動的交通量配分理論の研究とその応用

名古屋工業大学　正員　松井　寛

1. まえがき

道路網を対象とした交通量配分問題は従来から多くの研究がなされ，既に多くの実用的な配分モデルが提案されている。しかし従来の研究はいずれも静的な交通量配分モデルと言うべきものであり，通常日交通量を対象とし，終日の定常的な配分パターンを求めるものであった。また従来の配分モデルで用いられるQ-V曲線は渋滞領域を初めから除外したものが多く，またそのほとんどが日交通量に基づいたQ-V曲線を用いている。本来Q-V曲線は短時間交通量と速度の関係を表わすものであって，実際には日交通量と速度の間に明確な関係が成立しているわけではない。したがって従来の静的交通量配分モデルでは，道路網交通流を時間を追って忠実に再現するという点においては問題がある。一方，モータリゼーションの進展がほゞ一段落し，道路交通が成熟段階に達した今日，道路交通に対してより高度のサービス運用が要求されるようになり，信号制御に代表される従来の制御方法だけでは十分対処できなくなってきている。ところで道路網を対象とする交通運用システムは，必然的に短時間中の交通流を扱うことになり，交通流の時間変動を無視するわけにはいかない。

このような社会的背景のもとに，道路網交通流を動的に記述しようとするいわゆる動的交通量配分モデル（Dynamic Traffic Assignment Model）が近年注目され研究が始められているが，まだその研究の歴史は浅い。本文はこのような動的交通量配分モデルの研究の発展動向について概観するとともに，その応用面について考察を行なったものである。

2. 従来の研究

動的交通量配分モデルの開発は，最初従来の静的交通量配分モデルを改良ないし拡張して，時間的に変動する需要交通量に対しても適用できるように工夫することから始められた。その最初の研究は松井[1]による連続吸収マルコフ過程による交通量配分モデルである。このモデルは佐佐木[2]によって提案された定常解を扱った吸収マルコフ連鎖による交通量配分モデルを，過渡状態をも表現できるように時間的に連続化したものである。このモデルの特徴は，OD交通量に関する情報を直接的に用いず，その代りに交差点での分岐確率を用いていること，また用いられる状態方程式が基本的には流体の保存則に相当している点で，最近の研究のほとんどがこの流体の保存則に基づいている点からいえば先駆的な研究といえる。S. Yager[3]は容量制約付きの最短経路配分法として提案されたHomburger[4]のモデルを拡張して，ステップ関数で与えられる需要交通量に適用できるモデルを開発したが，これは本質的には静的な配分モデルを繰り返すという方法である。一方P. Robillard[5]は確率的配分モデルとして知られているDial[6]のモデルを非定常な需要交通量に適用できるように拡張しているが，走行時間が一定と仮定されていること，容量制約が考慮されていない点に問題がある。一方中崎，中堀[7]は等時間原則配分，総旅行時間最小化配分の動的化を試みているが，これらはシステムの定常解が静的な場合の配分解と一致するようにフィードバックを組み入れたもので，本質的には静的な配分理論が基礎となっている。

このように初期の研究においては，従来の静的交通量配分モデルの拡張という形でのアプローチが多いが，その後流体の保存則に相当する状態方程式を用いて動的交通量配分問題を扱う研究が多くみられるようになった。K.C. Chu と D.C. Gazis[8]は待ち行列を状態変数とする状態方程式を導入して，1OD多経路への動的配分問題を取りあげ，総旅行時間最小化配分と等時間原則配分について図解的に解いており，次いでK.C. Chu[9]はやはり待ち行列を状態変数にとり，走行速度一定の下に総待ち時間と総旅行時間の和を最小とする1OD多経路配分問題を取りあげ，これをフィードバック構成によって解く方法を提案している。P.E. Sarachik[10]はこのChuのモデルをone origin－multidestinationの問題に拡張している。またD.C. Gazis[11]はChuと同様

な問題を変数の離散化によってLP問題として解く方法を提案し，さらにG.C.Dáns と D.C.Gazis[12]によって多種ODへの拡張がなされた．しかしながら以上の研究では待ち行列を状態変数にとり，また走行速度を一定としているため，交通量配分問題というよりもむしろ道路網上の最適信号制御問題などに適したものと考えられる．なお信号交差点における待ち行列を状態変数にとり，過飽和信号交差点を対象とした信号制御問題に関してD.G.Gazisの研究[13]，P.G.Michalopoulos と G.Stephanopoulos の一連の研究[14),15)]，動的信号制御問題を扱った松井[16]の研究などがある．一方 C.S.Tapiero と M.A.Soliman[17]は多種ODを対象とした輸送計画問題の動的化を行っているが，この研究はネットワーク上の交通量配分問題を扱ったものではない．また D.K.Merchant と G.L.Nemhauser[18),19)]は道路リンク上の車の存在台数を状態変数にとり，差分方程式で与えられる状態方程式を導入して，あるコスト関数の総和を最小化する動的交通量配分問題を定式化している．これは multiorigin-one destination の道路交通量を対象としたものであるが，この問題をLPの形にしてその解法を与えている．また J.K.Ho[20]は Merchant らの問題の解の存在定理を明らかにし，また改良した計算アルゴリズムを提案している．同様な研究が内山，中村[21]，松井[22]によって最近発表されている．また松井[23]はある種の目的関数を導入することによって，動的な等時間原則配分と総旅行時間最小化配分が理論的に導かれることを明らかにし，この問題を最大原理として解くことを提案している．

このような動的交通量配分問題は過去10数年の間に研究がなされた比較的新しい研究分野であり，動的交通量配分理論の確立が望まれるところである．

3. 動的交通量配分モデルの特徴と問題点

動的交通量配分モデルにみられる特徴と問題点を列記すると以下の通りである．

i). 初期の1部の研究例を除いてほとんどの動的配分モデルは，微分形あるいは差分形で与えられる状態方程式を導入して，道路網上の動的な交通流の挙動を記述しようとしている．この状態方程式は基本的には流体における保存則に相当するもので，状態変数としては各道路区間上の待ち行列，存在台数あるいは交通密度がとられている．これらの状態方程式が現実の交通流の動きを如何に精度よく再現できるかが動的交通量配分モデルを実用化する上での決め手となる．

ii) 文献1),3),5),21),22)以外の大部分の動的配分モデルはある種の評価関数をもち，最適化配分問題として定式化されている．そのほとんどは総旅行時間あるいはコストを最小化する問題であり，例外的に文献7),8),23)で等時間原則配分が扱われている．

iii). 動的交通量配分問題ではOD交通量は既知であるという前提に立つものがすべてであるが，多種ODの交通流の場合変数の数が膨大となることから，従来の研究では1OD多経路の問題が，one origin - multi destination 多経路，multiorigin - one destination 多経路の問題に限定されている．後の2つのケースでも，問題を非常に簡単にした特殊なケースのみしか扱われていない．例外的に文献1),22)は直接的にODに関する情報を用いずに，推移確率あるいは分岐確率のみによって道路網上の多種ODの交通流を表現している．

iv). 動的交通量配分問題では，入力するOD交通量を時間関数として与える必要があるが，実際にはOD交通量を如何にして予測しておくかが別の大きな問題となる．

4. 状態方程式

状態方程式は道路網上の時間変動する交通流を表現する数学モデルであって，既に述べたようにその基礎となるのは流体における保存則である．状態変数としては，一般に道路区間上の車の存在台数，交通密度，待ち行列台数がとられる．

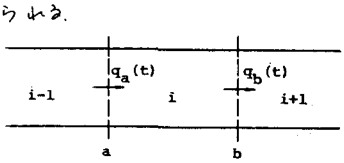

図-1. 道路の区分

状態方程式を導入するにあたって，まず道路網を方向別に分け，適当な小区間（以下ではセクションと呼ぶ）に区分する．いま図-1に示すセクションiに注目し，セクションi上の車の存在台数をN_iで表わせば，N_iの時間変化率は地点aでの交通量をq_a，地点bでの交通量をq_bとすれば，次式で与えられる．

$$dN_i/dt = q_a(t) - q_b(t) \qquad (1)$$

もしセクションiの交通密度をx_i, セクションiの区間長をl_iとすれば, $N_i=l_i x_i$の関係から上式は交通密度x_iで表わすと

$$dx_i/dt = \{g_a(t)-g_b(t)\}/l_i \qquad (2)$$

となる。上記の微分方程式を解くためには, g_a, g_bが特定化されなければならないが, その最も一般的な形として, これらの交通量を上流側及び下流側セクションの密度の関数形で与えることにすれば,

$$dx_i/dt=\{g_a(x_{i-1},x_i)-g_b(x_i,x_{i+1})\}/l_i \qquad (3)$$

となり, 結局交通密度を状態変数とする状態方程式が得られる。なお時間をΔt時間ごとに離散化し差分方程式として表わす場合は、上の式(3)は次のようになる。

$$x_i(t+\Delta t)=x_i(t)+\frac{\Delta t}{l_i}\{g_a(x_{i-1},x_i)-g_b(x_i,x_{i+1})\} \qquad (4)$$

すべてのセクションについて式(3)あるいは式(4)を立て、これらを連立で解くことによって道路網上の交通状態を時間を追って記述できる。

5. 状態方程式のいくつかの応用例

(1). 高速道路上の交通流

交通流が全区間にわたって自由流の状態にある場合は、下流側の交通状態が上流側に影響を与えるようなことはないので、このような場合はg_a, g_bはそれぞれ上流側セクションの密度のみの関数と考えてよい。一般に交通量は空間平均速度と交通密度の積で表わされ、さらに空間平均速度は交通密度の関数形で与えられることが知られているので, いま式(3)において

$$g_a(x_{i-1},x_i)=u_k(t)+P_{i-1,i}v_{i-1}\{x_{i-1}\}x_{i-1}(t)$$
$$g_b(x_i,x_{i+1})=v_i\{x_i\}x_i(t)$$

とおけば, 状態方程式は次式で表わされる。

$$dx_i(t)/dt=[u_k(t)+P_{i-1,i}v_{i-1}\{x_{i-1}\}x_{i-1}(t) - v_i\{x_i\}x_i(t)]/l_i \qquad (5)$$

ここに、$u_k(t)$はオンランプkからの流入交通量, v_{i-1}, v_iはそれぞれ空間平均速度で交通密度の関数形(速度-密度曲線)で与えられる。$P_{i-1,i}$はセクションi-1, iの推移確率で, セクションi-1の下流端にオフランプか分流点がない限り$P_{i-1,i}=1$である。

式(5)で与えられる状態方程式は下流側の影響を考慮していないので、この式では現実の高速道路にみられる交通渋滞の下流側から上流側への遡上現象が表わせない。したがって渋滞領域を含めた交通流を表現するには、一般には式(3)に示したように、下流側セクションの交通状態の影響も考慮する必要がある。そこで, 下流側セクションの密度が臨界密度(k_{cr})を越えると, 上流側セクションから下流への流出量が抑えられる働きをもつ流出係数$C_{i-1,i}$, $C_{i,i+1}$なるものを導入し, 状態方程式を次のように書き直す。

$$dx_i(t)/dt=[u_k(t)+C_{i-1,i}P_{i-1,i}v_{i-1}\{x_{i-1}\}x_{i-1}(t) - C_{i,i+1}v_i\{x_i\}x_i(t)]/l_i \qquad (6)$$

上式で導入した流出係数は、交通渋滞の遡上現象を直接的に表現したものではないから, いまのところ経験的に与えるほかないが, この流出係数は基本的には0から1の間の値をとる必要があり, また密度を変数とする関数形で与えれば好都合である。

(2). 街路網上の交通流

街路網上の交通流の動的挙動は, 交通流をマルコフ流と仮定することによって表わせる。図-2に示すような2つの交差点を両端にもつ標準的な街路セクションを考える。このとき状態方程式は次式によって表わせる。

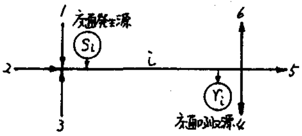

図-2 街路セクション

$$dx_i(t)/dt=g_{si}(t)/l_i+\sum_k P_{ki}v_k\{x_k\}x_k(t)/l_i - v_i\{x_i\}x_i(t)/l_i \qquad (7)$$

ここに$g_{si}(t)$は街路沿いから発生する交通量, P_{ki}は交差点におけるセクション間の推移確率(直進, 右左折率など)である。ただし上式では交差点における信号表示の影響は考慮されておらず, 従って上式は信号サイクルに比べてかなり長い期間にわたる交通流の動きをみる場合に適用し得るものである。

信号制御の影響を考慮する場合は、新たに交差点手前の信号待ち行列台数を示す状態変数, 及び信号表示を示す階段関数を導入する。まず図-3に示すような街路セクションを考える。セクションiの走行中の車の部分と信号待ち行列中の車の部分それぞれについて状態方程式をたてる

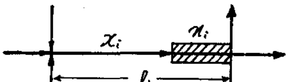

図-3 待ち行列のある街路セクション

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx_i(t)}{dt}&=\frac{1}{l_i-\lambda n_i(t)}\Big[g_{si}(t)+\sum_k P_{ki}u_k(t)-v_i\{x_i\}x_i(t)\Big]\\ \frac{dn_i(t)}{dt}&=v_i\{x_i\}x_i(t)-u_i(t)\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

ここに $n_i(t)$ はセクション i の交差点流入部における信号待ち行列台数，λ は待ち行列台数を待ち行列長に換算するための定数，$u_k(t)$，$u_i(t)$ はそれぞれセクション k，i の交差点流入部における信号現示を示す階段関数であり，たとえば $u_i(t)$ を例にとると次式を満足するものである。

$$
\left.
\begin{array}{ll}
\text{信号が赤のとき} & u_i(t)=0 \\
\text{信号が青で } n_i(t)>0 \text{ のとき} & u_i(t)=S_i,\ S_i\text{は飽和交通流率} \\
\text{信号が青で } n_i(t)=0 \text{ のとき} & u_i(t)=v_i\{x_i\}x_i(t)
\end{array}
\right\} \quad (9)
$$

式(8)で与えられる状態方程式において，発生源からの発生交通量，信号表示プログラム，推移確率を与えて連立で解けば，街路網上の交通流の流れ，交差点手前の待ち行列台数を時間を追って記述することができる。

6. 動的交通量配分理論

道路網をセクションに区分し，それぞれのセクションについて状態方程式を立ててこれらを連立で解けば，道路網の現実の交通流を動的に再現できるが，一方ある種の評価関数を最適化するような動的交通量配分を求める問題も，道路網交通流の最適制御問題として実用性のある理論となる。ここでは J. G. Wardrop が提唱した2つの配分原則，すなわち総旅行時間最小化配分と等時間原則配分の動的化について述べる。

(1). 動的総旅行時間最小化配分

動的総旅行時間最小化配分とは，ここではある定められた制御時間中に対象道路網を走行する車の総旅行時間を最小化する配分であると定義する。

動的総旅行時間最小化配分の評価関数は，セクション i の時刻 t における交通密度を $x_i(t)$ としたとき

$$\sum_i \int_0^T l_i x_i(t)\,dt \longrightarrow \text{最小化} \qquad (10)$$

で与えられる。ここに T は制御時間である。なお制約条件としては，各セクションごとに交通流の保存則から導かれる状態方程式が与えられるほか，時刻 t における OD が k の経路 j への配分交通量を $u_j^k(t)$ としたとき

$$q_k(t)=\sum_j u_j^k(t) \qquad (11)$$

が満足されなければならない。ここに $q_k(t)$ は OD が k の交通量である。上式の $u_j^k(t)$ がこの配分問題の制御変数である。

(2). 動的等時間原則配分

動的等時間原則配分とは，任意の時刻に出発した車が時々刻々と変動する交通状況の下で，常に等時間原則配分に従って流れるような配分と定義され，次の評価関数を最小化する問題として定式化される。

$$\sum_i \int_0^{X_i^*} \tau_i(x)\,dx \longrightarrow \text{最小化} \qquad (12)$$

ここに，X_i^* は時刻 t までにセクション i に流入した累加交通量を表わし，$\tau_i(x)$ は任意の時刻 t に出発した車がセクション i を通過し終えるまでに要した時間を表わしている。なお制約条件は動的総旅行時間最小化配分の場合と同じである。

上記の問題の解が等時間原則を満足することは，この最小化問題の Kuhn-Tucker 条件から証明される。

(3). 最大原理に基づく解法

上に定式化した動的総旅行時間最小化配分および動的等時間原則配分は，いずれも連立微分方程式系で与えられる状態方程式の下で，積分形で与えられる評価関数を最小化する問題として定式化されており，したがってこの問題は最大原理問題となり，その一般的な解法が得られることになる。実際の問題においては，状態方程式が非線形となることが多いので，適当な時間間隔で変数を離散化し，離散型最大原理問題として再定式化して解くことが必要である。

ところで動的等時間原則配分の場合は，評価関数の積分項が2重となっているため，これを1重の積分形に近似してから解く必要がある。

7. 実際問題への適用例

動的交通量配分問題は上に見てきたように，交通量配分というよりもむしろ交通流の制御といった性格が強い。したがって道路網交通流を対象とした交通制御，交通管制問題への適用が考えられる。そこで以下ではいくつかの適用例について述べる。

(1). 都市高速道路のランプ流入制御（平常時制御[24)]）

都市高速道路の平常時におけるランプ流入制御の目的は，本線上で予測される自然渋滞に対し，オンランプで車両の流入を制限することにより，自然渋滞を予防して本線上の車両の円滑な走行を実現することである。このような流入制御問題は以下のように定式化できる。

制御対象となる都市高速道路を上下方向別に小区間

に区分し、それぞれのセクションについて状態方程式を立てる。

$$dx_i(t)/dt = [u_k(t) + C_{i-1,i} P_{i-1,i} V_{i-1}\{x_{i-1}\} x_{i-1}(t) - C_{i,i+1} V_i\{x_i\} x_i(t)] / l_i \qquad (13)$$

この式は先の式(6)と同じであり、$x_i(t)$ が時刻 t におけるセクション i の密度、$u_k(t)$ がセクション i に接続するオンランプ k からの流入量である。

一方オンランプにおいては、流入待ち行列に関する状態方程式として次式が成立する。

$$dw_k(t)/dt = Q_k(t) - u_k(t) \qquad (14)$$

ここに、$w_k(t)$ はオンランプ k の時刻 t における流入待ち台数、$Q_k(t)$ は同じくランプ需要量である。

さて流入制御の評価基準としては以下の3つが考えられる。

○総旅行時間最小化基準：これは利用者のオンランプ到着からオフランプ流出までのランプでの待ち時間を含めた旅行時間を最小化するもので、制御時間を T で表わしたとき、次のように表わせる。

$$\sum_i \int_0^T l_i x_i(t)\,dt + \sum_k \int_0^T w_k(t)\,dt \longrightarrow 最小化 \qquad (15)$$

○総走行台キロ最大化基準：これは利用者の総走行台キロを最大化する基準で、次のように表わせる

$$\sum_i \int_0^T l_i x_i(t) v_i\{x_i\}\,dt \longrightarrow 最大化 \qquad (16)$$

○総利用台数最大化基準：これは都市高速道路の利用台数を最大にする基準で、次のように表わせる

$$\sum_k \int_0^T u_k(t)\,dt \longrightarrow 最大化 \qquad (17)$$

(2) 都市高速道路のランプ流入制御（緊急時制御）[25]

都市高速道路の緊急時におけるランプ流入制御は、たとえば交通事故などの予知できない原因によって発生する渋滞に対して、その拡大を予防し、できるだけ早くその解消を図ることによって円滑な交通流を回復することを目的とした制御である。

この制御システムにおける状態方程式は先の平常時制御の場合と同じであり、本線上の各セクションについて式(13)が、また各オンランプについては式(14)が成立する。ただし評価基準としては、事故発生による本線容量の低下の程度に応じた新しい安定交通流の状態にすみやかに移行することが目的となるから、これはいわゆる最短時間制御問題となり、次のように定式化される。

$$\tau = \int_0^\tau dt \longrightarrow 最小化 \qquad (18)$$

ここに制御開始時刻を時間軸の原点にとり、τ はその制御時間である。なおこの制御問題では、未知の制御終了時刻 τ における本線上の状態変数（密度）の終端状態が指定されることになる

$$x_i(\tau) = C_i \qquad (19)$$

ここに C_i は事故により車線が閉塞された状態で円滑に交通流がさばけるときの密度で、これはあらかじめ計算しておくものとする。なお w_k に対する終端状態は指定されない。

(3). 分流制御（コリドーコントロール）

並行する路線の交通流を迂回指示、経路推奨等によって適正水準に制御することによって、道路網の効率的利用あるいは沿道環境の保全を図ることも目的とした新しい交通管制システムである。下図に示すような並行区間をもつ道路ネットワークにおける分流制御を考えてみよう。時刻 t における経路 i (i=1,2) への分流交通量を $u_i(t)$、時刻 t における経路 i 上の存在台数を $x_i(t)$、時刻 t における需要交通量を $q(t)$ とすると、各経路について次の状態方程式が成立する。

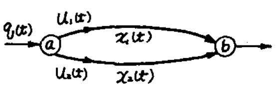

図-4．分流制御の対象ネットワーク

$$dx_i(t)/dt = u_i(t) - v_i\{x_i\} x_i(t) \qquad i=1,2 \qquad (20)$$

ここに $v_i\{x_i\}$ は各経路上の速度－密度曲線である。また分岐点 a で当然次式が成立する。

$$q(t) = u_1(t) + u_2(t) \qquad (21)$$

次に制御の評価基準としては、以下の3つの基準が考えられる。

○総旅行時間最小化基準

$$\int_0^T \{x_1(t) + x_2(t)\}\,dt \longrightarrow 最小化 \qquad (22)$$

○等時間原則基準

$$\int_0^{X_1^*} \tau_1(x)\,dx + \int_0^{X_2^*} \tau_2(x)\,dx \longrightarrow 最小化 \qquad (23)$$

ここに X_1^*, X_2^* は次式によって与えられる。

$$X_1^* = \int_0^t u_1\,dt + m_1, \quad X_2^* = \int_0^t u_2\,dt + m_2 \qquad (24)$$

上式の m_1, m_2 はそれぞれ x_1, x_2 の初期値である。

○総速度損失最小化基準

$$\int_0^T \left[\left(1-\frac{v_1}{v_f}\right)x_1 + \left(1-\frac{v_2}{v_f}\right)x_2\right] dt \to 最小化 \qquad (25)$$

ここに v_f は自由速度である。

(4). 動的最適信号制御

図5に示すような標準的な四枝交差点を考える。現示数を2とし、上下方向の現示を1、左右方向の現示を2とする。一般性を失わない程度に問題を簡単にするため、上下、左右方向とも単独した流入部の交通流のみを考えることにする。

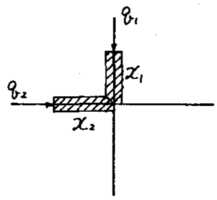

図-5 信号交差点

交差点流入部1および2における時刻 t における信号待ち台数をそれぞれ $x_1(t)$, $x_2(t)$ で表わす。また各流入部への到着需要交通量を $q_1(t)$, $q_2(t)$、一方行列の先頭から交差点の信号表示に従って、それぞれ $u_1(t)$, $u_2(t)$ の交通量が流出していくものとすれば、各流入部の信号待ち台数について次のような状態方程式が成立する

$$dx_i(t)/dt = q_i(t) - u_i(t) \quad (i=1,2) \qquad (26)$$

もし信号待ち行列に制限長 (M_i) がある場合は

$$M_i \ge x_i(t) \ge 0 \quad (i=1,2) \qquad (27)$$

の条件が加わる。一方制御変数 $u_i(t)$ は信号表示に従って次のような値をもつ関数である。

$$\left.\begin{array}{ll} 信号が赤のとき & u_i(t)=0 \\ 信号が青で\ x_i(t)>0\ のとき & u_i(t)=S_i \\ 信号が青で\ x_i(t)=0\ のとき & u_i(t)=q_i(t) \end{array}\right\} \qquad (28)$$

ここに S_i は流入部 i の飽和交通流量である。したがって $u_i(t)$ の値が0と0以外の値をとるその切換時刻に注目することが、とりもなおさず信号制御プログラムを決定することに対応してくる。

さて信号制御の評価基準として平均信号遅れ最小化基準をとれば、これは次のように定式化できる

$$\sum_i \int_0^T x_i(t)\,dt \Big/ \sum_i \int_0^T q_i(t)\,dt \to 最小化 \qquad (29)$$

(5). 過飽和信号制御

式(29)においてTを未知とし、その代わり

$$x_1(T)=0 \quad \text{or} \quad x_2(T)=0 \qquad (30)$$

なる終端条件を付加すれば、これは過飽和信号制御問題となる。

(6). トンネル内交通密度制御

近年トンネル内での事故防止が大きな課題となっているが、事故原因の1つに車間距離の不足があげられる。そこでトンネル内の交通密度がある基準以上となることがあらかじめ予測される場合に、事前に流入交通を抑制するような制御システムが考えられる。

参考文献

1). 松井寛"街路網上の交通量分布に関する統計力学的考察"修士論文(1966)
2) 佐佐木綱"吸収マルコフ過程による交通量配分理論"土木学会論文集121(1965)
3) S. Yager "Dynamic Traffic Assignment by Individual Path Minimization and Queuing" Transpn Res 5 (1971)
4) W. S. Homburger "Traffic Estimation - Computer Programs for Educational Purposes" 2nd edition ITTE. Course Notes (1969)
5) P. Robillard "Multipath Traffic Assignment with Dynamic Input Flows" Transpn Res 8 (1974)
6) R. B. Dial "A Probabilistic Multipath Traffic Assignment Model Which Obviates Path Enumeration" Transpn. Res. 5 (1972)
7) 中崎勝一、中原一郎"動的交通流配分"交通工学 11. 2 (1976)
8) K.C. Chu and D. Gazis "Dynamic Allocation of Parallel Congested Traffic Channels" Proc. of 6th Int. Symp. on Transportation and Traffic Theory (1974)
9) K.C. Chu "Decentralized Real-Time Control of Congested Traffic Networks" Proc. of 7th Int. Symp. on Transpn and Traffic Theory (1977)
10) P.E. Sarachik "Clearing of Congested Multi-Destination Networks" Research Directions in Computer Control of Urban Traffic Systems (1979)
11) D.C. Gazis "Modeling and Optimal Control of Congested Transportation Systems" Networks 4 (1974)
12). G.C. Dáns and D.C. Gazis "Optimal Control of Oversaturated Store-and-Forward Transportation Networks" Transpn Sci. 10 (1976)
13) D.C. Gazis "Optimum Control of a System of Oversaturated Intersections" Ops Res. 12 (1964)
14). P.G. Michalopoulos and G. Stephanopoulos "Oversaturated Signal Systems with Queue Length Constraints I and II" Transpn. Res. 11 (1977)
15) P.G. Michalopoulos and G. Stephanopoulos "An Algorithm for Real-Time Control of Critical Intersections" Traffic Eng. and Control (1979)
16) 松井寛"動的信号制御問題の一解法"土木学会第35回学術講演会(1980)
17) C.S. Tapiero and M.A. Soliman "Multi-Commodities Transportation Schedules Over Time" Networks 2 (1972)
18) D.K. Merchant and G.L. Nemhauser "A model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment Problems" Transpn Sci. 12 (1978)
19) D.K. Merchant and G.L. Nemhauser "Optimality Conditions for a Dynamic Traffic Assignment Model" Transpn. Sci 12 (1978)
20) J. K. Ho "A Successive Linear Optimization Approach to the Dynamic Traffic Assignment Problem" Transpn. Sci. 14 (1980)
21) 内山久雄、中村英夫"動的な交通量配分手法"交通工学. 17. 2 (1982)
22) 松井寛"高速道路交通流の動的記述モデル"交通工学(投稿中)
23) 松井寛"動的交通量配分理論に関する研究"第4回土木計画学研究発表会(1982)
24). 松井寛、佐藤信訓"都市高速道路の動的流入制御理論に関する研究"土木学会論文報告集 326 (1982)
25) 松井寛、佐藤信訓"都市高速道路の累積時制御に関する一考察"土木学会第34回学術講演会(1979)