

## 分布・配分統合モデルにおける利用者便益の測定方法について

岐阜大学 正員 宮城俊彦  
岐阜大学 学生員 ○吉田俊和

### 1.はじめに

利用者均衡概念に基づく交通分布・配分統合モデルの誘導とその実用性については、著者らの研究によつてすでにある程度の成果が得られている。<sup>(1)</sup>本研究は、前の研究に基づきそれをさらに一步進めようとするもので、特に需要モデルのパラメータ推定問題と統合モデルによる利用者便益の測定に関する問題について考察している。

著者らの提案する統合モデルは、集計的利用者均衡モデルであるBeckmannモデルを発展させたものであるが、このとき需要モデルとして地域間分布モデルとしての重力モデルを仮定している。したがって、重力モデルの予測精度の向上が統合モデルの予測精度の向上につながると期待できる。従来のモデルパラメータ推定は、もっぱら線形回帰分析に頼っており、この場合、発生および集中制約が考慮されないので一般的である。しかし、機関分担モデルにおけるロジットモデルの発展にみられるように、総量に合うことを考慮したパラメータ推定法の適用が望ましい。本研究では、モデルの誤差構造をキャリブレーション法についていくつかのモデルを考え、それによるパラメータ推定の精度と統合モデルへの適用の成果について考察することが、第一の目的である。

次に統合モデルによる利用者便益の計測法について検討を加えている。ここで基体的な考え方は、利用者均衡の枠組に矛盾しない形での便益測定法はどうあるべきかという点である。従来の交通計画に用いられており利用者便益の測定法は利用している需要モデルとは別個に計算されているといつても過言ではない。利用者行動に立脚した形での便益測定法については、非集計需要モデルについて Williams<sup>(2)</sup>, Sasaki<sup>(3)</sup>によって精密な検討が加えられている。また、発生・集中制約付きの重力モデルの場合（集計モデル）についても、Williams<sup>(4)</sup>によってその測定法が提案されている。ただし、これらの測定法は、あくまで交通費用が与えられている場合が前提であり、その交通費用が利用者にどのように知覚されていくかは考慮されていない。本研究では、集計的な交通行動を前提とし、利用者が自己中心的に行動する場合（完全競争の場合）の便益測定法と、それに伴う問題点について考察するのが第二の目的である。この問題は、最適ネットワーク設計問題におけるプレースのパラドックスに類似の問題を与えることから利用者便益のパラドックスと呼ぶこととする。

### 2.需要モデルのパラメータ推定について

ここでは、需要モデルに地区間交通分布モデルとして重力モデルを仮定し、その誤差構造が異なる場合や、Cesario<sup>(5)</sup>、あるいは Hyman<sup>(6)</sup>, Evans<sup>(7)</sup>によって提案された重力モデルのパラメータ推定法について述べる。また、発生交通量制約を考慮した重力モデルの最尤法によるパラメータ推定についても言及する。

#### (i) 最小自乗法によるパラメータ推定法

##### (a) 線形最小自乗法

次式のようなモデルの誤差構造を仮定する。

$$T_{ij} = \alpha (O_i D_j)^{\beta} \exp(-\gamma t_{ij}) \cdot \epsilon_{ij} \quad (1)$$

ここで、(1)式の各変数は、

$T_{ij}$ : ゾーン  $i-j$  間の分布交通量 ,  $O_i$ : ゾーン  $i$  の発生交通量

$D_j$ : ゾーン  $j$  の集中交通量 ,  $t_{ij}$ : ゾーン  $i-j$  間の所要時間

$\alpha, \beta, \gamma$ : パラメータ ,  $\epsilon_{ij}$ : 誤差項

を表している。(1)式の場合、両辺の対数をとることによって線形モデルに変換することができ、線形回帰分析によつてパラメータが得られる。しかし、この場合得られるパラメータ、 $\ln \alpha, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$  は、不偏推定量であるが、

$\ln \hat{\alpha}$ を指数変換して得られる推定量 $\hat{\alpha}$ は、偏りをもった推定量となり、したがって $T_{ij}$ の推定量は偏りを持つことが、BolchやHuang<sup>(8)</sup>、あるいは宮城<sup>(9)</sup>によって示されている。

### (b) 非線形最小自乗法

誤差構造が、次式のように示されるモデルを考えると、

$$T_{ij} = \alpha(0; D_i)^{\beta} \exp(-\gamma t_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

パラメータは、次式で表される非線形最適化問題を解くことによって得られる。

$$\min_{\alpha, \beta, \gamma} S_1 : S_1 = \sum_{i,j} \left\{ T_{ij} - \alpha(0; D_i) \exp(-\gamma t_{ij}) \right\}^2 \quad (3)$$

非線形最適化問題の解法は種々提案されていて、ここでは、制約条件無し最適化のアルゴリズムの中で最も高度に発展した方法である準ニュートン法を用いる。<sup>(10)</sup>

### (c) Cesario 法

Cesarioは、次式のようなモデルの誤差構造を仮定し、パラメータを最小自乗法で求めめる方法を提案している。<sup>(11)</sup>

$$T_{ij} = U_i V_j \exp(-\gamma t_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

$U_i$ : ゾーン*i*の発生特性を表す係数,  $V_j$ : ゾーン*j*の集中特性を表す係数

この場合も、(b)で議論したものと同様に非線形最適化問題となるが、 $U_i, V_j$ もデータより推定される変量であり計算が困難となる。そこでCesarioは、これを効率的に解く方法を提案している。

### (ii) 最尤推定法によるパラメータ推定法

#### (a) Hyman-Evans 法

HymanやEvansは、次式で与えられるような重力モデルを仮定し、最尤推定法によってパラメータを求める方法を提案している。<sup>(6), (7)</sup>

$$\hat{T}_{ij} = \bar{W} \hat{b}_{ij}, \quad T_{ij} = U_i V_j \exp(-\gamma t_{ij}), \quad \sum_i \hat{b}_{ij} = 1 \quad (5)$$

ここで、 $\bar{W}$ は総発生・集中量を表しており、 $\hat{T}_{ij}$ が観測値にそれぞれ独立で、 $b_{ij}$ が発生地*i*から集中地*j*へのトリップ確率を表すと仮定すると、 $T_{ij}$ は多項分布するとみなすことができる。なお、 $\hat{\cdot}$ 印は推定量であることを示す。このとき、尤度は次式で与えられる。

$$L = \prod_i \prod_j b_{ij}^{T_{ij}} = \prod_i \prod_j \{U_i V_j \exp(-\gamma t_{ij})\}^{P_{ij}} \quad (6)$$

(6)式において、 $P_{ij}$ は、ゾーン*i*からゾーン*j*への観測値より得られるトリップ確率である。すなわち、

$$P_{ij} = \hat{T}_{ij} / \bar{W} \quad \text{ただし, } \sum_i P_{ij} = 1 \quad (7)$$

。印は、観測値であることを示している。このような仮定のもとで、尤度関数(6)式を最大化することによって、式(5)における $b_{ij}$ のパラメータ、 $U_i, V_j, \gamma$ を求めることができる。

#### (b) 発生割合を組み込んだモデル

重力モデルを効用理論から導出し、確率論的方法を用いて、次式のような重力モデルがCochraneによって与えられた。<sup>(11)</sup>

$$\hat{g}_{ij} = \frac{D_i \exp(-\gamma t_{ij})}{\sum_j D_j \exp(-\gamma t_{ij})} \quad (8)$$

今、ゾーン*i*の発生交通量 $D_i$ を考えると、分布交通量の推定値 $\hat{T}_{ij}$ は、

$$\hat{T}_{ij} = D_i \hat{g}_{ij} \quad (9)$$

で与えられるから。

$$\hat{T}_{ij} = \frac{D_i D_j \exp(-\gamma t_{ij})}{\sum_i D_i \exp(-\gamma t_{ij})} \quad (10)$$

を得る。このとき(10)式より、

$$\frac{1}{T} T_{ij} = O_i \frac{\sum_j D_j \exp(-rt_{ij})}{\sum_j D_j \exp(-rt_{ij})} = O_i \quad (11)$$

となるので、(10)式で求められる分布交通量は、発生交通量を満足するように得られることになり、このモデルは単一制約型（発生制約）重力モデルとなつている。ここで、(4)で述べた最尤法の考え方を適用すると、尤度関数は、

$$L = \prod_{ij} P_{ij}^{P_{ij}} \quad (12)$$

となり、以下に示す対数尤度関数を最大化することによってパラメータ $r$ を求めることができる。

$$\max_r \ln L : \ln L = \sum_{ij} \left\{ \ln O_i D_j \exp(-rt_{ij}) - \ln \sum_j D_j \exp(-rt_{ij}) \right\} \quad (13)$$

なお、最適解の条件は、

$$\frac{\partial \ln L}{\partial r} = \sum_i \frac{P_{ij} \ln \sum_j D_j \exp(-rt_{ij})}{\sum_j D_j \exp(-rt_{ij})} - \sum_j P_{ij} t_{ij} = 0 \quad (14)$$

で与えられ、(14)式を解くことによってパラメータ $r$ は求まる。ただし、本研究では、式(13)を直接最大化するようすを求める方法をとっている。

以上のようにして各重力モデルのパラメータ推定法は明らかにされたが、以下に各モデルの特徴を示しておく。Hyman-Evans 法は、発生・集中制約を満足すると期待できるので、統合モデルに適用する時、発生・集中制約をはずして将来推定を行なうことが考えられ、発生・分布・分配統合モデルへの発展が期待できる。この点については、4節の適用例をとおして確認する。

(b)の発生制約を組み込んだモデルについては、(13)式より明らかのように、未知量がまだけであるので、解法が比較的簡単である。また、集中制約は満足しないが、一日の自動車トリップパターンを考えた場合、 $T_{ij} \leq T_{ji}$ 、すなわち、 $O_i \leq D_j$ と考えても良いと思われるので、集中量の予測のすれば、比較的少ないと期待できる。また、制約条件を含まないため、パラメータの統計的検定が行なえるという利点を有する。しかし、一意的な逆関数を求めることができないので、今のところ統合モデルへの適用は不可能であり、この点の解決が、今後の課題として残る。

### 3. 利用者便益のパラドックス

交通施設の改善に伴う利用者便益は、一般に、消費者余剰の変化分で与えられる。もし、需要モデルが独立需要モデルならば、便益は、マーシャルの定義によって測定することができます。図1. は、ゾーン*i-j*間の所要費用が、 $C^1$ から $C^2$ に下がった時の例を示したものである。この時の利用者便益は、近似的に次式で与えられる。なお、肩添字(i), (j)は、それぞれシステムの改善前後であることを示している。

$$UB = \frac{1}{2} \sum_{ij} (T_{ij}^{(1)} + T_{ij}^{(2)}) (C_{ij}^{(1)} - C_{ij}^{(2)}) \quad (15)$$

ところで、マーシャル流の便益測定法は、所要費用が独立需要

関数の場合に適用できるものであるから、本研究で用いている

Beckmann モデルに基づく統合モデルの場合も上記のような方法で計測できるように思われる。しかしながら、統合モデルでは、発生・集中制約を満足するよう分布交通量が求められるので、間接的な競合モデルとなる。したがって、Hotelling 流の便益測定法を用いなければならない。Hotelling による便益測定は、次式のように定式化

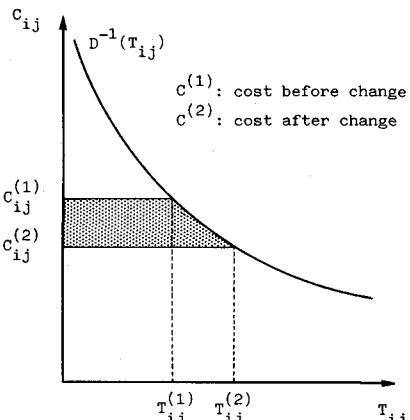


Figure 1. User surplus under given costs.

される。<sup>(12)</sup>

$$UB = \int_{C_{ij}^{(1)}}^{C_{ij}^{(2)}} D(C) dC \quad (16)$$

Williams は、Hotelling 流の測定法にしたがって、二重制約型の重力モデルを考慮した場合の便益計算法を提案している。<sup>(4)</sup>この場合、需要モデルの可積分条件が問題となるが、直線積分経路をとることによって、結局、利用者便益は、粗便益から利用者が知覚した総費用を差し引いたものとして与えられ、次式のようになる。

$$UB_I = \frac{1}{T} \left\{ \sum_j T_{ij}^{(2)} \left( \ln \frac{T_{ij}^{(2)}}{A_{ij}} - 1 \right) - \sum_j T_{ij}^{(1)} \left( \ln \frac{T_{ij}^{(1)}}{A_{ij}} - 1 \right) \right\} + \left\{ \sum_j T_{ij}^{(2)} T_{ij}^{(1)} - \sum_j T_{ij}^{(1)} T_{ij}^{(2)} \right\} \quad (17)$$

ここで、 $\star$ 印は均衡状態での値であることを示しており、また、 $A_{ij} = \alpha(O_i D_j)^{\beta}$ である。(17)式は、社会厚生関数の最大化問題であり、言い換えれば、需要変動型の総費用最小化問題の最適解の変動を表している事に他ならない。

ところで、利用者の便益は、個人の交通行動原理に矛盾しない形で測られるべきであろう。こうした観点からのアプローチとして、非集計交通モデルの場合について、Williams<sup>(12)</sup>やSasaki<sup>(13)</sup>によって詳しく述べられている。同様の考え方を集計型均衡モデルの便益計算法に適用するためには統合モデルの目的関数が、集計型利用者交通行動を表していることを示す。統合モデルの目的関数は次式で与えられる。

$$\max F : F = \sum_{ij}^{T_{ij}} g_{ij}(x) dx - \sum_k P_k(f) df \quad (18)$$

$$\text{制約条件: } \sum_i T_{ij} = O_i, \sum_j T_{ij} = D_j, x_{ij} \geq 0 \quad (19)$$

ここで、 $x_{ij}$  はゾーン*i*-*j*間の交通量のうち、*j*番目経路を選択する交通量であり、 $g_{ij}(\cdot)$ 、 $P_k(\cdot)$  はそれぞれ、ゾーン*i*-*j*の逆需要関数、リンク*k*のパフォーマンス関数を表している。(18)式において、第一項は、粗便益を表していることは明らかであるので、第二項の持つ意味を図2を使って説明する。第二項は、図2において影の部分で表され、総費用は、長方形  $f \cdot C$  で表される。ところで、今、利用量  $f$  が  $f+df$  増加した場合を考えると、追加利用量  $df$  が知覚する総費用は、 $P(f) \cdot df$  で与えられる。なぜなら、利用者が自己の利益を最大化することだけを考えた場合と仮定するならば、追加利用者は、自分が加わることによって費用が増加するとは考えていないからである。したがって、追加利用量  $df$  に伴う残りの総費用の増加分  $df \cdot (dP/df) \cdot (f+df)$  は、社会的費用として無意識のうちに利用者すべてに負荷されることになる。すべての利用者がこうした行動をとると仮定するならば、利用者が払ったと自覚している、あるいは確信している総費用は、パフォーマンス関数  $P(f)$  の積分値として与えられる。以上のように考えることによって、(18)式は、支払ってもよいと考えた費用と自分がトリップの直前で支払ったと自覚する費用の差をすべての個人について集計した値を表していることがわかる。したがって、統合モデル（集計型均衡モデル）における便益計算は、次式のような目的関数(18)式のシステム改善前と後の差で測られることになる。

$$UB_{II} = \frac{F^{(2)} - F^{(1)}}{T} = \frac{1}{T} \left\{ \sum_j T_{ij}^{(2)} \left( \ln \frac{T_{ij}^{(2)}}{A_{ij}} - 1 \right) - \sum_j T_{ij}^{(1)} \left( \ln \frac{T_{ij}^{(1)}}{A_{ij}} - 1 \right) \right\} + \left\{ \sum_k \int_{f}^{f+df} P_k^{(2)}(f) df - \sum_k \int_{f}^{f+df} P_k^{(1)}(f) df \right\} \quad (20)$$

このようにして、個人の自己中心的な行動によって生じる完全競争状態での均衡を前提とした場合は、式(20)のような形で便益は測定されるべきであろう。ただし、ここで注意すべきことは、個人は自分がトリップを行なう場合にはその時の交通ネットワークでの走行費用で判断するが、実際に支払う費用は、均衡状態に至ったあとでの走行費用であり、この値は、その個人がトリップを行うと判断したときの走行費用より当然のことながら高く

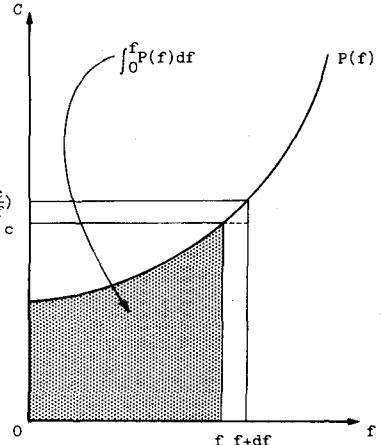


Figure 2. Interpretation of costs in the traffic equilibrium.

なる。なぜなら、混雑費用に伴う費用増加があるからである。すなわち、その個人は、トリップの終了後、実際に自分が支払った費用  $C_{ij}$  を知る。しかし、その次のトリップを行なうとき、その個人は、走行費用を  $C_{ij}$  と見積り、トリップを行なうのではなく、また前と同様な行動をとるのである。こうした状態が、完全競争均衡の状態であることを Wardrop 原理は示していると解釈できる。このように考えていくと、社会的便益としては、Williams の方法によって便益を測定するのが正当であると思われる。しかしながら、先に述べたように社会厚生関数(ワット)による方法には、利用者の交通行動に対する何らの意味づけも行なえない。こうした問題は、最適ネットワーク設計問題におけるプレースのパラドックスに類似した問題となる。よって本研究では、これを利用者便益のパラドックスと呼んでいる。

#### 4. 適用例

前節までの議論を実際に岐阜市の交通分析に適用し、その結果を以下に示す。分析の対象とした地域は、岐阜市とその周辺の隣接都市で、このとき、岐阜市地域のゾーニングは36ゾーン、周辺地域が12ゾーンである。各重カモデルのパラメータ推定用いたデータは、昭和46年中京圏ペーソントリップ調査による全目的自動車OD表である。

また、均衡計算の対象としたネットワークは、基準年の昭和46年がリンク数550、ノード数172、将来推定年とした昭和50年のリンク数は578、ノード数は178にそれぞれ増加している。図3は、配分対象ネットワークを示したものである。

##### (i) 需要モデルのパラメータ推定結果

各重カモデルのパラメータ推定値を表1にまとめた。このとき、モデルの再現性を比較するために、実績値と推定値の相関係数も付記した。表1より次のことが言えよう。まず、線形回帰モデル(M-1)と非常線形回帰モデル(M-2)を比べると、誤差項を和の形で考慮した方が再現性は秀れていると言える。ただし、M-2においては、初期値の与え方によってパラメータの値がかなり変化したが、再現性については、いずれの場合も大きな差は見られなかつたので、推定交通量を集計した時の総発生量が一番実績値に近い値となったケースを示してある。

Table 1. Estimated Parameters by Various Calibration Procedures and the Goodness of Fit.

Hyman-Evans 法によるモデル(M-4)と、発生制約付モデル(M-5)は、制約条件を満足するよう求められており、優れた再現性を示している。なお、M-5においては、OD表が左右対称であると仮定した場合の計算結果も付記した。このとき、パラメータの値は全く変化せず、ただ相関係数のみやや良く

	Models or Calibration Procedures	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	R
M-1	Linear Regression Model	0.0014	0.6992	0.0709	0.7204
M-2	Non-Linear Regression Model	$2.8282 \times 10^{-10}$	1.50	0.0510	0.8016
M-3	Cesario Method	-	-	0.0580	0.8820
M-4	Hyman-Evans Method	-	-	0.0840	0.9363
M-5	The Origin Constrained Model	-	-	0.0670	0.9302 (0.9458)*

$$\begin{aligned}
 M-1 : T_{ij} &= (O_i D_j)^{\beta} \exp(-\gamma t_{ij}) e_{ij} & M-4 : T_{ij} &= W U_i V_j \exp(-\gamma t_{ij}) \\
 M-2 : T_{ij} &= (O_i D_j)^{\beta} \exp(-\gamma t_{ij}) + e_{ij} & M-5 : T_{ij} &= O_i D_j \exp(-\gamma t_{ij}) / \sum_j D_j \exp(-\gamma t_{ij}) \\
 M-3 : T_{ij} &= U_i V_j \exp(-\gamma t_{ij}) + e_{ij} & R & : \text{the correlation coefficient}
 \end{aligned}$$

\* : when assumed  $T_{ij} = T_{ji}$  are hold in M-5

になった。このことより、岐阜市OD表の場合が左右対称とはなすことには無理はないと言えるであろう。

発生・集中量とのずれをみるために、推定値を集計した値と実績発生・集中量との相関係数をまとめたものが表2である。表2より、Cesario 法によるモデル(M-3)は、発生・集中制約を考慮していないにもかかわらず、かなり実績値に近い値を示していることがわかる。また、M-5についても、初期の予想どおり、集中交通量の予測

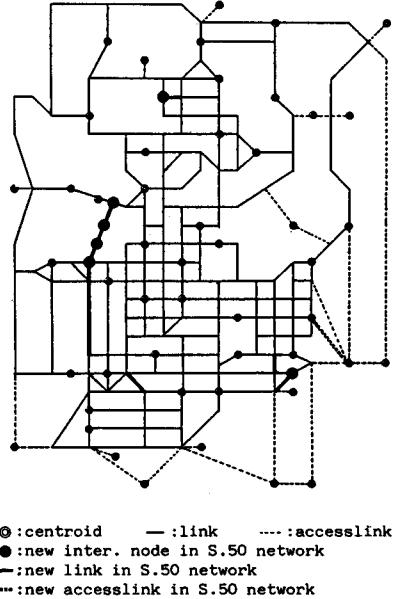


Figure 3. Street network model of the Gifu City

値のずれは少ないという結果を得た。

以上のような結論が得られたが、モデル精度を相關係数のみで議論していい点で問題は残り、今後統計的検定を試みる必要があろう。

#### (ii) 統合モデルへの適用結果

今まで議論してきた各重力モデルを統合モデルに適用するには各モデルの逆関数を求め、統合モデルの目的関数(18)式の第一項に代入すればよい。しかしながら、発生制約付モデルは、一意的な逆関数を求めることができないので、統合モデルには適用できない。

表3.は、各モデルを統合モデルに適用した時の将来推定結果をまとめたものである。将来推定とは、昭和50年の発生・集中量とリンクデータを与えて、分布交通量と配分交通量を同時に推定することである。このとき、昭和50年の実績の表がないので分布交通量はどの程度の推定精度であるか不明であるが、毎年行なわれる断面交通量調査の観測区間交通量と配分交通量とを比較することによって推定精度が検討できる。なお、比較のための指標として Theil の不一致係数を用いた。<sup>(13)</sup> 不一致係数U<sub>i</sub>は、零に近いほど適合度が高い。

表2.より、意外にもどんな重力モデルを仮定しても将来推定精度にはほとんど影響しないことが明らかとなった。すなわち、現況をいかによく説明するモデルでも将来推定にも有効であるかどうかは必ずしも明確ではないということである。今のところこの現象に対する理論的根拠は明らかにできないが、今後重力モデルのパラメータに対する統計的検定を行なうことによってある程度意味付けができるようになろう。なお、表中M-3'は、Hyman-Evans法による重力モデルを統合モデルに適用する際に、統合モデルにおける発生・集中制約をはずした時の結果を示したものである。言い換えれば、Hyman-Evans法を用いることによって発生・分布・配分交通量の同時推定を試みた記であるが将来推定精度はやや落ちた。また、総発生・集中交通量の予測が、回帰分析に基づく総交通量と大きなかい離を示した。このように、人口指標などを基に交通サービス水準を予測せずに各ゾーンの発生・集中量を求める方法と分布モデルによって交通サービス水準を考慮した形で発生・集中量を求める方法とを比較した場合、どちらが真値に近い値を予測できるかは、今回の研究では明らかにされなかつた。この点は、現在解析中である昭和56年中京都市群パーソントリップ調査結果を待って再度比較することが必要となろう。

### 5.おわりに

本研究は、利用者均衡概念に基づく分布・配分統合モデルに対する実証的アプローチの1ステップとして、需要モデル、特に重力モデルに着目したパラメータ推定問題と、統合モデルによる利用者便益の測定に関連する問題について議論した。パラメータ推定問題に関しては、本研究の計算結果から判断すると、モデルは、再現性の向上のみに着目して構築するだけでは不十分であるが、統合モデルを利用する限りにおいては、パラメータ推定の柔軟なモデルを仮定しても十分な将来推定精度は得られると言えよう。今後の課題として、パラメータの統計的検定をとおして、どのモデルのパラメータが有効であるかに見通しをつけるなどの工夫が必要であろう。また、3節では、利用者均衡に基づいた利用者便益は、統合モデルの目的関数の差で与えられることを示したが、このとき、利用者が実際に支払った費用は、トリップを行なおうとした時自覚していた費用とは異なるため、社会的厚生を重視するならば、Williamsによる方法を用いるのが妥当であるかもしれない。しかし、社会的厚生関数

Table 2. Correlations between Predicted Values and Observations

	R1	R2	total trips
	-	-	310,141*
M-1	0.8803	0.9813	403,120
M-2	0.9521	0.9696	305,541
M-3	0.9765	0.9887	299,247
M-4	1.0000	0.9961	310,141
M-5	1.0000	0.9856	310,141

R1 : the correlation coefficient between predicted and observed generations

R2 : the correlation coefficient between predicted and observed attractions

\* : observed value

Table 3. Accuracy of the Combined Model by Various Distribution Models

	U <sub>10</sub>	U <sub>20</sub>
M-1	0.2147	0.2195
M-2	0.2116	0.2138
M-3	0.2141	0.2159
M-3'	0.2444	0.2249
M-4	0.2225	0.2222

U<sub>10</sub>, U<sub>20</sub> : Theile's inequality coefficient at 10 and 20 times iteration

M-3' : the combined trip generation, distribution and assignment model

は、利用者の競争的交通行動という観点からは説得しれない問題であり、ここに利用者均衡に基づく利用者便益測定のジレンマがある。

### 参考文献

- (1) 加藤 晃、宮城俊彦、吉田俊郎：分布・配分統合モデルとその実用性に関する研究、交通工学、Vol.17, pp.3~11, 昭和57年9月
- (2) Williams,H.C.W.L.; On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit, Environment and Planning A 9,pp.285~344,1977.
- (3) Sasaki,K.; Travel demand and the evaluation of transportation system change: a reconsideration of the random utility approach, Environment and Planning A 14,pp.169~182,1982.
- (4) Williams,H.C.W.L.; Travel demand models, duality relations and user benefit analysis, Journal of Regional Science, Vol. 16 No.2,pp.147~165,1976.
- (5) Cesario,F.J.; Least-squares estimation of trip distribution parameters, Transpn. Res. Vol. 9,pp.13~18, 1975.
- (6) Hyman,G.M.; The calibration of trip distribution models, Environment and Planning 1,pp.105~112,1969.
- (7) Evans,A.W.; The calibration of trip distribution models with exponential or similar cost functions, Transpn. Res. Vol. 5,pp.15~38,1971.
- (8) Bolch,B.B. and Huang,C.J.; Multivariate statistical methods for business and economics, Prentice-Hall Inc.,1974.
- (9) 宮城俊彦：重力モデルの漸近的不偏推定量について、工木学会中部支 研究発表会講演概要集、pp.212~213, 昭和57年2月
- (10) Bartholomew-Biggs,M.C.;The estimation of Hessian matrix in nonlinear least squares problems with non-zero residuals, Mathematical Programming 12,pp.67~80,1977.
- (11) Cochrane,R.A.; A possible economic basis for the gravity model, Journal of Transport Economics and Policy, Vol.IX, No.1,1975.
- (12) Hotelling,H.; The general welfare in relation to taxation and of railway and utility rates, Econometrica, Vol. 6,pp.242~269,1938.
- (13) 鈴木啓祐：物資輸送量の計測と予測、交通日本社、昭和44年

(注1) 参考文献(1)の中の表-1は誤っていまして、この紙面を借りて、本研究における表1.に訂正させていただきます。お詫びいたします。