目的である工事費用に対する影響においては②の各作業の施工速度がより大きなウェイトをもっている。このような特性を考慮して、ここでの問題を、

① 座標式工程表を工程表示のツールとして用い、施工速度を計画変数とし工事費用の最小化をめざす主問題

②プロジェクトグラフを工程表示のツールとして用い、作業の管理的順序関係を計画変数とし工事期間の短縮をめざす従問題

の2つに分割した。そして、施工速度についての初期実行可能解を用いて、工事費用を増加させない範囲で工期最小化の従問題を解く。得られた管理的順序関係のもとで次に工事費用最小化の主問題を解く。こうして得られた施工速度をもう一度従問題に入れて、より短い工期を与える管理的順序関係をもとめるというプロセスを2つの計画変数について収束値が得られるまで繰り返すこととする。以上のような構造を図-3に、また主、従問題の内容を表-1、2に示す。

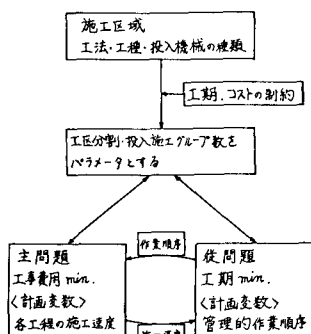


図-3 問題の構造

表-1 主問題の内容

与件	工期 作業の技術的順序関係
評価	min. (直接費用+間接費用) (費用min.の最適工期なる時の 工程と求める)
パラメータ	工期分割 工区間の施工順序
計画変数	施工速度(作業を示す線分の長さ)
制約条件	施工速度の範囲 作業の管理的順序関係 施工区間(安全性、施工性など)

表-2 従問題の内容

与件	作業の技術的順序関係
評価	min. 実行時間 (= min. のときの管理的作業順序と求める)
パラメータ	工期分割 工区間の施工順序
計画変数	各競合作業のフロー間の順序関係 (管理的順序関係)
制約条件	施工速度 施工区間

4. 施工区間について

前節において述べたように、総括工程レベルの検討において作業間の施工区間を制約条件として導入した。本節ではこの施工区間について述べていくこととする。

作業とその順序関係および作業の施工速度が定まると、それぞれの作業についてスケジュールが計算される。このとき、フロートのない作業についてはすべての先行作業が終了した時点で作業開始しないと全体のスケジュールに影響を及ぼすことになる。一方、実際の施工においてはコンクリート打設時等の養生のためや、建設機械投入時の施工性、安全性の確保のために作業間に一定の間隔を必要とする場合が生じてくる。実行可能性の高い工程計画策定のためには、これらの施工区間に対する検討が不可欠である。

この施工区間は施工法上あるいは安全の確保の上から必要なものであり、各作業の施工速度や作業順序の検討においてそれらに対する制約条件となる。しかし必要な施工区間は関係する他の要因(たとえば、投入する機械機種の変更や安全確認のための人員配置など)によって変化しうるものであることにも留意する必要がある。

以上のような作業間の施工区間を大別すると、

①時間的施工区間

②空間的施工区間

の2つがある。①の時間的施工区間とは、ある施工地点において一つの作業が終了した後、次の作業の開始までに一定の時間間隔が必要な場合の施工区間のことを言い、先行作業がコンクリート打設であるときの養生や盛土時の地盤の安定待ちなどがその例としてあげられる。また、施工対象区域の分割単位として施工ブロックを設定し、同一時点においては同一施工ブロックに2つ以上の作業は入れないとしている。さらに、投入する機械の大きさや数量によって施工性、安全性の確保が必要な場合や、作業により高い精度が望まれる場合などは、隣接するいくつかのブロックについても他の作業の施工はできないとすべき場合がある。このような施工区間を②の空間的施工区間とする。

時間的施工区間と空間的施工区間は別個のものであるが、同じブロックの先行作業との時間的な施工区間と、隣接するブロックでの先行作業との空間的な施工区間という2つの制約を同時にうける場合もありうる。この場合には、当然2つの制約条件のいずれをも満足さねばならない。

時間的あるいは空間的の施工区間をその都度考慮するのは合理的ではないので、以下の検討において作業とその順序関係にあらわしめこれらの区間をとり入れておく必要がある。また、座標式工程表では時間的な施工区間

は時間軸方向での、また空間的な施工間隔は施工位置を示す軸方向(あるいは面上)での作業を示す軌跡の間隔にあたることになる。

5. 問題の定式化

まず、全施工対象区域を施工数量や一般的機械能力から K 個の施工アロックスに分割する。この施工アロックスは施工対象区域の最低の単位であり、同時に2つ以上の作業を行なうことは許されない。また、工区分割もこの施工アロックスを単位として行なうものとする。

次に施工アロックス k での工程を $v_i^{(k)}$ (図-4) $v_i^{(k)}$ の集合を V とする。 V は、実際に作業を行なう工程の集合 V_i と、施工法上必要最小限の時間間隔を確保するために挿入された実作業をもたない工程の集合 V_c からなる。これらの作業の間には施工法上一意的に決定する技術的順序関係 P^t が存在する。さらに作業 $v_i^{(k)}$ には同一の施工グループ(作業員や施工機械の施工集団)によって施工されるべき作業の集合がある。これを競合作業集合 $R^{(k)}$ とする。たとえば、「鉄筋組み工」という施工グループによって施工される各施工アロックスの「鉄筋組み」作業は一つの競合作業集合をつくる。この競合作業集合 $R^{(k)}$ に含まれる作業の数を n_k 、またこれらの作業に投入される施工グループ数を r_k とすると、 $n_k > r_k$ の場合には $R^{(k)}$ に含まれる作業の間いくつかの順序関係を付加せねばならない。このように技術的制約からは一意的に定まらないが実際の施工に必要な作業間の順序関係のことを管理的順序関係 P^s とし、 P^t と P^s を結合したものを作業の順序関係 P と呼ぶ。

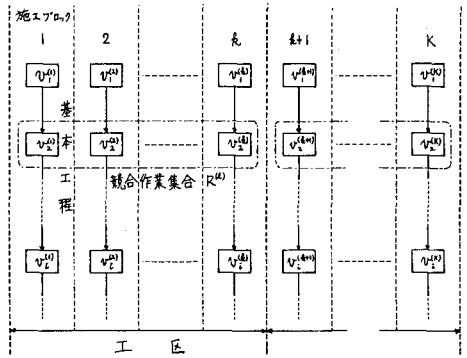


図-4 工程 $v_i^{(k)}$

V_i に含まれる作業 $v_i^{(k)}$ の施工数量を $q_i^{(k)}$ 、施工速度を $\alpha_i^{(k)}$ 、 $\alpha_i^{(k)}$ の下限、上限をそれぞれ $A_{li}^{(k)}$ 、 $A_{ui}^{(k)}$ とする。 $A_{li}^{(k)}$ 、 $A_{ui}^{(k)}$ は、

- ① 施工法上の能力の限界
- ② 受注者の現有機械等の問題による現実的の限界
- ③ 施工アロックスでの機械密度等による空間的な限界

の3つから決まることになるので、 $A_{li}^{(k)}$ 、 $A_{ui}^{(k)}$ の値の決定においてはこれらに対する検討、分析が不可欠である。

作業 $v_i^{(k)}$ の作業所要時間 $\alpha_i^{(k)}$ は、 V_i に含まれる作業では $\alpha_i^{(k)}$ と $\beta_i^{(k)}$ から、 V_c に含まれる作業では一定値 $\alpha_i^{(k)}$ として求められる。また、作業開始時刻を $t_i^{(k)}$ 、すべての作業が完了する工事期間を t_e とする。

工事費用 C は、

- ① 直接費用 C^d : 施工速度の上昇により増加する費用
- ② 間接費用 C^i : 工事期間の延長により増加する費用
- ③ 一定費用 C^c : 材料費等、施工速度、工事期間によらず一定の費用

の3つからなるものとし、図-5のように各作業の直接費用 C^d_i は施工速度 $\alpha_i^{(k)}$ と、間接費用 C^i は工事期間 t_e とそれぞれ線形関係にあるとする。

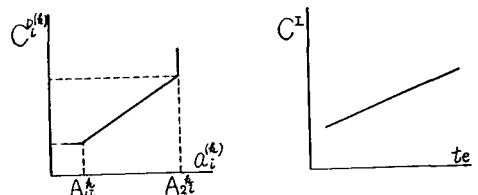


図-5 費用の線形性の仮定

以上のような考え方を各種の定義としてまとめて表-3に示す。これらの考え方のもとで、工事費用最小化の主問題は表-4に、工事期間最小化の従問題は表-5に示すように定式化されることになる。

表-3 定式化のための定義

施工プロット長 ($k=1, \dots, K$) での工程 $v_i^{(k)}$
 $v_i^{(k)}$ の集合 ∇ $\left\{ \begin{array}{l} V_1: \text{実作業の工程} \\ V_2: \text{時間間隔の確保のための工程} \end{array} \right.$
 作業の順序関係 P $\left\{ \begin{array}{l} P^T: \text{技術的順序関係} \\ P^R: \text{管理的順序関係} \end{array} \right.$
 $p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}} \in P = 1 : v_i^{(k)} \text{ は } v_j^{(k)} \text{ の先行作業}$
 競合作業集合 $R^{(k)} (k=1, \dots, L)$
 $n_k: R^{(k)}$ に含まれる作業の個数
 $\gamma_k: \text{投入する施工グループ数}$
 作業 $v_i^{(k)} (\in V_1)$ の施工数量 $q_i^{(k)}$
 施工速度 $a_i^{(k)} (A_{it}^{(k)} \leq a_i^{(k)} \leq A_{ic}^{(k)})$
 作業 $v_i^{(k)}$ の施工所要時間 $d_i^{(k)} = \begin{cases} q_i^{(k)} / a_i^{(k)}, v_i^{(k)} \in V_1 \\ d_i^{*(k)} (= \text{const.}), v_i^{(k)} \in V_2 \end{cases}$
 作業 $v_i^{(k)}$ の開始時刻 $t_i^{(k)}$
 工事期間 t_e
 工事費用 $C = C^D + C^I + C^C$
 $C^D: \text{直接費用 } (= \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^{n_k} C_i^{D(k)} = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^{n_k} (\alpha_i^{(k)} a_i^{(k)} + \beta_i^{(k)}))$
 $\alpha_i^{(k)}, \beta_i^{(k)}: \text{const.}$
 $C^I: \text{間接費用 } (= \gamma t_e + \delta, \gamma, \delta: \text{const.})$
 $C^C: \text{一定費用}$

表-4 定式化した主問題

費用最小化 $C = \sum_{k=1}^L \sum_{i=1}^{n_k} \alpha_i^{(k)} a_i^{(k)} + \gamma t_e + \tau \rightarrow \min.$
 施工速度の制約 $A_{it}^{(k)} \leq a_i^{(k)} \leq A_{ic}^{(k)} (v_i^{(k)} \in V_1)$
 スケジュール $t_i^{(k)} \geq 0 (t_i^{(k)} \in \nabla)$
 $-t_i^{(k)} - d_i^{(k)} + t_j^{(k)} \geq 0 (p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}} = 1 \text{ のとき})$
 $-t_i^{(k)} - d_i^{(k)} + t_e \geq 0 (v_i^{(k)} \in V_1)$
 $d_i^{(k)} = \begin{cases} q_i^{(k)} / a_i^{(k)} (v_i^{(k)} \in V_1) \\ d_i^{*(k)} (v_i^{(k)} \in V_2) \end{cases}$
 $P: \text{const.}$

表-5 定式化した従問題

工期最小化 $t_e = \lambda(P^R) \rightarrow \min.$
 順序関係の制約 $\sum_{j=1}^{n_k} p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} \leq 1 \quad p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} \in P^{R(k)}$
 $\sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} \leq 1 \quad p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} \in P^{R(k)}$
 $L(P) = 0$
 $\sum_{v_i^{(k)} \in R^{(k)}} \sum_{v_j^{(k)} \in R^{(k)}} p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} = n_k - \gamma_k$
 $p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} \in P^{R(k)}$
 スケジュール $t_i^{(k)} \geq 0 (t_i^{(k)} \in \nabla)$
 $-t_i^{(k)} - d_i^{(k)} + t_j^{(k)} \geq 0 (p_{v_i^{(k)} v_j^{(k)}}^{R(k)} = 1 \text{ のとき})$
 $-t_i^{(k)} - d_i^{(k)} + t_e \geq 0$
 $d_i^{(k)}: \text{const.}$

6. 問題の解法

前節の表-4 に示した主問題は、線形の目的関数と非線形の制約条件をもつ非線形問題である。制約条件式のうち、 $a_i^{(k)}, t_i^{(k)}$ について2次形式である、

$$\begin{aligned} -t_i^{(k)} - \frac{q_i^{(k)}}{a_i^{(k)}} + t_j^{(k)} &\geq 0 \\ -t_i^{(k)} - \frac{q_i^{(k)}}{a_i^{(k)}} + t_e &\geq 0 \end{aligned}$$

を、

$$\begin{aligned} -a_i^{(k)} \cdot t_i^{(k)} - q_i^{(k)} + a_i^{(k)} \cdot t_j^{(k)} &\geq 0 \\ -a_i^{(k)} \cdot t_i^{(k)} - q_i^{(k)} + a_i^{(k)} \cdot t_e &\geq 0 \end{aligned}$$

と書き直す。ここで、これらの制約条件はいずれも凸性をもつのでこの非線形問題の局所最適解は大域的最適解を与えることになる。

このような制約条件つき非線形問題の解法としては、勾配法をはじめとしていくつかのアルゴリズムが提案されているが、いずれの方法によってもかなり複雑な計算を行わねばならないことになる。ここでは比較的単純な工程についての施工速度の最適化をはかる手順について述べておく。

クリティカルパスが1本しかないようなスケジュールを想定し、このクリティカルパスのみを表示したプロジェクトグラフを考える。(図-6) 現在フロートをもつ作業がクリティカルにならない限り、クリティカルパス上のいずれの作業でもその延長あるいは短縮がそのまま全体の工事期間の延長、あるいは短縮につながることになる。 V_1 に含まれる作業がこのような作業であるとする、この作業の施工速度を1単位上昇させたときの直接費用の増

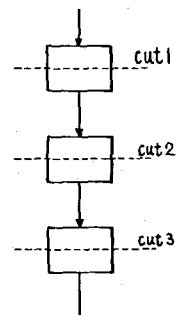


図-6 クリティカルパスが1本の場合

分は、

$$\frac{\partial C^0_{i^k}}{\partial a_{i^k}} = \alpha_{i^k}^{(k)}$$

また、施工速度上昇により工事期間の短縮が行われ、間接費用が減少するのでその増分は、

$$\frac{\partial C^x}{\partial a_{i^k}} = -r \frac{g_{i^k}}{(a_{i^k})^2}$$

すなわち、クリティカルパスが変化しない限り、 $\frac{\partial C}{\partial a_{i^k}} = \frac{\partial C^0_{i^k}}{\partial a_{i^k}} + \frac{\partial C^x}{\partial a_{i^k}}$ が正であれば施工速度を減少させることによって、また負であれば施工速度を上昇させることによって費用の減少をはかることが可能である。

従って、制約条件をみてしつ、 $|\frac{\partial C}{\partial a_{i^k}}|$ が大なるものから順次 $\frac{\partial C}{\partial a_{i^k}} = 0$ なるように a_{i^k} を動かしていくことにより、最適値 $a_{i^k}^*$ を得ることが出来る。また図-7のようにクリティカルパスが複数ある場合には、カット上の作業をその直接費用の増分の和と間接費用の増分が均衡すればよい。

次に前節の表-1に示した工期最小化の従問題については、計画変数は作業間の順序関係である。すなわち、競合作業集合 R^k に含まれる作業の間に $n_k - 1$ 個の管理的順序関係を、各種の制約のもとで工事期間が最小となるように付加する問題である。目的関数の t_k は、管理的順序関係 R^k の非線形関数になっているので、ここでは逐次計算法であるブランチ&バウンド法を用いて最適解を求めることとする。

すなわち、管理的順序関係を1つずつ付加する時の工事期間を求める問題とその時の工事期間の下界値LBを求める補助問題により、順次ブランチの検討を行なうが、この問題については参考文献3)においてその解法等について明らかにしているので、ここでは図-8にブランチ&バウンド法を用いた最適順序関係を得るためのフローの概略を示すにとめる。

このようにして得られる主問題あるいは従問題の解はそれぞれの問題においては最適性が保証されているが、それぞれの解を互いの制約条件として解くというルーブによって得た収束値が全体の問題の最適解であるという保証はない。しかしながら初期値を変動させることにより、高度に満足しうる許容解が求められるものとする。

7. 計算例

前節までに、問題の定式化及びその解法の概略を述べた。本節ではこの方法を用いた工種3施工フローのケースの施工速度及び管理的順序関係による工事費用最小化問題に適用することとする。

ここで取り上げ問題には工種3施工フロー、計9作業からなる工事であり、作業 i の施工数量 $q_i^{(k)}$ 、施工速度の限界 $A_{i1}^{(k)}, A_{i2}^{(k)}$ 、直接費用の係数 $\alpha_{i1}^{(k)}$ 及び施工速度 $a_{i1}^{(k)}$ の初期値を表-6に示した。また、間接費用の係数 r は0.5とする。

それぞれの工種 i ($i=1, 2, 3$) は競合作業であり、投入施工ルーブ数 n_i は各1なので、付加すべき管理的順序関係は6組である。また工種2の作業 ($V_1^{(2)}, V_2^{(2)}, V_3^{(2)}$) の施工中には、隣接する施工フローに他の作業は入れないという空間的施工間隔が必要であるものとする。

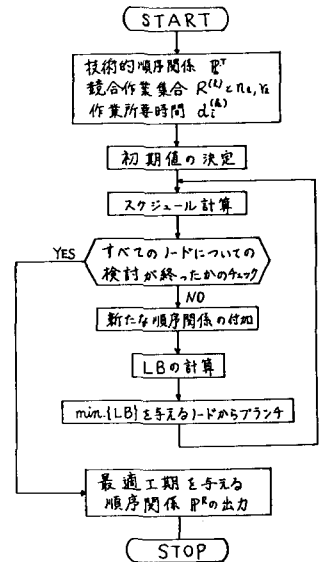
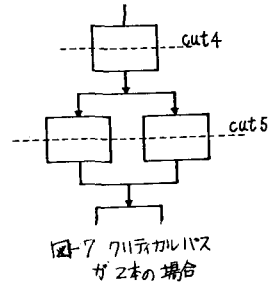


表-6 初期条件

作業	$q_i^{(k)}$	$A_{i1}^{(k)}$	$A_{i2}^{(k)}$	$\alpha_{i1}^{(k)}$	$a_{i1}^{(k)}$
$U_1^{(1)}$	2	0.25	0.5	8	0.33
$V_1^{(1)}$	3	0.25	0.5	8	0.33
$U_2^{(1)}$	4	0.25	0.5	8	0.33
$V_2^{(1)}$	3	0.125	0.375	40	0.25
$U_3^{(2)}$	4	0.125	0.375	40	0.25
$V_3^{(2)}$	5	0.125	0.375	40	0.25
$U_4^{(3)}$	4	0.25	0.5	10	0.33
$V_4^{(3)}$	5	0.25	0.5	10	0.33
$U_5^{(3)}$	6	0.25	0.5	10	0.33

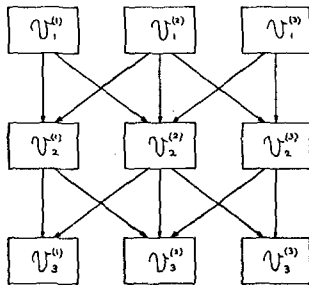


図-9 技術的順序関係

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

図-11 得られた順序関係

$$P^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

図-10 技術的順序関係

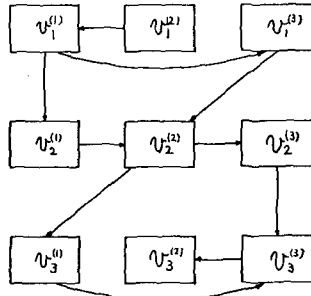


図-12 得られた順序関係

表-7 作業開始時刻

作業	$V_1^{(1)}$	$V_1^{(2)}$	$V_1^{(3)}$	$V_2^{(1)}$	$V_2^{(2)}$	$V_2^{(3)}$	$V_3^{(1)}$	$V_3^{(2)}$	$V_3^{(3)}$
$t_i^{(k)}$	9	0	15	15	27	43	(51)	81	63

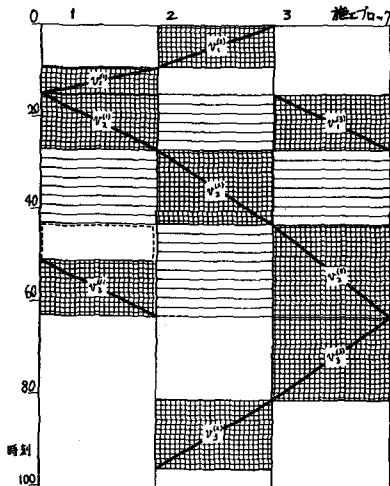


図-13 初期値の座標式工程表

表-8 主問題

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^3 a_i^{(k)} \cdot t_i^{(k)} + r \cdot t_e + \tau \rightarrow \min.$$

$$-A_{11}^{(k)} + a_i^{(k)} \geq 0$$

$$-a_i^{(k)} + A_{11}^{(k)} \geq 0$$

$$t_i^{(1)} \geq 0$$

$$-a_i^{(k)} t_i^{(k)} - g_i^{(k)} + a_i^{(k)} t_i^{(k)} \geq 0, p_{v_i^{(k)}} v_i^{(k)} = 1$$

$$-a_3^{(2)} t_3^{(2)} - g_3^{(2)} + a_3^{(2)} t_e \geq 0$$

表-9 等号条件を与える Kuhn-Tucker 条件

$$\begin{aligned} Q_1^{(1)} \{ a_1^{(1)} + K_1^{(1)} - \lambda_1^{(1)} + \mu_1(-t_1^{(1)} + t_1^{(1)}) + \mu_2(-t_1^{(1)} + t_1^{(1)}) \} &= 0 \\ Q_1^{(2)} \{ a_1^{(2)} + K_1^{(2)} - \lambda_1^{(2)} + \mu_1(-t_1^{(2)} + t_1^{(2)}) \} &= 0 \\ Q_1^{(3)} \{ a_1^{(3)} + K_1^{(3)} - \lambda_1^{(3)} + \mu_1(-t_1^{(3)} + t_1^{(3)}) \} &= 0 \\ Q_2^{(1)} \{ a_2^{(1)} + K_2^{(1)} - \lambda_2^{(1)} + \mu_2(-t_2^{(1)} + t_2^{(1)}) \} &= 0 \\ Q_2^{(2)} \{ a_2^{(2)} + K_2^{(2)} - \lambda_2^{(2)} + \mu_2(-t_2^{(2)} + t_2^{(2)}) + \mu_3(-t_2^{(2)} + t_2^{(2)}) \} &= 0 \\ Q_2^{(3)} \{ a_2^{(3)} + K_2^{(3)} - \lambda_2^{(3)} + \mu_2(-t_2^{(3)} + t_2^{(3)}) \} &= 0 \\ Q_3^{(1)} \{ a_3^{(1)} + K_3^{(1)} - \lambda_3^{(1)} + \mu_3(-t_3^{(1)} + t_3^{(1)}) \} &= 0 \\ Q_3^{(2)} \{ a_3^{(2)} + K_3^{(2)} - \lambda_3^{(2)} + \mu_3(-t_3^{(2)} + t_3^{(2)}) \} &= 0 \\ Q_3^{(3)} \{ a_3^{(3)} + K_3^{(3)} - \lambda_3^{(3)} + \mu_3(-t_3^{(3)} + t_3^{(3)}) \} &= 0 \\ t_1^{(1)}(-\mu_1 a_1^{(1)} - \mu_2 a_1^{(1)} + \mu_1 a_1^{(1)}) &= 0 \\ t_1^{(2)}(-\mu_1 a_1^{(2)} - \mu_2) &= 0 \\ t_1^{(3)}(-\mu_1 a_1^{(3)} + \mu_1 a_1^{(1)}) &= 0 \\ t_2^{(1)}(-\mu_2 a_2^{(1)} + \mu_2 a_2^{(1)}) &= 0 \\ t_2^{(2)}(-\mu_2 a_2^{(2)} + \mu_2 a_2^{(1)}) &= 0 \\ t_2^{(3)}(-\mu_2 a_2^{(3)} - \mu_3 a_2^{(2)} + \mu_3 a_2^{(2)}) &= 0 \\ t_3^{(1)}(-\mu_3 a_3^{(1)} + \mu_3 a_3^{(1)}) &= 0 \\ t_3^{(2)}(-\mu_3 a_3^{(2)} + \mu_3 a_3^{(1)}) &= 0 \\ t_3^{(3)}(-\mu_3 a_3^{(3)} + \mu_3 a_3^{(1)}) &= 0 \\ t_e \cdot \xi \cdot a_3^{(2)} &= 0 \end{aligned}$$

$$\mu(-t_1^{(1)}) = 0$$

$$\mu_1(-a_1^{(1)} t_1^{(1)} - g_1^{(1)} + a_1^{(1)} t_1^{(1)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_2(-a_1^{(2)} t_1^{(2)} - g_1^{(2)} + a_1^{(2)} t_1^{(2)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_3(-a_1^{(3)} t_1^{(3)} - g_1^{(3)} + a_1^{(3)} t_1^{(3)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_4(-a_2^{(1)} t_2^{(1)} - g_2^{(1)} + a_2^{(1)} t_2^{(1)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_5(-a_2^{(2)} t_2^{(2)} - g_2^{(2)} + a_2^{(2)} t_2^{(2)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_6(-a_2^{(3)} t_2^{(3)} - g_2^{(3)} + a_2^{(3)} t_2^{(3)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_7(-a_3^{(1)} t_3^{(1)} - g_3^{(1)} + a_3^{(1)} t_3^{(1)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_8(-a_3^{(2)} t_3^{(2)} - g_3^{(2)} + a_3^{(2)} t_3^{(2)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_9(-a_3^{(3)} t_3^{(3)} - g_3^{(3)} + a_3^{(3)} t_3^{(3)}) = 0$$

$$= 0 \quad \mu_{10}(-a_3^{(3)} t_3^{(3)} - g_3^{(3)} + a_3^{(3)} t_3^{(3)}) = 0$$

$$\xi(-a_3^{(2)} t_3^{(2)} - g_3^{(2)} + a_3^{(2)} t_e) = 0$$

$$\xi(-a_3^{(2)} t_3^{(2)} - g_3^{(2)} + a_3^{(2)} t_e) = 0$$

$$K_1^{(1)}(-A_{11}^{(1)} + a_1^{(1)}) = 0 \quad \lambda_1^{(1)}(-a_1^{(1)} + A_{11}^{(1)}) = 0$$

$$K_1^{(2)}(-A_{11}^{(2)} + a_1^{(2)}) = 0 \quad \lambda_1^{(2)}(-a_1^{(2)} + A_{11}^{(2)}) = 0$$

$$K_1^{(3)}(-A_{11}^{(3)} + a_1^{(3)}) = 0 \quad \lambda_1^{(3)}(-a_1^{(3)} + A_{11}^{(3)}) = 0$$

$$K_2^{(1)}(-A_{22}^{(1)} + a_2^{(1)}) = 0 \quad \lambda_2^{(1)}(-a_2^{(1)} + A_{22}^{(1)}) = 0$$

$$K_2^{(2)}(-A_{22}^{(2)} + a_2^{(2)}) = 0 \quad \lambda_2^{(2)}(-a_2^{(2)} + A_{22}^{(2)}) = 0$$

$$K_2^{(3)}(-A_{22}^{(3)} + a_2^{(3)}) = 0 \quad \lambda_2^{(3)}(-a_2^{(3)} + A_{22}^{(3)}) = 0$$

$$K_3^{(1)}(-A_{33}^{(1)} + a_3^{(1)}) = 0 \quad \lambda_3^{(1)}(-a_3^{(1)} + A_{33}^{(1)}) = 0$$

$$K_3^{(2)}(-A_{33}^{(2)} + a_3^{(2)}) = 0 \quad \lambda_3^{(2)}(-a_3^{(2)} + A_{33}^{(2)}) = 0$$

$$K_3^{(3)}(-A_{33}^{(3)} + a_3^{(3)}) = 0 \quad \lambda_3^{(3)}(-a_3^{(3)} + A_{33}^{(3)}) = 0$$

$$K_3^{(3)}(-A_{33}^{(3)} + a_3^{(3)}) = 0 \quad \lambda_3^{(3)}(-a_3^{(3)} + A_{33}^{(3)}) = 0$$

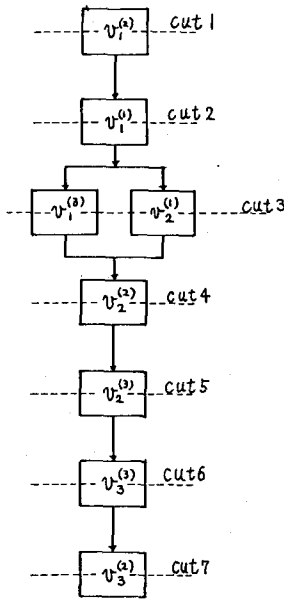


図-14. クリティカルパスとカット

表-10 改善した作業開始時刻

作業	$v_1^{(1)}$	$v_1^{(2)}$	$v_1^{(3)}$	$v_2^{(1)}$	$v_2^{(2)}$	$v_2^{(3)}$	$v_3^{(1)}$	$v_3^{(2)}$	$v_3^{(3)}$
$t_i^{(k)}$	8.6	0	13.3	13.3	29.3	47.5	(50.7)	78.7	66.7

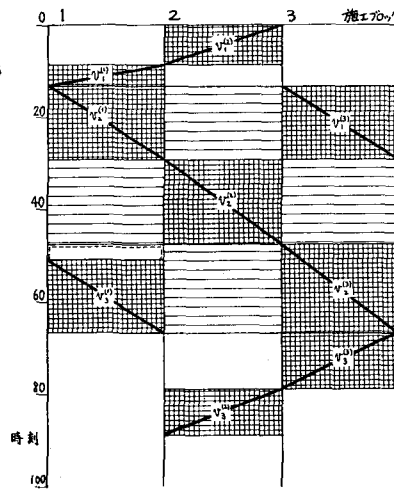


図-15 改善した座標式工程表

そこで前節において述べたように、クリティカルパスのみをとり出してカット上の均衡条件から $\alpha_i^{(k)}$ を求めることとした。

図-14はクリティカルパスのみをとり出し、カットを示したものである。すなわちこれらのカット上で $\frac{\partial C}{\partial \alpha_i^{(k)}}$ が最大なるものから順次、 $\frac{\partial C}{\partial \alpha_i^{(k)}} = 0$ なるように $\alpha_i^{(k)}$ を動かしていく。このときカット5では $v_3^{(1)}$ がクリティカルにならぬことを確認しておくとともに、カット3では $v_1^{(1)}$ の作業能力の限界に留意する必要がある。

こうして得られた施工速度による作業開始時刻を表-10に、座標式工程表を図-15に示す。なお、ここで得られた費用

は91.79であり初期の工事費用に比べて3.38の改善をみた。

次にこの時の施工速度での作業所要時間によってもう一度従前問題を解いたところ同様の管理的順序関係の得られたので、これを収束値としこの問題の解とした。

9. おわりに

以上述べてきたように、本研究では土木工事の統括工程計画策定に座標式工程表を用いるための理論的検討を行った。今後に残された課題として、本分析における検討をヒューリスティックな方法でコンピュータグラフィックスを用いた対話型のシステムとして設計し構築すること、線形構造物のみならず平面構造物、さらには一般の構造物に適用範囲を拡大することなどを検討していきたいと考えている。

参考文献

- 1) 吉川和広, "土木計画とOR", 丸善, 1969
- 2) 春名攻, "土木計画における最適化", §2 モデルの最適化, 技報堂, 1979
- 3) 春名攻, "建設工事における施工管理に関するシステム論的研究", (学位論文), 1971
- 4) 今野浩, 山下若, "非線形計画法", 日科技連, 1978