

鳥取大学工学部 正会員 岡田 憲夫

鳥取大学工学部 〇学生員 清水 丞

1. 研究の背景と目的

近年、水資源の逼迫と開発費用の急増に伴って水資源開発事業は複数の主体による共同プロジェクトとして大規模化・複雑化するとともに、プロジェクトの計画・事業化・建設・供用までに要する期間（リードタイム）は長期化の傾向にある。このような長大なリードタイムの過程では、種々の不確実な事態が発生する可能性がきわめて高くなる。このため、プロジェクトの立案に当たってはこれらの不確実な事態の発生を事前に計画の段階で的確に予測・吟味した上で当該事業の採否を判断するとともに、これを事業化する場合には不確実な事態の発生に伴う被害・影響を最小限に抑えられるような整備方式を選択するための意思決定を行なう必要がある。それとともに、このように事業化された大規模プロジェクトがその建設・供用を開始した後にあっても不確実な事態が発生した場合には、その事態に対して弾力的（resilient）あるいは強靱（robust）に対応しうるように事業規模を含めた整備方式の適切な変更を検討することが要請されるであろう。

すなわち、大規模プロジェクトの事業化に当たっては不確実な事態に対応するための適切な対応策を考慮していくことが所要となってくるが、そのためには事業を計画する段階での事前分析はもちろんのこと事業の選択あるいは供用を開始した後の事後分析も不可欠になってくるといえる。このうち、事前分析の重要性に着目した研究としては、Erlenkötter, Sethi, Okada¹⁾ (1981) の研究をあげることができよう。そこでは水需要発生パターンに急激な構造変化が生じる可能性ならびに大規模プロジェクトの計画・事業化・建設・供用に要する期間（リードタイム）とを考慮した場合の大規模プロジェクトの建設開始時期決定問題が取り上げられている。さらに、これを数値モデルとして定式化するとともに、そこから基礎的ではあるが有用な理論的帰結が導けることが示されている。

本研究でも不確実性下における大規模水資源開発プロジェクトの採否とその事業化のタイミングならびに整備方式に関する意思決定問題を取り上げるが、その際、Erlenkötterらの数値モデルを基本モデルにして当該計画問題のための情報提示意思決定支援モデルの構築を試みる。さらに、本研究では、不確実性を処理するための事後分析を目的として新しい数値モデルの開発を試みる。

最後に、これらのモデルの実用性を実証するために松江市の水道拡張整備問題を例にとってケーススタディを行なう。その際、本モデルの計算プログラムをマイクロコンピュータに組み込んで演算をreal-timeで実行するとともに、その結果をプリンターやグラフィックカラーモニターに表示させるための視覚化情報システムを開発する。すなわち、本システムは人間-機械対話型の意思決定支援システムとして設計される点にその特色がある。ケーススタディの実施に当たっては、本対話型システムを多角的に活用することにより不確実性下における意思決定にとってきわめて有効な計画情報が引き出せることを実証する。

2. 基本モデル（事前分析モデル）

基本モデル（Erlenkötter, Sethi, Okada¹⁾ (1981)）の特徴は、将来の水需要発生パターンに「水需要が時間とともに伸び続けるパターンからある

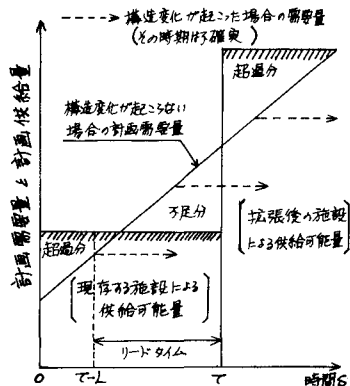


図-1 構造変化とリードタイム

```

graph TD
    A[プロジェクトの開始時期は?] --> B[遅]
    A --> C[早]
    B --> D[水需要が押し流れる  
(構造変化あり)]
    C --> E[水需要が停滯する  
(構造変化あり)]
    D --> F[確率⑤]
    E --> G[確率⑪]
    F --> H[供給不足]
    G --> I[経済的損失①]
    H --> J[施設冠水]
    I --> J
    J --> K[ベータ分布  
建設費]
    K --> L[発生確率]
    L --> M[全便益の期待値 → 最大化]
    M --> N[最適なプロジェクト開始時期]
  
```

便益関数

$$B_0(v) = -P \max\{0, D \cdot v - Z_0\} + \alpha \cdot P \min\{0, D \cdot v - Z_0\} \quad (3.1)$$

$$B_1(v) = -P \max\{0, D \cdot v - Z_1\} + \alpha \cdot P \min\{0, D \cdot v - Z_1\} \quad (3.2)$$

なお、ここではペナルティ費用は、不足供給量に比例するものとみなしているの
で、不足水量当りの単価で表わしてある。同様に施設遊休容量のペナルティに
ついては線形性を仮定し、そのときの遊休水量当りの単価を $\alpha \cdot P$ として表わす。
ここに α は $0 \leq \alpha \leq 1$ の値であり、不足に対するペナルティ単価と施設遊休に対す
るペナルティ単価 $\alpha \cdot P$ との比を表わしている。また、ここでは前者のペナルティ単価
が後者のペナルティ単価を少なくとも下まわることはないことを仮定している。

表-3 標準ケース

Y: 時間割引率	0.06
L: リードタイム	15 (年)
Z ₀ : 基本有効容量	5 (無次元)
Z ₁ : 拡張有効容量	48 (無次元)
D: 1年当りの需要増加量	1 (1/年)
C: プロジェクト費用	680 (10 ⁶ 円)
λ: 1年当りの構造変化の発生頻度の平均値	$\lambda = \ln \frac{1}{1-Q}$
Q: 構造変化が当該年からの翌年の何年(何年)に発生する確率	
P: ペナルティ費用	
α: (遊休ペナルティ)/(不足ペナルティ)	0.1

2.2 臨界ペナルティ費用

上述の便益関数を(2)式に代入してペナルティ費用 P について整理すると、この条件式を充足するペナルティ費用
 P^* は各種パラメーターの関数として次のように表わされる。

$$P^* = f(Z^*, \lambda, C, \alpha, r, L, D, Z_0, Z_1) \quad (4)$$

上式において各種パラメーターの値を固定すると P^* の値は一意的に決定される。このようにして求まるペナルティ
費用は「プロジェクトの開始時期を Z^* に設定するのが最適なペナルティ費用(臨界ペナルティ費用)」を表わしてい
る。すなわち、時点 Z^* においてプロジェクトを開始するか、それとも延期するかという意思決定に関してプロ
ジェクト開始と延期の判断を行う上で臨界となるペナルティ費用に相当する。

2.3 Q-P曲線とその特徴

(4)式において各種パラメーターを表-3のように設定すると臨界
ペナルティ費用 P^* は $P^* = f(Z^*, \lambda) = f(Z^*, L, Q)$ のようにプロジェクト
開始時期と構造変化の発生確率の関数となる。今、プロジェクト開始
時期(Z^*)をパラメーターにして横軸に構造変化の発生確率(Q)、縦
軸に(ペナルティ費用)/(プロジェクト費用) (P/C)をとると図-3のよ
うな Q-P 曲線図が得られる。この図の大きな特徴は、構造変化の発
生確率をオーダー的にとらえることができさえすれば、水不足にな
った場合のペナルティ値(水の価値)によってプロジェクトの最適な開始時
期が決定できる点である。また、このペナルティ値が予め明確に求められない場合には、その値をどの程度に見
繕うかによって当該プロジェクトの現時点での採否が定まることを意味している。たとえば、仮にプロジェクトの開
始時期を Z^* に想定した場合の Q-P 曲線(図-4)に着目すると曲線の上の領域(A)は
臨界ペナルティ費用よりも実際のペナルティ費用の方が高いとみる領域であり、この領域
ではプロジェクトを Z^* よりも早期に開始すべきであるといえる。逆に、領域(B)は、臨
界ペナルティ費用よりも実際のペナルティ費用の方が低い場合に当る領域であり、この領
域内ではプロジェクトを Z^* よりもさらに延期すべきであることが意思決定できる。

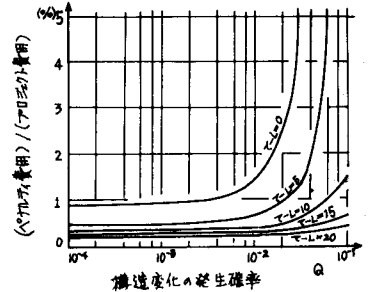


図-3 Q-P曲線図(標準ケース)

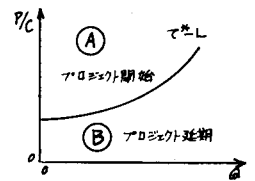


図-4 Q-P曲線図

3. 拡張モデル

基本モデルでは、不確実性下でのプロジェクト開始時期に関する問題を取り上げたが、プロジェクト採択の意思
決定後に実際に構造変化が起こった場合の対応策については事前に何も考えていない。ところが、プロジェクトの
リードタイムが長大な場合には事後対策としてその途中で当該プロジェクトを中止するか継続するかの二者択一の
判断が可能になるであろう。そこで、本節では、長たなりードタイムを有する大規模プロジェクトの場合には、その
リードタイムを意思決定補正期間として活用できる点に着目するとともに、プロジェクトを中止した場合のプロ
ジェクト費用減損の概念を導入することによって基本モデルの拡張を行なう。すなわち、不確実な事態の発生がリー
ドタイムのある範囲内ならばそれが発生した時点でプロジェクトを中止することにより投資予定額の一部を回収で

きる可能性が考えられる。以下では、この条件下でプロジェクト開始時期の最適なタイミングはどのようになるかという問題を取り上げる。その際、本拡張モデルを多角的に運用することによりプロジェクト費用の投資方式がプロジェクト開始時期の決定に及ぼす影響について分析を試みる。

3.1 モデルの拡張 — プロジェクト中止の可能性を事前に考慮した場合

プロジェクト中止の可能性を基本モデルに導入するために次のような救済関数を考える。(図-5参照)

救済関数 — 救済関数はプロジェクト費用の投資方式・プロジェクトの資金調達方式・規模形態・建設方式・運用方式などに依存するもので、その値は、構造変化が起こった時点でプロジェクトを中止する場合に、全プロジェクト費用のうち、その時点までにまだ投資されていない費用を表わす。一般に、プロジェクト費用は、プロジェクト開始時点では、まだ未投資の状態だが、プロジェクトが進行するにつれて徐々に投資され、プロジェクト供用時点では、全プロジェクト費用が投資されるものと考えられる。そこで救済関数に次のような仮定を設ける。

- 1) 救済関数は時間とともに単調減少する。
- 2) $\theta = 0$ (プロジェクト開始時期) のとき $S(0) = C$
- 3) $\theta = L$ (プロジェクト供用時期) のとき $S(L) = 0$

このような救済関数を考慮した場合、プロジェクトが開始されてから構造変化の起こる時期が早ければ早いほど全プロジェクト費用のうち多くの部分が救済されるため、プロジェクトを中止する方が有利となるであろう。また、逆に構造変化の起こる時期が遅ければ遅いほど全プロジェクト費用のうち救済される部分がより少なくなるため、プロジェクトを継続する方が有利になると考えられる。つまり、プロジェクト実施期間内には、プロジェクトの中止と継続の臨界となる時期(プロジェクト中止可能限界時期: θ^*)が存在するはずである。そこで以下では、この救済関数を導入することにより基本モデルの拡張を行なう。

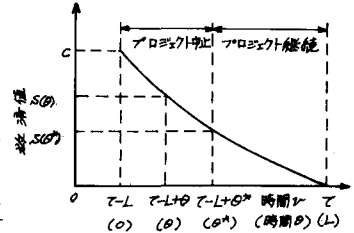


図-5 救済関数

本拡張モデルでは、プロジェクトのリードタイム(L)を救済可能期間(プロジェクト中止可能期間)と救済不能期間(プロジェクトを継続・完了するしか方法がない期間)に分割する。すなわち、 $0 \leq \theta \leq L$ なる θ を考え、

$\tau-L \leq t \leq \tau-L+\theta$ ならば救済可能期間、 $\tau-L+\theta < t \leq \tau$ ならば、救済不能期間と考える。これは先の基本モデルにおいてプロジェクト実施中の場合を2つに分割することに相当している(図-6参照)。なお、プロジェクトを中止することによって救済される費用は一種の便益増と考えられるので救済可能期間の評価にその評価が含まれることになる。このように考えたとき次のような全期待便益式を得る。

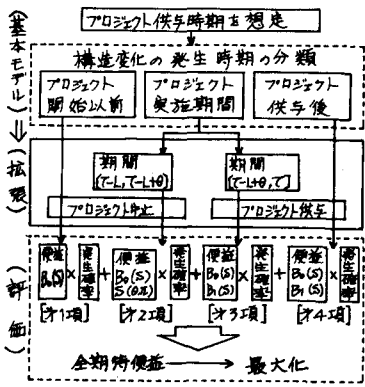


図-6 モデルの拡張

拡張モデルの全期待便益式

$$\text{Max} \leftarrow TB = E_1 + E_2' + E_2'' + E_3 + E_4 \quad (5)$$

ここに

$$E_2' = \int_{\tau-L}^{\tau-L+\theta} \left[\int_0^t B_0(u) e^{-ru} du + B_0(t) \int_t^{\infty} e^{-ru} du + S(t-\tau+L) e^{-rt} \right] \lambda e^{-\lambda t} dt$$

(救済可能期間に構造変化が起きた場合の期待便益)

$$E_2'' = \int_{\tau-L+\theta}^{\tau} \left[\int_0^t B_0(u) e^{-ru} du + B_0(t) \int_t^{\infty} e^{-ru} du \right] \lambda e^{-\lambda t} dt$$

(救済不能期間に構造変化が起きた場合の期待便益)

全期待便益式を最大にするようなプロジェクト開始時期と救済可能(プロジェクト中止可能)限界時期に関する最適条件式を求めるには(5)式をプロジェクト使用時期 τ とプロジェクト中止可能限界時期 θ についてそれぞれ微分して $\frac{\partial TB}{\partial \tau} = 0$ とすればよい。 τ で偏微分して得られた式をプロジェクト費用 C について整理した条件式がプロジェクト開始時期 $\tau-L$ についての最適条件式であり、 θ で偏微分して得られた式を救済関数について整理した条件式が、プロジェクト中止可能限界時期 θ^* についての最適条件式である。

限界プロジェクト中止可能限界時期 θ^* についての最適条件式

$$r S(\theta^*) = [B_1(\tau^*-L+\theta^*) - B_0(\tau^*-L+\theta^*)] \quad (6)$$

プロジェクト開始時期で $-L$ についての最適条件式

$$\begin{aligned}
 (\lambda+r)C &= e^{-\lambda L} \{B_1(\tau^*) - B_0(\tau^*)\} \\
 &+ \lambda \int_0^L [B_1(\tau^*-L+t) - B_0(\tau^*-L+t)] e^{-\lambda t} dt \\
 &+ (\lambda/r) e^{-\lambda \theta^*} [B_1(\tau^*-L+\theta^*) - B_0(\tau^*-L+\theta^*)] \\
 &+ \lambda(\lambda+r) \int_0^{\theta^*} S(t) e^{-\lambda t} dt \quad \text{--- (7)}
 \end{aligned}$$

3.2 拡張モデルによる分析結果

プロジェクト費用の投資方式の相違によってプロジェクト開始時期に関する意思決定がどのように変わっていくかを検討するために、救済関数の関数形を次のように具体的に仮定した。
(図-7参照)

(パターン1) プロジェクト費用が全く救済されないパターン $S_1(\theta) = 0$

(パターン2) プロジェクト費用の大部分がプロジェクト前半に投資されるパターン $S_2(\theta) = C \cdot e^{-0.3\theta}$

(パターン3) プロジェクト費用が直線的増加する形で投資されるパターン $S_3(\theta) = \frac{C}{L} (L-\theta)$

(パターン4) プロジェクト費用の大部分がプロジェクト後半に投資されるパターン $S_4(\theta) = C \{1 - e^{-0.3(L-\theta)}\}$

各パターンの救済関数のそれぞれについて 2.1 で定式化した便益関数と表-3 に示した標準データを用いて (6), (7) 式を同時に満足するような臨界ペナルティ費用を求めると各パターンについての Q-P 曲線図が求まる。

また、プロジェクト開始時期を現時点 ($\tau-L=0$) に固定した場合 すなわち、

各パターンの Q-P 曲線の $\tau-L=0$ の等高線のみに着目してこれをひとまとめにして描いたのが図-8 である。

図-8 においてパターン 1→2→3→4 への移行は、救済可能性が増大していくことは相対的に、このように救済可能性が大きくなるにつれて Q-P 曲線が下の方へ下がっていく傾向が認められる。これは、プロジェクトの開始を早める方がよいことを意味している。つまり、プロジェクト実施途中における救済可能性の増大によって結果的には構造変化が起こりうる状況下での大規模プロジェクトの採択のリスクがそれだけ減りするためであると考えられる。

4. 事後分析モデル

前節まででは、大規模な水資源開発プロジェクトの採否及びその開始タイミングに関する事前分析の方法について説明した。この種の事前分析に基づく意思決定問題を「事前意思決定問題」と称することにする。しかしながら、いかに的確に事前分析が行われ、それに基づいてプロジェクトが開始されたとしてもそれで万全ではない。大規模プロジェクトを計画・実施する事業主体は、いったんプロジェクトが開始された後であってもリードタイムの期間を活用して不確実な事態の発生の徴候について情報収集分析を続けるとともに、もし不確実な事態が発生したと判断されれば、現在実行しているプロジェクトをそのまま続行・完了すべきか、規模縮小すべきかなどについて迅速かつ的確な意思決定をしなければならない。この種の意思決定問題を「事後意思決定問題」と呼ぶことにする。

そこで本節では、基本モデルを用いて事前分析を行なった後にプロジェクトが採択開始されたと規定するとともに、当該プロジェクトを実施している期間(リードタイム)中に水需要が停滞(構造変化)し始める兆候が認められた時点でこのプロジェクトを続行・完了あるいは規模縮小すべきか否かについて判断しその処置を講ずるべき最適なタイミングを見出すための事後分析モデルを開発する。次いで本モデルを用いて基礎的な分析を試みることにし、この種の事後意思決定にとってきわめて有効な情報が導かれることを具体的に示すことにする。

4.1 モデル化の基本的な考え方

プロジェクト実施中に実際に水需要が横ばいになって回復しないという兆候が観察されたとする。しかしながら、現時点では水需要の停滞が続いているとはいえ、再び水需要の伸びが回復し、以降直線的に増加しつづけるかどうかはやはり不確定であると考ええる。すなわち、今度は水需要が停滞しているパターンからある時点で突然直線的に伸び始める不確定事象を「回帰構造変化」(図-9 参照)と考えるとともに、この構造変化の発生の可能性を前提とした上での事後対策問題をモデル化する。

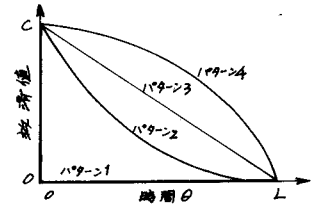


図-7 4つのパターンの救済関数

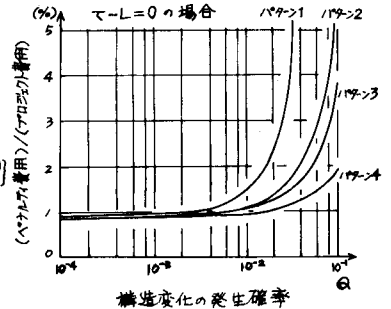


図-8 Q-P 曲線図

この場合取りうる事後対策としては①プロジェクトを中止する、②プロジェクトの使用時期を早めて拡張規模を縮小する、③プロジェクトをそのまま継続する、の3つの代替案が考えられ、このうちのどの対策を選択するかという問題が生じる。後の拡張規模関数の説明で明らかになるように、このうち、①プロジェクト中止は②プロジェクトの拡張規模縮小・使用時期繰り上げの特殊な場合とみなすことができるので実質的にとりうる選択枝は②と③のいずれかとなる。なお、①、②のいずれにしてもプロジェクト投資額の一部は救済可能と考え、この両者の場合を合わせて「プロジェクトを救済する」場合と称することにする。

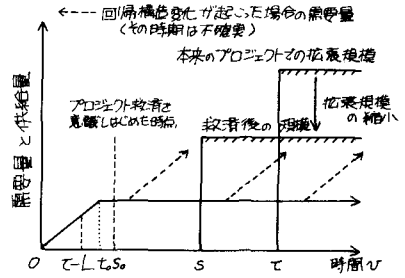


図-9 回復構造変化と事後分析モデル

このように考えると問題は「プロジェクトを救済すべき否か、そのタイミングはいつにすべきか」というプロジェクト救済時期決定問題になる。

4.2 拡張規模関数

事後分析モデルでは数学モデルとしての定式化を簡単にするために使用可能な拡張規模を時間の関数として定義する。拡張規模関数は救済関数の定義に類似しており、プロジェクト実施期間(リドタイム)内のある時点においてプロジェクトを中止した場合の当該時点で使用可能な施設容量を表わす。この場合、プロジェクト開始時点では使用可能な施設容量が現存施設容量に等しいとする。いったんプロジェクトが開始され建設整備が進行するにつれて使用可能容量は徐々に増加し、本来の

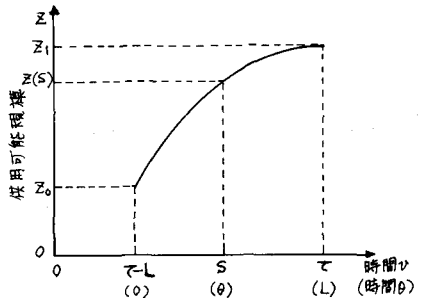


図-10 拡張規模関数

プロジェクト使用(完了)時期では当初計画された拡張容量全体が使用可能になると考える。換言すれば、この関数は拡張規模の縮小を行えばそれだけ使用時期も早まることを表わしている。(図-10参照)

4.3 モデルの定式化

モデルの定式化に当たっては、プロジェクト救済時期を想定した上で回復構造変化の発生時期を①プロジェクト救済前、②プロジェクト救済後から本来のプロジェクト使用時期までの使用短縮期間、③本来のプロジェクト使用時期以後の3ケースに分類する。これらの3つの期間のそれぞれの中で回復構造変化が発生するすべての可能な状況について考え、これらの状況下で起こりうるすべての結果をもたらす便益についてその発生確率を勘案して期待値として算定すると次式を得る。

評価基準 (全期待便益: $TB \rightarrow$ 最大化) (表-4参照)

$$\begin{aligned} \text{Max} \leftarrow TB = & \int_{t_0}^s [B_0(t_0) \int_{t_0}^t e^{-r(u-t)} du + \int_t^s B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du + \int_s^t B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du] \mu e^{-\mu t} dt \\ & + \int_s^t [B_0(t_0) \int_{t_0}^t e^{-r(u-t)} du + B_1(t, t_0) \int_t^s e^{-r(u-t)} du + \int_s^t B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du + S(t-t_0) e^{-r(t-t_0)}] \mu e^{-\mu t} dt \\ & + \int_t^s [B_0(t_0) \int_{t_0}^t e^{-r(u-t)} du + B_1(t, t_0) \int_t^s e^{-r(u-t)} du + \int_s^t B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du] \mu e^{-\mu t} dt \\ & - C e^{-rT} \end{aligned}$$

(8) 表-4 全期待便益式で用いられる記号 図-11 水需要の伸び

ここで用いる記号は表-4に示す。全期待便益を最大化にするようなプロジェクト救済時期 t の最適条件式を求めるには、1で偏微分して $\frac{\partial TB}{\partial t} = 0$ とすればよい。

プロジェクト救済時期 t についての最適条件式

$$\begin{aligned} & S'(t-t_0) \mu e^{-r(t-t_0)} - [S'(t-t_0) - S(t-t_0)] e^{-r(t-t_0)} \int_{t_0}^t \mu e^{-\mu u} du \\ & = [B_0(t_0) - B_1(t, t_0)] e^{-r(t-t_0)} \int_{t_0}^t \mu e^{-\mu u} du \\ & + \left[\int_{t_0}^t B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du + \int_t^s B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du \right] \mu e^{-\mu t} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial B_1(t, t_0)}{\partial t} \left[e^{-r(t-t_0)} \int_{t_0}^t \mu e^{-\mu u} du + \int_t^s \mu e^{-r(u-t)} du \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_t^s B_1(t, u-t+t_0) e^{-r(u-t)} du \right] \mu e^{-\mu t} \end{aligned} \quad (9)$$

t_0 : 需要の伸びは1化(構造変化)が起きたらいつと推定される時点
 t_0 : 需要の伸びは1化(構造変化)が起きたことを確認し、事後対策を考え始めた時点
 t : 需要の回復・直線的成長に反した(回復構造変化)時点
 s : 救済の回復・直線的成長に反した決定が実行に移される時点
 $\mu e^{-\mu t}$: 回復構造変化の発生に関する確率密度関数

(便益関数の性質)

- ・水需要の伸びは1化(構造変化)が起きたらいつと推定される時点 t_0 より、便益は一定 $\rightarrow B_0(t_0), B_1(t, t_0)$
- ・回復構造変化の発生に引いて水需要が再び伸び続けている時点 t での便益の大きさは $B_0(t-t_0), B_1(t, t-t_0)$ (図-11参照)
- ・ $B_1(t, t-t_0)$ はプロジェクト救済時期と時間 t の関数

(9)式の最適条件式を用いてプロジェクト救済時期に関する事後分析を行う。その際、便益関数、救済関数、拡張規模関数のそれぞれの関数形を次のように仮定する。

$$\text{便益関数 } B_0(U) = -P_{\max}\{D \cdot U - Z_0\} + \alpha \cdot P_{\min}\{D \cdot U - Z_0\} \quad \text{--- (10.1)}$$

$$B_1(A, U) = -P_{\max}\{D \cdot U - Z(A)\} + \alpha \cdot P_{\min}\{D \cdot U - Z(A)\} \quad \text{--- (10.2)}$$

ここに、(10.2)式では拡張後の供用規模がプロジェクト供用時期Aの関数となるため、プロジェクト供用後の便益値は時間Aとプロジェクト供用時期Aの関数となると考えている。またαは供給不足によるペナルティ値(単価)、α・Pは施設遊休によるペナルティ値(単価)、また、αが両者のペナルティ比で(0 ≤ α ≤ 1)である点は先の基本モデルの仮定と同じである。

$$\text{救済関数 } S(\theta) = \frac{C}{L}(1-\theta) \quad \text{ただし } S(0)=C, S(L)=0 : \text{プロジェクト費用が時間とともに直線的に減少すると仮定する。}$$

$$\text{拡張規模関数 } Z(\theta) = \frac{Z_1 - Z_0}{L} \theta + Z_0 \quad \text{ただし } Z(0)=Z_0, Z(L)=Z_1 : \text{供用可能規模も時間とともに直線的に減少すると仮定する。}$$

以上のように定義した各関数を(9)式に代入し、表-3に示すようなデータをパラメーター値として設定した上で、(9)式をペナルティ値について解くことにより、臨界ペナルティ費用の計算を行なった。以下では本モデルを用いることによりリードタイムの過程でプロジェクト救済時期に関してどのような意思決定上の情報が得られるかを検討する。その際、リードタイムが最大な方が事後意思決定が有効になるので、ここではリードタイムをL=40年とした場合を考える。その際、分析の手順としてまず構造変化がt=7年で起こり、回帰構造変化の発生確率をQ=0.01に固定した上で臨界ペナルティ費用を求め、横軸にプロジェクト救済時期A、縦軸に(ペナルティ費用)/(プロジェクト費用)をとることにより図-12のようなA-P曲線図を得る。

4.4 A-P曲線

このA-P曲線図はプロジェクト救済時期Aの意思決定を行なう上で3つの時期(フェーズ)に大別できることを示している。

(フェーズ1: プロジェクト早期救済可能期間) この期間はリードタイムの初期においてプロジェクトの救済を考えることのできる貴重な期間であり、その時点で見積られる実際のペナルティ費用と回帰構造変化の発生確率を推定することによって、プロジェクトを救済すべきか、継続すべきかについての意思決定ができる。(なお図中の×印はこの場合に相当する代表ケースを表わしている。)

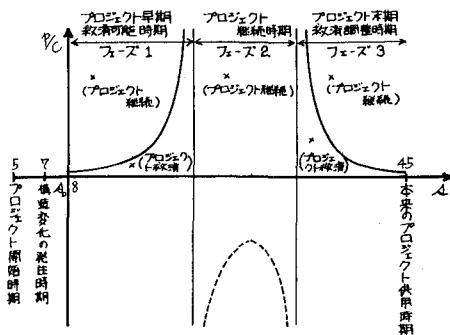


図-12 A-P曲線図

(フェーズ2: プロジェクト継続期間) この期間はプロジェクトの救済をいっさい考えないでプロジェクトを継続すべき期間に相当している。なお、回帰構造変化の発生確率が高くなればこの期間が両側に広がっていく傾向が認められる。以下で述べるようにフェーズ3も救済期間の一つと考えられるから、フェーズ2の期間が両側に広がることは、とりもなおさず救済を考えるべき期間が短くなることに相当している。

(フェーズ3: プロジェクト末期救済調整期間) この期間はプロジェクト救済を考慮することが再び妥当となる期間ではあるが、その時期が本来のプロジェクト供用時期に近いので救済される費用は少ない。つまり、この期間は実際のペナルティ費用がきわめて小さい場合に限り、この場合にプロジェクト救済の最終的な微調整を考慮すべき期間といえる。

上述の3つのフェーズの中でプロジェクト救済に関して最も重要なのは、フェーズ1のプロジェクト早期救済可能時期であろう。それは、仮に構造変化の発生の察知が遅れ、プロジェクトの救済を考えるべきタイミングを失すると結局プロジェクトを救済することはもう妥当ではなくなりうるからである。

4.5 Q-P曲線

図-13は上記の3つの期間に対応するQ-P曲線図を示したものである。Q-P曲線図1はフェーズ1に対応するQ-P曲線図である。このQ-P曲線は上に凸でAが増加するとともに下がりへと

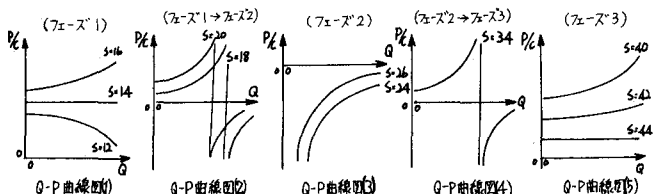


図-13 3つの期間に対応するQ-P曲線

移動する。その途中でQ-P曲線がほとんど水平となる時期がある。この時期の前後では回帰構造変化の発生確率の大きさいかにかわらず、ペナルティ費用のみによってプロジェクト救済を意決定できる。この期間を過ぎるとQ-P曲線は下に凸の形をとる。Qが増加するにつれて上に等高線が移動する点は先の場合と同じである。図中のQ-P曲線図(2)はフェーズ1の末期からフェーズ2の冒頭までのフェーズ間の遷移時期に相当している。すなわち、この図のYが非負な領域はフェーズ1、逆にYが非正ならばフェーズ2に対応している。したがって、この図より回帰構造変化の発生確率Qが大きくなると急にフェーズ1からフェーズ2に移ることがわかる。Q-P曲線図(3)はQの大小にかかわらずフェーズ2型の意決定すなわちプロジェクトを救済せずにそのまま継続せよとの意決定が妥当とされることを意味している。Q-P曲線図(4)は4-P曲線におけるフェーズ2の終期からフェーズ3の冒頭までのフェーズ間の遷移時期に対応するQ-P曲線図である。すなわち、この図においてYが非負な領域はフェーズ3に逆にYが非正ならばフェーズ2に対応していることになる。Q-P曲線図(2)とQ-P曲線図(4)はいずれもフェーズ間の遷移時期に対応するものであり、いずれも回帰構造変化の発生確率が小さな領域ではプロジェクトを救済することが妥当であることを示している。また逆に回帰構造変化の発生確率が大きくなれば水供給不足のリスクが増大するため、ある確率を超えた時点でプロジェクト救済を見送るべきフェーズに入ることを示している。プロジェクト救済を延期していく過程でQ-P曲線図(2)に対応する時期になればプロジェクトを救済できる時期がタイムリミットであることになり、意決定者がプロジェクト救済の是非について最終的判断をすべきタイミングであることがわかる。また、Q-P曲線図(4)の出現する時期になると意決定者はこの時点で再びプロジェクト救済の是非を考慮する事に迫られることになる。Q-P曲線図(5)はQ-P曲線図(1)と同様に構造変化の発生確率と実際のペナルティ費用によってプロジェクトの救済を決定することができる。

4.5 救済関数・拡張規模関数の影響の分析

これまで救済関数及び拡張規模関数の形を直線的に変化すると仮定してきたが、以下ではこの仮定を修正するとともに関数形の設定方法の違いによる影響を分析する。これにより使用可能な規模の拡張方式の事前の計画いかに事後対策の容易さと効果をいかに決定するかどうかという点について4-P曲線を用いて検討することを目的とする。なお、分析に当っては次の2つの計算ケースを考えた。

(ケース1) プロジェクト費用の大部分がプロジェクト前半に投資され、拡張規模の大部分がプロジェクト前半に建設されるケース

$$\text{救済関数 } S(\theta) = C_1 e^{-0.3\theta} \quad \text{拡張規模関数 } Z(\theta) = (Z_1 - Z_0)(1 - e^{-0.3\theta}) + Z_0$$

(ケース2) プロジェクト費用の大部分がプロジェクト後半に投資され、拡張規模の大部分がプロジェクト後半に建設されるケース

$$\text{救済関数 } S(\theta) = C_1(1 - e^{-0.3(2-\theta)}) \quad \text{拡張規模関数 } Z(\theta) = (Z_1 - Z_0)e^{-0.3(2-\theta)} + Z_0$$

図-14はケース1の4-P曲線であるが、これは図-12の4-P曲線におけるフェーズ2が前後に大きく広がった結果、フェーズ1の早期救済可能時期が結局消滅してしまった場合に相当する。すなわち、このケースではプロジェクト開始と同時に大部分の費用が投資され、大部分の拡張施設の建設がなされるために結果的にはほとんどプロジェクト救済が正当化される余地がないことが

図-14より知ることができる。一方、図-15はケース2の4-P曲線であり、この場合はリドタイム全期にわたってプロジェクト救済が可能であることを示している。このケースはケース1とは反対でプロジェクト費用も拡張規模もプロジェクトの後半に建設かつ投資されるため結果的に救済可能性がきわめて高い場合と考えられる。このようにみてもプロジェクトの投資パターン・建設・整備パターンを予めどのように計画するかにより、リドタイムを利用した事後対策の可否、妥当性が大きく異なってくることが明らかであろう。以上の分析結果を統合するならば、本モデルはリドタイム期間中における事後分析のための意決定支援モデルとしてきわめて有効な情報を提示していることが示されたと考えられる。

5. 松江市の第10次拡張事業に関する実証的分析(ケーススタディ)

5.1 松江市の上水道 松江市は島根県の県庁所在地であり、現在人口13万人の地方都市である。西に宍道湖、東には中海を臨みながら、それが塩水湖であり、しかも大河川に臨んで立地していないために必ずしも水源には恵まれず、正14年の水道創設以降もたびたび、慢性的な水不足に悩まされてきた。松江市ではこれまで水源開発と供給処理施設の整備を目的としてこれまで9回の拡張事業を行な

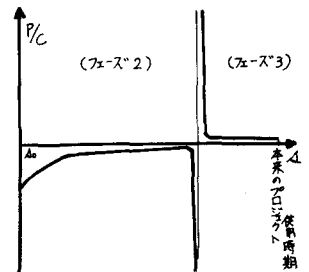


図-14 ケース1の4-P曲線図

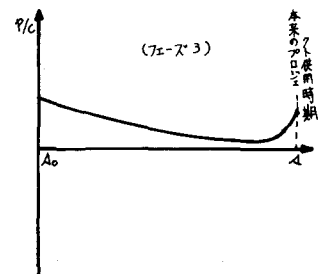


図-15 ケース2の4-P曲線図

ってきた。創設時に築造された十本貯水池(有効貯水量 378,919 m³)は規模が小さいが、回転率が高く、現在でも松江市の家庭を潤す水源として活用されている。昭和28年から昭和34年まで行われた第4次拡張事業では、大谷貯水池(有効貯水量 1,327,800 m³)が造られた。この貯水池は規模は大きいが夏期に増える水需要を補うものである。また大谷ダムの水源開発によって忌部川水系の開発可能水源はほとんど利用しつくされ、新たな水源開発は期待できなくなった。時あたかもこの頃から日本は高度経済成長期にばいり、それに伴って松江市でも水需要が急激に伸び始めた。水需要の増加に対応していくため新たな水源開発の必要にもつられた結果、昭和43年から昭和48年にかけて第8次拡張事業が計画実施された。この事業の完成により飯梨川統合開発の一環として建設された県営布都ダムから一日 10,000 m³の水を受水することになった。これを期に松江市の水道事情は一応小康を得た。(図-16、表-5 参照)

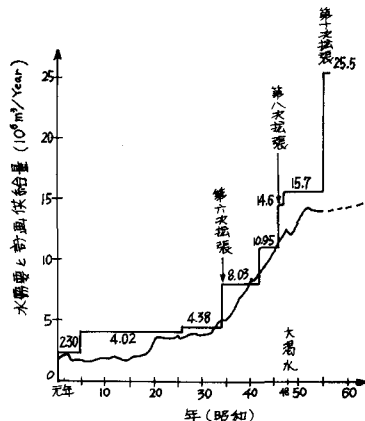


図-16 松江市の水需要量と拡張の歴史

表-5 昭和49年現在の供給量

計画給水人口	98,000人
計画給水量	43,000 m³/日
水源	忌部川水系 30,000 m³/日
	深町水系 3,000 m³/日
	県営布都ダム 10,000 m³/日
	(県営布都ダム受水)
計画1日最大給水量	443 l
計画1日平均給水量	351 l

ところが昭和48年の夏に異常渇水が松江市を襲い、134日にわたる給水制限を強いられた。そこでこれを期に松江市は再び新しい水源確保にのりだした。その時たまたま、県営の多目的ダム(山佐ダム)の建設が進められることになり、松江市はそこで開発される水量のうち 27,000 m³/日の水を受水することで県との間で合意がまとまった。そこで市は昭和50年から昭和58年までの予定で比較的大規模な第10次拡張事業を開始した結果、昭和54年度には主要工事が終了し、すでに昭和55年から給水が始まっている。この事業によって松江市は県山佐ダムから一日 27,000 m³を受水し、現存施設と合わせて一日 70,000 m³の供給が可能となった。なお、本事業はまだ 100% 完成しておらず、現在でも工事は進行中である。なお第10次拡張事業の概要を表-6に示す。この事業によって今までのような慢性的な水不足は分の間、回避できるようになったが、皮肉なことに昭和50年頃から水需要が頭打ちの状態となり、現在すでに水需要の伸びはさほど認められない。(図-17は対象区域を表わす)

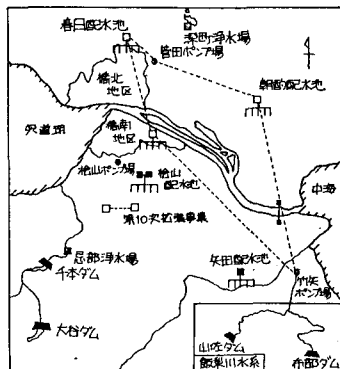


図-17 松江市の水道施設

表-6 第10次拡張事業後の給水量

計画給水人口	118,000人
計画給水量	70,000 m³/日
水源	忌部川水系 30,000 m³/日
	深町水系 3,000 m³/日
	県営布都ダム 10,000 m³/日
	県山佐ダム 27,000 m³/日
計画1日最大給水量	594 l
計画1日平均給水量	463 l

表-7 入力データ

リードタイム	8年
プロジェクト費用	63.9億円
基本有効容量	4.90
拡張有効容量	21.53
需要増加量	1/年
現存施設の供給可能量	15,700 m³/日
拡張後の供給可能量	25,500 m³/日

5.2 実証的分析の入力データ

松江市の第10次拡張事業を例にして、以下、大規模プロジェクトに関する事前分析(基本)モデルならびに事後分析モデルを用いた実証的分析を行なう。計算に当たって用いるデータは次のとおりである。

(1) 基準年 — 昭和48年を現時点($t=0$)に設定する。

(2) 水需要予測 — 昭和35年から昭和47年までの各年の年間実績給水量を用い、最小自乗法で直線近似を行なった。 $W_d = 0.5923 t + 12.80$ (10⁶m³/年) — (11)

(3) 現存施設の供給可能量 — 計画一日最大給水量に365日をかけて求めた。

拡張後の施設に供給可能量 — 拡張後の計画一日最大給水量に365日をかけて求めた。

(4) 基本有効容量(Z_0) — これは、現存施設の供給可能量と基準年の需要量との差(余裕量)を1年当りの需要増加量(一定)で除すことにより無次元化したものである。(12式参照)。この容量は、ある基準年からの新規需要に対して水需要が直線的に増加していた場合に現存容量がその年当りの増分の何年分の容量であるかを表わしている。

拡張有効容量(Z_1) — 基本有効容量と同じ考え方で求めたものであり、拡張後の施設の供給可能量を1年当りの需要増分を単位にして表わしたものである。(13式参照)

(基本有効容量) = (現存容量 - 基準年の需要量) / (1年当りの需要増分) — (12)

(拡張有効容量) = (拡張後の容量 - 基準年の需要量) / (1年当りの需要増分) — (13)

(5) 1年当りの需要増加量(D) — (4)で述べた考え方により、需要量も1年当りの需要増分で

除して基準化すれば、1年当りの需要増加量は1(1/年)と表わせることになる。

(6) (施設遊休ペナルティ費用)/(水不足ペナルティ費用)比 — これは $0 \leq \alpha \leq 1$ の条件より施設遊休ペナルティ費用が水不足ペナルティ費用の $\alpha\%$ に相当すると仮定し、 $\alpha = 0.1$ に設定した。

(7) ペナルティ費用の算定 — ペナルティ費用を求める際の考え方には色々ありうであろう。例えば、ペナルティ費用とは、本来安くかつ定率的に水を確保することのできる代替手段の費用(代価)とみなすことも可能である。あるいは、実際に水不足が起こった場合の応急的な対策に要する費用を機会費用として見積もる考え方もあろう。ここではデータの入付可能性などから、後者の考え方に基き、ペナルティ値を推定した。すなわち、既述したように松江市は昭和48年に実際に大渇水を経験しているの、その折の応接水のデータをもとにペナルティ費用を算定してみた。異常渇水時における周辺の市町村からの応接水は、①出雲市、斐川企業団からの水運搬車による応接水、②鳥取県の工業用水を境港市の岸壁から松江港までの給水船による応接水、③米子市、出雲市からの給水貨車による応接水、④自衛隊の給水車による応接水、の以上4つのルートで輸送された。

そこで、ペナルティ費用は概算値として次のように求めた。(ペナルティ費用) = (人件費+応接水料金+輸送費用)/応接水量
その結果、表-8に示す数値を得た。

表-8 昭和48年松江市大渇水におけるペナルティ費用

	ペナルティ費用	P/c	山佐川の渇水期間 平均値(1/年)
水運搬車	18.5(億円/年)	28.9(%)	13.2(%)
船舶	5.06	7.92	3.61
貨車	27.0	42.2	19.3

5.3 マイクロコンピュータによる対話型情報作成表示システムの開発

以下、本ケーススタディでは演算はすべてマイクロコンピュータで実行するが、その際、その演算結果を直ちに目表示することを目的としてカラーモニターを接続したグラフィックディスプレイシステムを開発した。これにより入力条件を色々変えても直ちにその演算結果がカラーを用いた色彩図形として表示されるので本モデルを用いた多角的な運用には最適な支援システムとなりうる。また、直接分析者(必要とあれば意思決定者)がコンピュータと向きあひ対話できるのでこの種の意思決定支援問題を取り扱っていく上できわめて有効な補助手段となるであろう。以下の分析において用いる写真はいずれもこの対話型情報システムを用いカラーモニターに描かせたものである。

5.4 事前分析(基本モデル)

写真-1は松江市の第10次拡張事業の全様をカラーモニターに表示したものである。写真-2は松江市の第10次拡張事業に関する上記のデータを基に事前分析(基本モデル)に得られたQ-P曲線図である。さらに写真-3はプロジェクト開始時期を $T-L=0$ に固定した上で(施設遊休ペナルティ費用)/(水不足ペナルティ費用)比 α の値を変えて求めたQ-P曲線図である。写真-2のQ-P曲線図を用いると表-8に示すペナルティ費用ではプロジェクトを現時点(昭和48年)を開始するのが妥当であることがわかるが、ペナルティ費用とは関係なく $\alpha=0.1$ のとき構造変化(需要が横ばいになること)の発生確率が0.01を超えるようなことがあればプロジェクトの現時点での開始は見合わせる方が妥当であることがわかる。ところが写真-3からわかるように α が0.1から0.01あるいは0に変わった場合を考えるとたんに現時点で直ちに事業を開始すべきであるという意思決定が妥当になってくることになる。また、 α が小さくなることは施設遊休に対する評価をあまり見積もることになるから当然、事業の採択の方向に移っていく訳である。なお、第10次拡張事業では、県営山佐ダムの建設負担金が入プロジェクト費用に含まれていないがこれを仮に含めると(ペナルティ費用/プロジェクト費用)はかなり低くなるので、 α がもっと小さい場合でもプロジェクトの現時点での採択が妥当化されない場合も起こりうる。このように考えてくればプロジェクトの採択を現時点において妥当と否かは、ペナルティ値などの見積もりに大きく影響されることになる。逆にプロジェクトの採否を妥当化する根拠をそれがない場合に生じる機会損失の高さに求

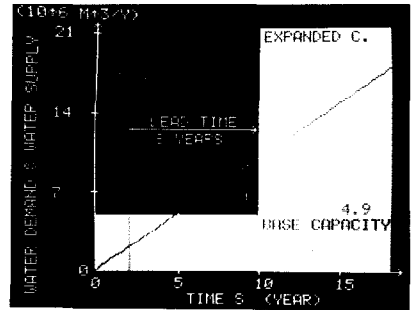


写真-1 松江市の第10次拡張事業の全様

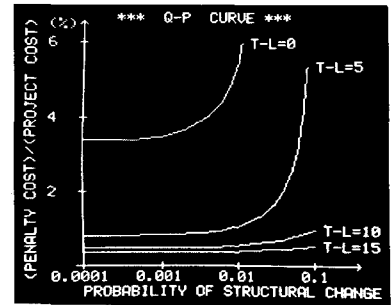


写真-2 Q-P曲線図(基本モデル)

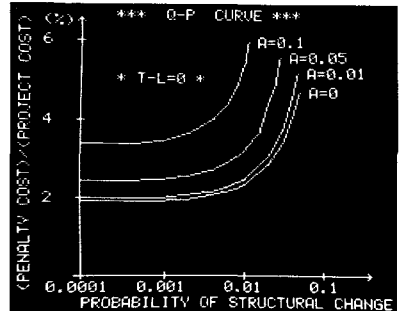


写真-3 $T-L=0$ に固定し α を変化した場合のQ-P曲線

めることも可能であり、その際には、Q-P曲線図の臨界ペナルティ値は「しきい値」的な尺度として有効な目安となりうる。

5.5 事前分析 (拡張モデル) 松江市の第10次拡張事業におけるプロジェクト費用の投資実績を各年ごとにプロットするとほぼ直線的に増加していくことがわかる。そこでこの仮定の下に直線的に減少する救済関数を求めた。写真-4は年度毎の投資実績 および直線近似した救済関数を図示したものである。この救済関数を用いて拡張モデルにより求めたQ-P曲線が、写真-5である。基本モデルの場合のQ-P曲線図(写真-2参照)と比較してQ-P曲線の等高線が少し下がっていることがわかる。これは下に下がる分だけプロジェクトの開始時期を繰り上げる方が妥当であることを意味している。例えば、写真-2と写真-3において $Q=0.02$ に着目すると基本モデルではペナルティの外に属せず、現時点でのプロジェクトの開始は見合わせるべきだという意思決定ができるのに対し、拡張モデルでは仮に給水貨車や水運搬車など水不足量を補完する以前にペナルティ値を算定すれば、プロジェクトの開始は現時点で行う方が妥当であるとの意思決定が必要となってくる。このように救済可能性を考えれば一般的にプロジェクトの採根が有利視されてくるのである。

5.6 事後分析 第10次拡張事業は昭和50年に着工され、昭和58年竣工予定であるが、図-16をみてわかるように松江市の水需要は昭和52年頃から停滞のきざしを見ている。この状況は事後分析モデルで想定した場合に合致していると考えられるので、以下ではプロジェクトの開始を基準年から2年後に設定し、さらに構造変化が基準年から4年後に発生したと仮定して事後分析を行なう。なお、拡張規模関数は事業全体を三分割した施設の構造上、使用が可能であるとの判断のもとに写真-6に示すような階段上のものと考えた。ただし、救済関数は3.2で定義した直線形を採用している。実際のデータをを用いて4-P曲線を描くと図-18のおこなう。この4-P曲線は特異な形をしているがこれは拡張規模関数の影響である。ここでは、事前分析と同様、応接給水の場合に相当するペナルティ値を考えているのでペナルティ費用の値がかなり高目に見られていく。このためプロジェクトの救済としないことによりプロジェクトを継続するよう意思決定が妥当化されない。しかし仮にペナルティ値がもっと低目に算定されたとすれば以下のような判断ができる。すなわち、もしプロジェクトの救済をする必要があるとすれば図-18において4-P曲線が立ち上がった時点である。これは3つあり、いずれもその時点で新たに使用可能容量が階段上に増加する時点に相当している。これは、救済関数が直線的に減少し、施設整備が階段上に実施される場合には、当該プロジェクトの最も適切な救済時期が拡張容量が使用可能となった各時点に一致していることを示している。このように事後分析モデルを用いることにより実際の場面できわめて有効な情報を導き出せることが実証された。

6. むすび 以上の分析で明らかにしたように、本研究で示されたいくつかの数学モデルは、不確実性における大規模プロジェクトの整備問題の意思決定を行なう上で強力な支援システムとなりうるものと判断される。また、その際、マイクロコンピュータを利用した対話型の情報作成・提示システムは上記のいくつかの数学モデルの真面目を引き出し、その多角的な運用可能性を高める手段としてきわめて有効であることが確認されたであろう。

もしも、本研究は、不確実性下の意思決定問題の一側面のみに着目し、いくつかの限定的状況下でのモデル化に終始しているという限界があることは言うまでもない。今後はモデルから導き出される論理的帰結と現実的意味づけとの照合を重ねることによりモデルの実用可能性とその限界についてさらに詳細な研究を続行していきたい。

(参考文献) ① Erkanbatter, Sethi, Okada "Planning For Surprise: Water Resources Development Under Demand And Supply Uncertainty" (1981)

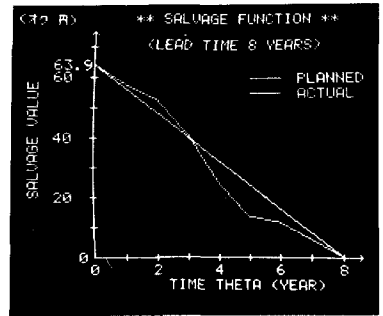


写真-4 第10次拡張事業の救済関数

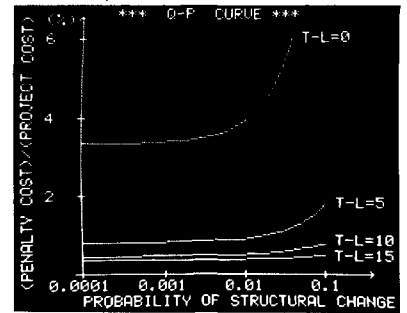


写真-5 Q-P曲線 (拡張モデル)

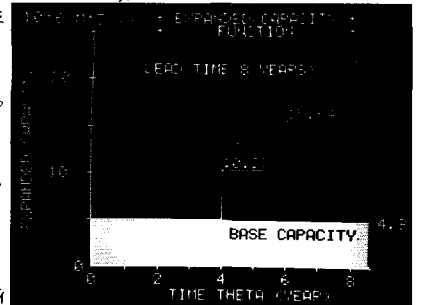


写真-6 第10次拡張事業の拡張規模関数

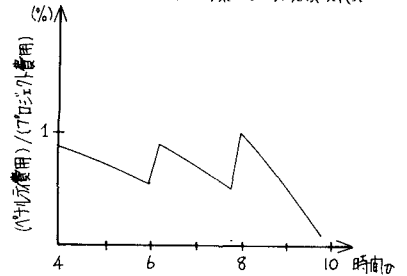


図-18 第10次拡張事業の4-P曲線