

1. はじめに

交通量配分理論は、ODペア交通量と所要時間最短の経路のみに配分するものと、所用時間が最短ではない経路にも配分するものの二つに大別できる。後者は複数経路配分(multipath assignment)あるいは確率的配分(stochastic assignment)と称され、容量制約(capacity restraint)を考慮しているか否かでさらに二つに大別される。容量制約とは、各道路区間(以下リンクと記す)ごとに交通容量が定まっていること、およびリンク交通量が増加すればリンク走行時間が増加することの二点を意味している。容量制約を考慮していないものとしては転換率曲線を利用した配分、平塚¹⁾、藤森²⁾、香川³⁾らのエントロピー最大化原理を利用した配分モデル、Dial⁴⁾、Daganzo⁵⁾らの配分モデルが、容量制約を考慮したものとしては、加藤⁶⁾、星野⁷⁾、飯田⁸⁾、松井⁹⁾、Burrell¹⁰⁾、Sheffi¹¹⁾らのモデルがあげられる。このうちDial、Burrell、Sheffiのモデルをのぞいたすべてのモデルでは、OD間の最適な経路を前もって与えねばならず、確率的配分モデルでは経路の与え方によって解が異なることから経路先決における客観性についての疑問が残されている¹²⁾。Burrell、Sheffiのモデルはモンテカルロ法を応用したモデルであり、その収束性および計算コストに問題がある。Dialのモデルは経路を明示せずに、各経路にロジットモデルで交通量を配分した時のリンク交通量を求めるものであるが、容量制約のある場合には収束しないという問題点がある。そこで本研究では、Dialのモデルを吸収マルコフ連鎖モデルとして再構成し、経路を先決しない確率的均衡配分に関する一手法を提案する。

以下の本文の構成は次のとおりである。2節では確率的均衡の定義を述べ、確率的均衡を満足するリンクフローを求めるためには配分写像が連続でなければならぬことを示す。3節ではDialのアルゴリズムのレビューを行いDialのアルゴリズムでは確率的均衡を満足する解が得られないことを示す。4節では3節の検討をふまえて吸収マルコフ連鎖を利用したモデルを提案する。このモデルでは推移確率カクイアルのアルゴリズムを応用して与えられる。5節では簡単なネットワークに吸収マルコフ連鎖モデルを適用した計算例を示し、その収束上問題があること、従ってこのモデルが現段階では不完全なモデルであることを述べる。6節では本研究全体のまとめを行い、このモデルの問題点、これから解決すべき課題について述べる。

なお以下の本文ではリンクとアークとを区別せずに、すなわちアークと記すべき箇所でもリンクと記していることをあらかじめおことわりしておく。

2. 確率的均衡配分

確率的均衡配分の配分原則はWardropの第1原則にならうて次のように表現される。⁵⁾

確率的均衡が達成されたネットワークではいかなる利用者が一方的に経路を替えることによっても、その認識される旅行時間(perceived travel time)を短縮することはできない。

換言すれば、確率的均衡とはすべての利用者が自己の選択した経路(以下パスと記す)が最短と信じている状態をさす。

今、 N 本のリンクを持つネットワークに M 個のゾーンペア交通量を流した場合の確率的均衡について考える。 k 番目のゾーンペアは λ_k 本のパスを持つとする。

Q_k : ゾーンペア k のゾーンペア交通量 ($k=1, \dots, M$)

X_a : リンク a のリンクフロー ($a=1, \dots, N$)

T_a : リンク a の走行時間。 $T_a = T_a(X_a)$ ($a=1, \dots, N$)

T_p^k : ゾーンペア K のパス P の走行時間

X_p^k : ゾーンペア K のパス P のパスフロー

$$\delta_{a,p}^k = \begin{cases} 1 & \text{リンク } a \text{ がゾーンペア } K \text{ のパス } P \text{ に含まれる} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

と定義すると確率的均衡においては上記諸量の間に次の関係式が成立している。

$$X_a = \sum_k \sum_p X_p^k \cdot \delta_{a,p}^k \quad (a=1, \dots, N) \quad (2-1)$$

$$T_p^k = \sum_a T_a \cdot \delta_{a,p}^k \quad (k=1, \dots, M, p=1, \dots, n_k) \quad (2-2)$$

$$X_p^k = Q_k \cdot P_p^k \quad (k=1, \dots, M, p=1, \dots, n_k) \quad (2-3)$$

$$P_p^k = \text{Prob}[T_p^k = \min.\{T_\ell^k \mid \ell=1, \dots, n_k\}] = F(T_1^k, \dots, T_{n_k}^k) \quad (k=1, \dots, M, p=1, \dots, n_k) \quad (2-4)$$

式(2-1)～(2-4)を同時に満足する解が求まる解である。式(2-1)～(2-4)は一般に非線形連立方程式となるので求解は次のような逐次近似により求めることになる。

計算手順

- (1) すべてのゾーンペアについてパス選択確率 P_p^k の初期値を適当に与える。(e.g. $P_p^k = 1/n_k$, $k=1, \dots, M, p=1, \dots, n_k$)
- (2) 反復ナンバ- I を 0 とする。
- (3) 式(2-3)よりパスフローの I 回めの近似値 $X_p^{k(I)}$ を求める。($k=1, \dots, M, p=1, \dots, n_k$)
- (4) 式(2-1)より、リンクフローの I 回めの近似値 $X_a^{(I)}$ を求める。($a=1, \dots, N$)
- (5) 式(2-2)より、パス P の走行時間の I 回めの近似値 $T_p^{k(I)}$ を求める。($k=1, \dots, M, p=1, \dots, n_k$)
- (6) 式(2-4)より、パス P の選択確率の I 回めの近似値 $P_p^{k(I)}$ を求める。
- (7) 式(2-3)より、パス P のフローの $(I+1)$ 回めの近似値 $X_p^{k(I+1)}$ を求める。
- (8) $|X_p^{k(I+1)} - X_p^{k(I)}| \leq \epsilon$ (ϵ は適当な値) ならば計算を終了。

そうでないならば、 $X_p^{k(I+1)} \leftarrow \alpha X_p^{k(I)} + (1-\alpha) X_p^{k(I+1)}$ ($0 \leq \alpha < 1$) として(3)に戻る。

上記の配分手順は、 $X_p^{k(I)}$ と $X_p^{k(I+1)}$ を対応させる写像とみなすことができるから、均衡解の存在と不動点の存在は同義である。Brouwer の不動点定理によれば、集合 X を自身の中へ写す写像 $f: X \rightarrow X$ が与えられたとき X が有界かつ凸で連続であれば不動点が少なくとも一つ存在する。集合 $\{X_p^k\}$ が有界であることは自明なので配分写像が連続であれば均衡解が少なくとも一つ存在することになる。

しかし均衡解の存在することと、求解とは別の問題であり、その配分手順が連続であれば常に解が求まるわけではないことに注意が必要である。初期値の値および手順によっては Fig-3 のように解が求まらない場合がある。



Fig - 1

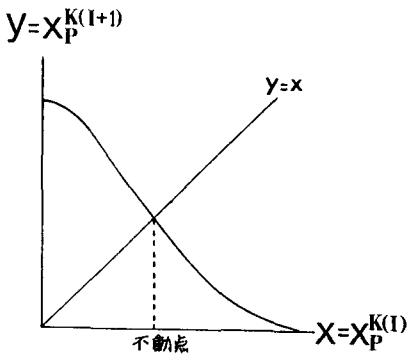


Fig - 2

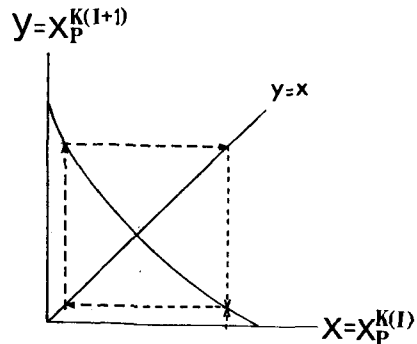


Fig - 3

3. Dialの配分アルゴリズム

本節ではDialのアルゴリズムをレビューし、ダイヤルのアルゴリズムの性質を明らかにする。

Dialの配分アルゴリズムの目的は、ゾーンペア交通量を彼の言う "reasonable" なパスに式(3-1)で示すようなロジットモデルで配分した時のリンクフローをパスを列挙せずに求めようとするものである。

$$P_k = \begin{cases} \exp\{\theta(t^* - t_k)\} / \sum_{i \in P} \exp\{\theta(t^* - t_i)\} & \text{if } i \in P \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-1)$$

ここに P_k : パス k を選択する確率, P : reasonable パスの集合

t^* : 最短経路の走行時間, t_k : パス k の走行時間, θ : $\theta > 0$, 分散パラメータ

reasonable パス : そのパスに含まれるすべてのリンクについて、その着ノードが発ノードより起点から遠いときそのパスを "reasonable" パスという。

Dialのアルゴリズムを以下に示す。⁴⁾

スラップ1: ネットワークのすべてのノードについて次の値を求める。

$P(i)$: 起点(0)からノード i までの最短時間

I_i : 発ノードか i であるすべてのリンクの集合

F_i : 着 " "

各リンク (i, j) の走行時間を t_{ij} のとき

$$Q(i, j) = \begin{cases} \exp[\theta\{P(j) - P(i) - t_{ij}\}] & \text{if } P(i) < P(j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-2)$$

をすべてのリンクについて求める。 $Q(i, j)$ はリンク (i, j) の被選択可能性(likelihood)を表わす指標である。

スラップ2: 起点(0)から $P(i)$ が小さい順に、次のようにリンクウェイト w_{ij} , ノードウェイト W_i を定める。

$$w_{ij} = W_i \cdot Q(i, j) \quad (3-3)$$

$$W_j = \begin{cases} 1 & (j = 0: \text{起点}) \\ \sum_i w_{ij} & \text{その他} \end{cases} \quad (3-4)$$

j : D: 終点 になったらスラップ3へ

ステップ3: 終点(D)から $P(i)$ が大きい順にノードフロー, リンクフローを定める。

$$\text{リンク}(i, j) \text{ のフロー} : X_{ij} = X_j \times w_{ij} / W_j \quad (3-5)$$

$$\text{ノード } i \text{ のフロー} : X_i = \begin{cases} Q & (i = D) \\ \sum_j X_{ij} & \text{その他} \end{cases} \quad (3-6)$$

Q : ゾーンペア交通量

これを $i = 0$ (起点) になるまで続ける。

証明

上記のアルゴリズムが式(3-1)を満足することを以下に示す。⁴⁾

今パス $R \equiv O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow D$ の配分率 P_R を計算してみる。式(3-5)の右辺を参照して

$$\begin{aligned} P_R &= (w_{OD}/W_D) \times (w_{AZ}/W_Z) \times \dots \times (w_{AB}/W_B) \times (w_{OA}/W_A) \\ &= \frac{W_D \cdot Q(O, D)}{W_D} \times \frac{W_Z \cdot Q(Y, Z)}{W_Z} \times \dots \times \frac{W_A \cdot Q(A, B)}{W_A} \times \frac{W_O \cdot Q(O, A)}{W_A} \quad (\because \text{式}(3-3)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= Q(Z, D) \times Q(Y, Z) \times \dots \times Q(A, B) \times Q(O, A) / W_0 \quad (\because W_0 = 1) \\
 &= \exp[\theta \{P(D) - P(Z) + P(Z) - P(Y) - \dots + P(B) - P(A) + P(A) - P(O) - (t_{OA} + t_{AB} + \dots + t_{\dots})\}] / W_0 \\
 &= \exp[\theta \{P(D) - t_R\}] / W_0
 \end{aligned}$$

$$P_R = \exp[\theta(t^* - t_R)] / W_0$$

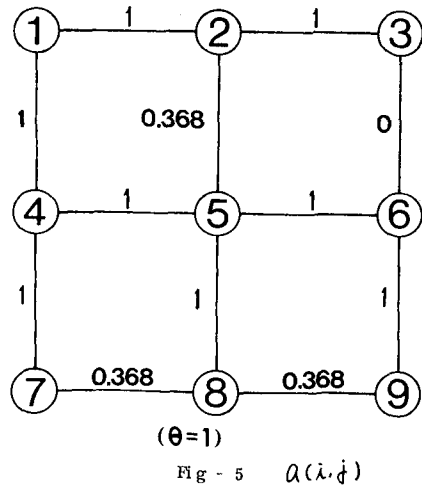
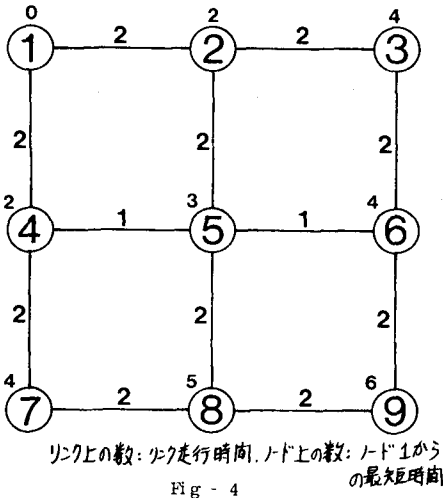
ここで $t^* = P(D)$: O から D までの最短時間, t_R : パス R の走行時間

$$\sum_R P_R = 1 \text{ より } W_0 = \sum_R \exp[\theta(t^* - t_R)]$$

よって $P_R = \exp[\theta(t^* - t_R)] / \sum_R \exp[\theta(t^* - t_R)]$ となり式(3-1)を満足する。

"reasonable" パス概念の妥当性

ここで、Dial の "reasonable" パスの概念について検討してみよう。結論を先に言えばこの reasonable パスの概念は計算上の便宜のためのものであり、それ以上の合理的な理由を有しない。例えば Fig-4 に示すようなネットワークで、ノード 1 からノード 9 へゾーンヤア交通量を配分する場合について考えてみよう。(リンク上の数字はリンクの走行時間、ノード上の数字はノード 1 からの最短時間を示している)。 $Q(i, j)$ の値は式(3-2)のように定まり ($\theta = 1$ として計算)、 $Q(3, 6) = 0$ より、パス 1: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9$ のフローは 0 となる。パス 1 の走行時間は 8 であり、これは配分の対象となるパス 2: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 9$ 、パス 3: $1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$ の走行時間と同じであるが、パス 1 のフローが 0 となる理由はひとにもない。この例からも "reasonable" パスの概念は決して reasonable でないことがわかる。



容量制約と収束

Dial のアルゴリズムを容量制約を考慮した配分に応用する場合について考えてみる。この時の配分手順は、リンクフロー $X_{(i,j)}^{(N)}$ (N : 反復回数) を対応させる写像となるので、この写像が連続であれば均衡解が存在する。しかし式(3-2)の $Q(i, j)$ の定義 i.e. ($\text{if } P(i) \geq P(j) \Rightarrow Q(i, j) = 0$) より、 $X_{(i,j)}^{(N)}$ の値がある値をこえると $X_{(i,j)}^{(N+1)}$ はゼロとなり従ってこの写像は連続ではない。Fig-6 に示すようなリンク(3, 4)のみが flow dependent である簡単なネットワークで、Dial のアルゴリズムで計算した結果を Fig-7 に示す。リンクフローは振動して収束しない。(Fig-6 のネットワークでゾーンヤア $1 \rightarrow 2$ の交通量が 4 で、 $\theta = 0.5$ として計算を行った。Dial のアルゴリズムと収束 関係については文献(2)でも詳しく述べられている。

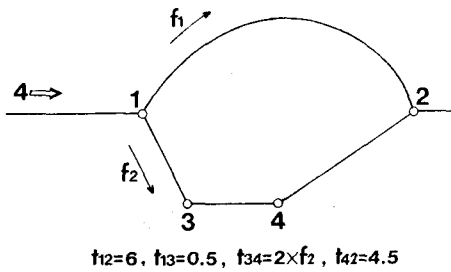


Fig - 6

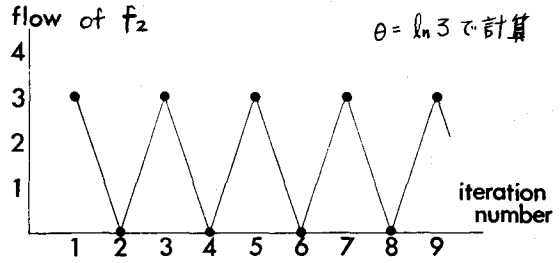


Fig - 7

4. 吸収マルコフ連鎖を利用した配分モデル

本節では Dial のアルゴリズムによってノード間の遷移確率を与え、吸収マルコフ連鎖を利用してリンクフローを求める配分手法について説明する。

3 節の検討で容量制約を考慮した場合に Dial の手法によ、均衡解が求められないのは、リンクの被選択可能性の指標である $Q(i, j)$ の定義に原因のあることがわかった。そこで $Q(i, j)$ の定義を

$$Q(i, j) = \exp[\theta \{P(j) - P(i) - t_{ij}\}] \quad (4-1)$$

ここに

$P(i), P(j)$: 起点からノード i, j までの最短時間

t_{ij} : リンク (i, j) の走行時間

のようになおせば、配分写真は連続となり均衡解の存在が保証される。しかしこのように $Q(i, j)$ の定義を変更したことによって、リンクフローを終点 (D) から出発して $P(j)$ の大きいノードの順に求めるということは不可能になり、リンクフローは式 (3-3) ~ (3-5) の連立方程式を解くことにより求めらるることとなる。この連立方程式は 1 次方程式であるので解は比較的容易であるが、ここでもう一度 Dial の配分モデルについて検討してみよう。

今 N 個のノードよりなるネットワークに、あるゾーンや交通量を式 (3-1) のロジックモデルで配分したのと全く同一の交通流が存在したとする。そして全車が終点 (D) に着いた後、すべての車が各自が来たところからリンクを逆進して起点に向かうと仮定しよう。すると Fig-8 に示すようにノード j への流入交通量はノード j からの流出交通量となりその性質は異なるが、当然リンクフローの値は不変である。さて全車が逆進する時、Fig-8 のノード j で、 j からノード i_1, i_2, i_3 への流出交通量を観測し、ノード j からノード i_1, i_2, i_3 へ分岐していく割合を求めるとその分岐の割合 $P_{j i_k} (k=1, \dots, 3)$ は式 (3-5) より

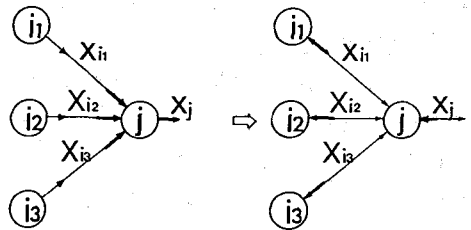


Fig - 8

$$P_{j i_k} = w_{i_k j} / W_j \quad (i, j = 1, \dots, N) \quad (4-2)$$

で与えられる。ここに

$$\left. \begin{aligned} w_{i_j} &= W_i \cdot Q(i, j) \\ W_j &= \sum_k w_{i_k j} \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

である。さて今全車が終点 D から起点 (O) に向って逆進すると仮定しているので、途中のノードからの交通量の発生やノードへの集中は無い。この時観測より得たノード j からノード i への分岐の割合をそのまま遷移確率の

の値として採用すると吸収マルコフ連鎖によって求めたノード j の流入交通量の値と観測値とが一致していることが知られている¹³⁾。よって $Q(i, j)$ が既知でリンクウエイト W_{ij} 、ノードウエイト W_j が式 (4.3) の連立方程式を解くことによって与えられている。次に記すような吸収マルコフ連鎖によって、リンクフローを求めることができる。

説明の便のためノード 1 が起点 (O)、ノード N が終点 (D) であるとする。ゾーンペア 1 → N に対応する遷移確率行列 P_{1N} は次式のように表わされる。

$$P_{1N} = \begin{pmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & & \textcircled{N} \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1} & P_{N2} & \cdots & P_{NN} \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \vdots \\ \textcircled{N} \end{matrix} \quad (4-4)$$

ここに $P_{ij} = W_{ij} / W_j$

上式の右辺の行列の行和は当然 1 になっている。

今、

$$Q \equiv \begin{pmatrix} \textcircled{2} & & \textcircled{N} \\ P_{22} & \cdots & P_{2N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N2} & \cdots & P_{NN} \end{pmatrix} \begin{matrix} \textcircled{2} \\ \vdots \\ \textcircled{N} \end{matrix} \quad (4-5)$$

とすると $(I - Q)$ (I は $(N-1)$ 次元単位行列) の逆行列:

$(I - Q)^{-1}$ の i, j 要素はノード $(i+1)$ から逆進した車が起点 (O) にもどりつくまでノード $(j+1)$ を訪問する回数の期待値を表わしている。今車は終点 N からのみ出発しているから、ゾーンペア交通量を U とすれば、

$$X = \begin{pmatrix} 0, \dots, 0, U \end{pmatrix} (I - Q)^{-1} \quad (4-6)$$

ここに

$$X \equiv (X_2, \dots, X_N) \quad (X_j \text{ はノード } j \text{ のノードフロー})$$

で求められる。これをノゾゾーンペア 1, N に関するリンクフローは

$$X_{i,j} = X_j \cdot P_{ij} \quad (4-7)$$

で求められる。以上の計算をすべてのゾーンペアに関してくり返せばリンクフローを求めることができる。

配分手順とゾーンペアごとのネットワークパターンの設定

吸収マルコフ連鎖を利用して配分手順は Fig-10 に示す通りであるが、図中の「ゾーンペアごとのネットワークパターンの設定」とは何を意味するのか例によって説明しておく。今 Fig 10 のようなネットワークにゾーンペア 1 → 4, 2 → 3, 3 → 2, 4 → 1 のゾーンペア交通量を配分することを考える。この時 Fig-10 のネットワークのままゾーンペアごとの $Q(i, j)$ を求めると、ノード i からノード j へ向って車がノード i に戻ったり、長さ無限大のパスが存在したり、ゾーンペアごとのパスの本数が無限大になったりするという矛盾が生じる。そこでこのような実際の交通流とかけはなれな事態の生じるのを回避するために Fig-11 に示すように、ゾーンペアごとに利用するリンクをあらかじめ与えてやることにする。1つのゾーンペアについては二つのノードを直結するリンクは 1 本しか存在しないようにリンクを選ぶので、まず該当リンクを選ぶことができ、リンク先決による問題は起こらないと考えられる。

5. 計算例

Fig-10 のネットワークにゾーンペア 1 → 2, 2 → 3, 4 → 1, 3 → 2 のゾーンペア交通量をそれぞれ 100 と

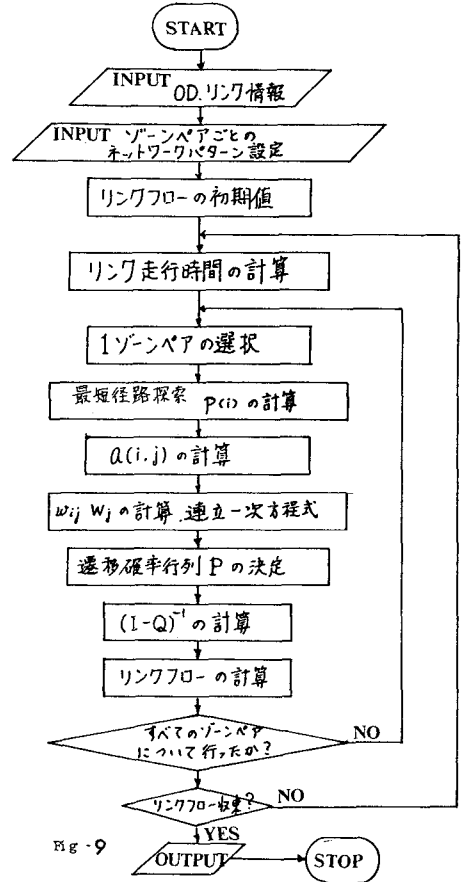


Fig-9

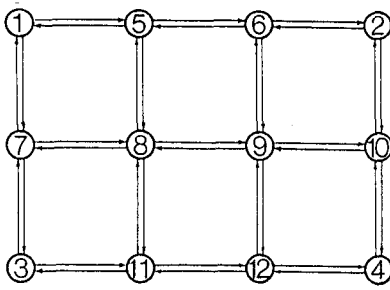


Fig-10

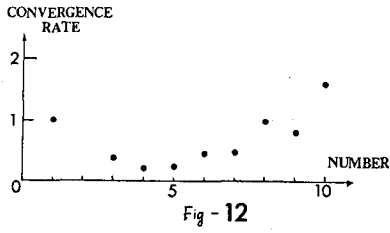


Fig-12

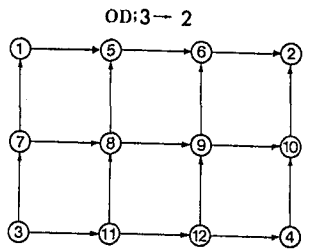
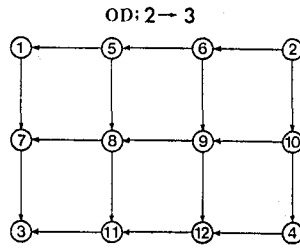
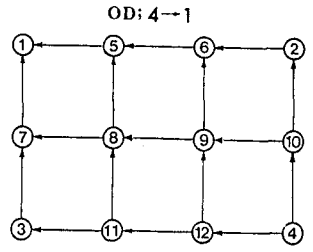
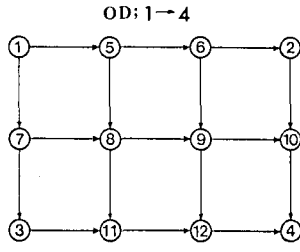


Fig11 ネットワークパターン

Table .1 List of links and parameter

LINK	FROM NODE	TO NODE	A	B
1	1	5	20.	.008
2	5	1	20.	.008
3	5	6	23.	.008
4	6	5	23.	.008
5	6	2	17.	.008
6	2	6	17.	.008
7	7	1	18.	.008
8	1	7	18.	.008
9	8	5	19.	.008
10	5	8	19.	.008
11	9	6	16.	.008
12	6	9	16.	.008
13	10	2	22.	.008
14	2	10	22.	.008
15	7	8	14.	.008
16	8	7	14.	.008
17	8	9	17.	.008
18	9	8	17.	.008
19	9	10	13.	.008
20	10	9	13.	.008
21	3	7	24.	.008
22	7	3	24.	.008
23	11	8	20.	.008
24	8	11	20.	.008
25	12	9	26.	.008
26	9	12	26.	.008
27	4	10	19.	.008
28	10	4	19.	.008
29	3	11	7.	.008
30	11	3	7.	.008
31	11	12	18.	.008
32	12	11	18.	.008
33	12	4	17.	.008
34	4	12	17.	.008

Table .2 LINK FLOW

LINK No.	3rd	4th	5th
1	41	47	37
2	32	35	35
3	37	40	33
4	11	12	13
5	64	65	61
6	1	2	2
7	68	66	66
8	59	54	63
9	37	38	38
10	20	22	20
11	55	57	54
12	18	22	15
13	39	39	43
14	2	2	2
15	49	66	54
16	47	50	50
17	68	110	62
18	52	54	55
19	62	35	52
20	34	56	56
21	31	35	28
22	28	21	36
23	63	25	58
24	32	18	32
25	34	25	37
26	6	7	8
27	71	65	77
28	42	67	32
29	110	88	109
30	113	102	101
31	95	49	105
32	38	34	33
33	74	40	86
34	45	42	42

して配分した。ネットワークパターンは Fig-11 に示すとおりである。またリンクの走行時間関数としては、
B.P.R.型の走行時間関数、 $T_a = A_a + B_a X_a^{1.5}$ を採用した。 A_a 、 B_a の値は Table -1 に示してある。収束の程度を調べるため、

$$\text{convergence rate} = \sqrt{\frac{\sum (X_i^{(N)} - X_i^{(N-1)})^2}{34}}$$

$$X_i^{(N)}: \text{リンク} i \text{ の } N \text{ 回目のフロー}$$

$$X_i^{(N-1)}: \text{ " (N-1) " }$$

を採用して収束の程度を調べた、それを図に示したのが Fig-10 である。convergence rate は 1、2 人 0.1 近くか、すぐにどんどん上昇していき、均衡解を求めることはできなかつた。convergence rate の値の比較的小さい 4 回目、5 回目のリンクフローは均衡解の近似値を与えるのではないかと考えて、その値を書き入れたのが Table 2 である。値の変動の大きい所には横線を引いてある。この夜をみると、均衡解の近似値が得ら

れていると考えるのには無理があるようである。反復計算においては $X_n^k \leftarrow \alpha X_n^{k+1} + (1-\alpha) X_n^k$ として計算を行ったが、 $\alpha = 0.5$ の場合が一番 convergence rate が低かった。(Fig. 12 は $\alpha = 0.5$ の場合である)

6. おわりに

本研究では吸収マルコフ連鎖を利用した経路を先決しない確率的均衡配分に関する一手法を提案した。本研究は経路先決における客観性という問題にはある程度答えていると考えられるが、現在の段階では問題点の多いモデルと言える。その一つは、リターンがごとくにネットワークパターンを変えている点である。大規模なネットワークではこの点が大きな問題となる。すなわち実用性という観点からみると、今のままでは実用性のとばしモデルと言わざるを得ないわけだ。これを改良すべき点である。第二は、本研究で使った配分手順のままでは均衡解の得られる保証がないという点である。この問題が最も大きい問題と考えられるので、収束についてはさらに研究を進めていきたいと考えている。最後にこの研究をまとめるにあたって御尽力いただいた、山本豊君、太田健介君、平尾和志君（いずれも山梨大学工学部学生）に心からの謝意を表す。

参考文献

- 1) 平原寛治：道路の利用率（転換率）の推定について — 情報理論の応用 —，日本道路公団第2回業務研究発表会論文集，P125～129，昭和35年5月
- 2) 横森謙一：Application of Operations Research to Road Traffic, J. Opns. Soc. Japan, Vol. 8, No. 1
- 3) 香川一男：エントロピー最大の原理からみた交通量分布，土木学会論文集，No. 129, p. 38～39, 11
- 4) R.B. Dial: A Probabilistic Multipath Traffic Assignment Model Which Obviates Path Enumeration, Trans. Res. Vol. 5, p. 83-111, 1971
- 5) C.F. Daganzo et al.: On Stochastic Models of Traffic Assignment, Trans. Sci. Vol. 11 No. 3, 1977
- 6) 加藤晃：道路網計画による交通流解析の適用(Ⅱ)，道路，10月号，1964, p. 875-884
- 7) T. Hashino: Theory of Traffic Assignment to Road Network, 5th Intl. Symp. on the theory of traffic flow, p. 123-136, 1971. 5
- 8) 飯田恭敬：都市高速道路の最適規模決定法，高速道路と自動車，Vol. 12, No. 11, 昭和46年6月
- 9) 松井寛：交通量分布パターンの確率論的考察，土木学会論文報告集，No. 190, p. 7～109, 昭和46年9月
- 10) J.E. Burrell: Multiple Route Assignment and Its Application to Capacity Restraint, 4th Intl. Symp. on the Theory of Traffic flow, p. 210～219, 1968
- 11) Y. Sheffi: A Comparison of Stochastic and Deterministic Traffic Assignment Over Congested Networks, Transp. Res.-B, Vol. 15-B, p. 53-64, 1981
- 12) D.V. Vliet et Al.: Capacity-restrained road assignment, traff. engn. and control, Vol. 20, No. 6, p. 296-305, 1977
- 13) 大矢正樹：吸収マルコフ連鎖を利用した交通規制実施の影響評価について，第4回土木計画学研究発表会講演集，p. 430-433, 1982.
- 14) 佐佐木綱：都市交通計画，p. 294，国民科学社，昭和49年
- 15) 佐佐木綱：吸収マルコフ過程による交通量配分理論，土木学会論文報告集 No. 121, p. 28-32, 昭和40年9月