土地利用主体間の立地競合問題に対するゲーム理論の適用

京都大学　工学部　正員　朝倉康夫
京都大学　工学部　正員　佐佐木綱

1．はじめに

都市域，とくに大都市の土地利用は，二次元的な集中，分散にとどまらず，三次元的な都市空間において変動を続けている。このような変動の多くは，土地市場における経済主体間の土地，床をめぐる取り引きの結果生じるものと言ってよい。なぜならば，わが国では都市計画上の規制を受けるにせよ，その規制の範囲内ではかなり自由な土地市場が形成されているからである。土地市場においては，各土地利用主体は原則として競合関係にあると考えられるため，土地利用予測モデルの構築に際しては，主体間の競合を何らかの形で記述することが必要となる。

本研究の目的は，「現状の土地利用形態を前提とした土地市場における経済主体間の土地，床の獲得競争の結果，新たな土地利用形態が生じる」との基本的仮定にもとづく土地利用予測モデルの構築にあるが，本稿では，その中心部分を形成する立地競合プロセスの記述におけるゲームの理論の適用について述べる。

ゲームの理論は，相反する利害関係にある行動主体によって構成されている社会における人間行動の様式を理論的に究明することを目的とする理論であり，経済市場の解析に有効な手段とされている。システムとしての土地市場は，競合関係にある経済主体から構成される社会システムであり，競合プロセスの解析のためにゲームの理論を適用することは意義深いと考える。

以下では，まず，2．においてゲームの理論，とくに市場ゲームの構造と，ゲームの解の概念に相当するコア（Core）の理論について述べる。次いで，3．において本研究で仮定する立地変動メカニズムの中に，ゲームの理論がどのように適用されているかについて述べる。さらに，4．において，ひとつの土地市場を例にとり，ゲームの理論の具体的な適用例を説明する。

2．市場ゲームの構造と解の概念

2-1．ゲームの表現形式[7]

ゲームの理論は，利害の対立する経済主体間の独占的競争が支配的な現代資本主義に対する新しい認識と，個々の経済主体の最適行動により均衡状態が成立するという一般均衡理論への批判にもとづいて，経済社会における経済主体の行動を明らかにするために生み出された理論である。ゲームの理論は，ゲームの数学的表現形式によって，

i) 展開形（extensive form）
ii) 標準形（normal form）
iii) 特性関数形（characteristic function form）

に分類できる。

展開形は，ゲームの構造を手番の系列として最も詳細に表現したものであり，最近，情報の価値の分析などに用いられている。

標準形は，プレーヤーのもつ戦略を中心に，各プレーヤーの評価関数および利得ベクトルの空間の組み合わせとしてゲームを表現したものである。

特性関数形のゲームは，結託が形成される n 人協力ゲームにおいて，可能な結託によって得られる利益を明らかにするのに都合がよい。2-3で述べるように，市場ゲームは特性関数形のゲームとして表現できるため，次に，特性関数形のゲームについて述べる。

2-2．特性関数によるゲームの表現

プレーヤーの集合

$$N=\{1,2,\cdots\cdots,n\}$$

に対して，Nの任意の部分集合Tを提携（coalition）と呼ぶ。提携Tは，Tとしてのある値 $v(T)$ をもつ。Nの部分集合の全体を定義域とする関数 $v(T)$ を，ゲームの特性関数という。以下では，$v(T)$ がある実数値をとるものと定義する。（von Neumann，Morgenstern による）つまり，$v(T)$ とは，Nの任意の部

分集合Tに対してある実数値を対応させる関数であって、$v(T)$はT以外のプレーヤー N−Tがひとつの提携を形成して、TとN−Tとの間の2人ゲームとしてプレイが行われたときの、提携Tが獲得可能な保証水準の最大値である。

提携Tにとって最悪の場合は、残りのすべてのプレーヤーN−Tが結託してTに対抗してくる場合である。したがって、提携Tにとって最悪の場合でも得ることのできる保証水準の最大値として $v(T)$は、

$$v(T) = \max_{\alpha} \cdot \min_{\beta} \ f(\alpha, \beta) \text{ ------} ①$$

と表現できる。ここに、α, βはそれぞれT, N−Tが選択可能な戦略で、$f(\alpha, \beta)$はTの利得関数である。

Nのすべての部分集合Tについて $v(T)$の値を求めることにより、ゲームのもつ特性を表現することが可能となる。特性関数形のゲームでは、$v(T)$にもとづいてプレーヤー間の利得の分配問題を考えることができる。

2-3. 市場ゲームの構造

経済市場を特性関数形のゲームとして表現し、市場の均衡をゲームの競争結果としての均衡概念から分析するのが市場ゲームであると言ってよい。ここで経済市場とは、n人の経済主体（プレーヤー）がそれぞれ財を持って市場に来て、交易を行う交換市場である。

市場で取り引きされる財の種類をmとし、交換に先立って主体kが市場に持ち込む初期手持ち量を

$$a^k = \{a_1^k, a_2^k, \cdots, a_m^k\} \quad a_j^k \geq 0 \ (j=1,2,\cdots m)$$

とする。取り引きの結果、主体kが所有することになる財の組を

$$z^k = \{z_1^k, z_2^k, \cdots, z_m^k\} \quad z_j^k \geq 0 \ (j=1,2,\cdots,m)$$

とし、主体kの財ベクトル z^k に対する効用を、効用関数

$$u^k = u^k(z^k)$$

で表わす。ここに、効用関数は非負の値をとり、その関数形は凹関数であると仮定しておく。以上により、交換市場は、

N ； 主体の集合

Z ； 財空間 $Z = \{z^k, k \in N\}$

A ； 初期手持ち量 $A = \{a^k, k \in N\}$

U ； 効用関数 $U = \{u^k, k \in N\}$

で構成されることになる。

交換市場において、Nの部分集合Tに属する主体が結託して、Tの内部でのみ財の交換を行うものとする。Tに属する主体が獲得しうる財ベクトルは、

$$\sum_{k \in T} z_j^k = \sum_{k \in T} a_j^k \quad (j=1,2,\cdots,m)$$

を満足しなければならない。このような財ベクトルの全体を Z_T で表わす。

取り引きは、提携Tの内部でのみ成立するのであるから、Tに属さない主体から成る提携N−Tは、Tの内部に対して干渉することができない。したがって、Tの保証しうる効用水準の最大値、すなわち、特性関数の値 $v(T)$ は、

$$v(T) = \max_{k \in T, \ z^k \in Z_T} \sum u^k(z^k) \text{ ------} ②$$

となる。（このような特性関数を Aumann / Mashler 型特性関数とも言う[2]）。Nのすべての部分集合Tに対して $v(T)$を計算することにより、交換市場は特性関数形のゲームとして定式化することができる。

なお、市場ゲームにおける各プレーヤーの戦略とは、一般に交換する財の量、あるいは価格であって、戦略集合は連続である。

2-4. ゲームの解[8]

特性関数形のゲームの解を求めるということは、ゲーム終了後に主体kが受け取ると期待される効用u^kを要素とする配分（imputation）の中で、安定な配分を求めることに他ならない。

利得ベクトル

$$\mathbf{u} = (u^1, u^2, \cdots, u^n)$$

が配分であるための条件は、

$$u^k \geq v(\{k\}) \quad {}^{\forall}k \in N \text{ ------} ③$$

$$\sum_{k \in N} u^k = v(N) \text{ --------} ④$$

である。$v(\{k\})$ は、主体k独自で得られる効用水準の最大値であり、③を個人合理性の条件という。$v(N)$は、全員提携の場合の特性関数の値であり、④を全体としての集団的合理性の条件という。

ゲームの解として提案されている安定集合、コア、カーネル（Kernel）、仁（Nucleolus）などは、いず

れも配分の中でもより安定な配分であるが，これらの解の概念のうちどれを採用すべきかはゲームの性格に依存する。

市場ゲームにおいて最も重要と考えられているのは，コアの概念である。コアは競争の結果としての均衡解であり，市場における競争的均衡解との関連が深いとされている。

i). コア

コアは，いかなる配分によっても支配されない配分の集合であり，コアに属する配分は，

$$\sum_{k\in T} u^k \geq v(T) \quad {}^{\forall}T\subset N \qquad \text{-----⑤}$$

$$\sum_{k\in N} u^k = v(N) \qquad \text{-----⑥}$$

を満たさなければならない。⑤の条件を，集団的合理性，または提携合理性と呼ぶ。この条件は，③の条件を集団（提携）に対して拡張したものであり，⑤の条件が満足されない場合は，提携Tのメンバーはそのような効用の分配に対し不満を持つことになる。各主体がより有利な取り引きを行おうとして，すなわち，より有利な提携を形成しようとして行動する市場において，コアが存在すれば全員提携が最も安定となり，コアに属する配分が競争の結果としての市場の均衡を与えることになる。なお，各主体の効用関数の凹性を仮定することにより，市場ゲームにおいては常にコアが存在することが証明されている。

ii). ε-コア および δ-コア[1]

ε-コアは通常のコアの概念を拡張した解の概念であり，市場ゲームの均衡を解析するために提案された。[3]

$$\sum_{k\in T} u^k + \varepsilon \geq v(T) \quad {}^{\forall}T\subset N \qquad \text{---⑦}$$

$$\sum_{k\in N} u^k = v(N) \qquad \text{---⑧}$$

なる配分の集合をε-コアという。ε=0のとき，通常のコアと一致する。εは提携Tの持つ不満足の度合いを表わすもので，適当なεをとれば空でないε-コアをつくることができる。ε>0 のとき不満をもつ提携が存在し，ε<0のとき不満をもつ提携は存在しない。また，ε-コアにおいて，εをしだいに小さくとれば，ε-コアは提携構造Nのもとでの仁の概念に相当することが示される。

ε-コアが提携T全体としての不満を考慮しているのに対し，δ-コアは提携Tに属するメンバーひとりあたりの不満を考慮に入れている。すなわち，δ-コアは

$$\sum_{k\in T} u^k + \delta|T| \geq v(T) \quad {}^{\forall}T\subset N \qquad \text{----⑨}$$

$$\sum_{k\in N} u^k = v(N) \qquad \text{----⑩}$$

を満たす効用の配分である。ここに，|T|は提携Tの大きさ（メンバーの数）である。δ-コアにおいて，δをしだいに小さくとった極限は弱最小コアの概念[6]に相当する。

3. 立地競合へのゲーム理論の適用

3-1. 立地変動メカニズム

現状の土地利用を前提とした土地市場における立地競合の結果，土地利用の変動が生じる，との仮定にもとづく土地利用モデルの全体フローを図-1に示す。このモデルは，各経済主体の評価値を推定する立地ポテンシャル推定モデルと，立地ポテンシャルを与件とした土地市場における床[脚注1]の取り引きを記述する立地競合モデルから構成される。[脚注2]

立地競合モデルは，入力された立地ポテンシャルを用いて，都市内の各地区における主体間の立地競合プロセスをモデル化し，競合の結果の一時的均衡状態と

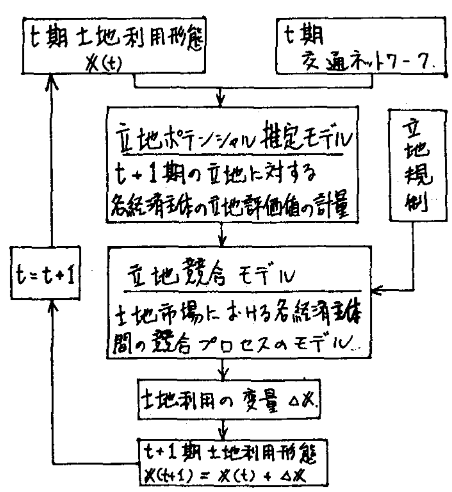


図-1　土地利用モデルの全体フロー

注1). 三次元的な都市空間の利用形態を表わすため，土地利用指標としては床面積を用いる。

注2). 立地ポテンシャル推定モデルの詳細については，文献5)を参照のこと。

しての新しい土地利用形態を出力することを目的としている。（図－２）したがって，以下では，地区（ゾーン）の概念を含まない形で説明する。

モデル前半部では，立地変動に対する重要な仮定

相対的に高い立地ポテンシャルを持つ主体は立地量を増加させ，低い立地ポテンシャルを持つ主体は立地量を減少させる

にもとづき，土地市場に参加する主体を床の需要者と供給者に分割する。さらに，相対的なポテンシャルの差と，現在，各主体が保有している床の量の積に比例する形で，それぞれの主体が取り引きに先立ち市場に持ち込む床の量を決定する。すなわち，

S^k；主体kの相対的なポテンシャルの差

g^k；主体kの潜在的需要量

r^k；主体kの潜在的供給量

x^k；主体kの立地量

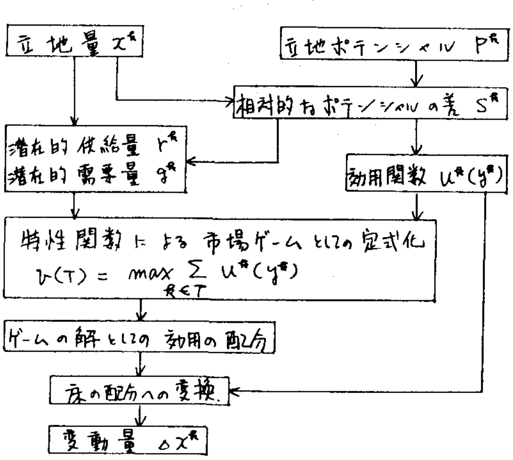
とするとき，　$S^k \geq 0$　なる主体は床の需要者，$S^k < 0$　なる主体は床の供給者である。さらに

$$g^k = \begin{cases} \lambda S^k x^k & \text{if } S^k \geq 0 \\ 0 & \text{if } S^k < 0 \end{cases} \quad \text{----} ⑪$$

$$r^k = \begin{cases} 0 & \text{if } S^k \geq 0 \\ \mu |S^k| x^k & \text{if } S^k < 0 \end{cases} \quad \text{----} ⑫$$

である。g^k, r^kは初期手持ち財に相当する。なお，ここで，都市計画上の立地規制をg^k, r^k に対する制約として取り込むことも可能である。

立地競合モデルの後半部では，以上の条件を所与とし，主体間の床の取り引きプロセスを市場ゲームの理論を用いて定式化する。さらに，ゲームの解を求めることにより，床の取り引きの結果としての均衡状態を得る。



図－２　立地競合モデルのフロー

3－2．市場ゲームとしての定式化

土地市場における主体間の床の取り引きを市場ゲームとして定式化すること，すなわち，特性関数を同定するためには，プレーヤー（主体）の集合 N，財の種類，効用関数の設定，および初期手持ち量の設定をする必要がある。

土地市場をゲームの場としたとき，プレーヤーとは床の交換を意図するすべての経済主体であるが，ここでは立地選択に対する評価尺度が構造的に同型であると考えられる主体を集計し，統合された主体を個々のプレーヤーとみなすものとする。したがって，プレーヤーの集合とは統合された経済主体の集合，たとえば，家計，商業，工業，農業という主体から成る集合である。

市場で交換される財は，床という一種類の財とする。市場内では，床はすべて同質であり，経済主体の立地に際しての意志決定は床から得られる効用のみに依存する。

したがって，効用関数は一次元効用関数となる。効用関数のタイプは，資産に対する効用関数としての適合性が高いとされる減少型危険回避的効用関数[4)]を用いる。危険回避的効用関数は凹関数であり，ゲームがコアをもつための条件を満足する。また，一次元効用関数は，ゲームの解である効用の配分を財の配分，すなわち，床の配分に変換するにも適している。

初期手持ち量は，３－１で述べたg^k, r^kである。

以上の条件の下に，提携Tに対する特性関数の値$v(T)$は，

$$v(T) = \max \sum_{k \in T} u^k(y^k) \quad \text{-----} ⑬$$

$$0 \leq y^k \leq g^k \quad \text{for } S^k \geq 0$$

$$0 \leq y^k \leq r^k \quad \text{for } S^k < 0$$

として求められる。ここに，$u^k(y^k)$ は主体kの効用関数，y^k は主体kが新たに獲得（$S^k \geq 0$）あるいは処分（$S^k < 0$）する床の量である。

$v(T)$の具体的な計算アルゴリズムを図－３に示す。

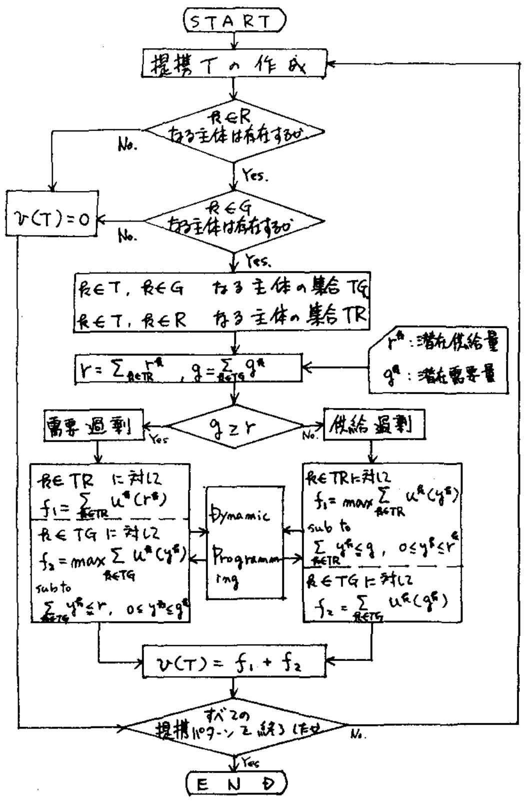


図-3　特性関数の計算アルゴリズム

なお，図中に需要過剰，供給過剰とあるのは，提携Tの内部における需，給の過剰を意味しており，市場全体としての需要，供給の過剰を意味するものではない。

3-3　ゲームの解と新規土地利用形態

特性関数によって表現された市場ゲームの解の概念の中で，市場均衡との関連が深いのはコアである。ところが，コアは配分の集合であって，コアの中でどの効用の配分が最も安定であるかを一意に定めることができない。そこで，コアの概念の拡張としてのε-コアおよびδ-コアに対し，それぞれ次に示す最小化問題のLPを想定し，効用の配分を一意に定め，その配分をゲームの解とする。

〔P1〕　min ε

sub to. $\sum_{k\in T} u^k + \varepsilon \geq v(T)$　$\forall T\subset N$ ---⑭

$\sum_{k\in N} u^k = v(N)$ ---⑮

$u^k \leq u^k_{max}$　$\forall k\in N$ ---⑯

〔P2〕　min δ

sub to. $\sum_{k\in T} u^k + \delta|T| \geq v(T)$　$\forall T\subset N$ ----⑰

$\sum_{k\in N} u^k = v(N)$ ----⑱

$u^k \leq u^k_{max}$　$\forall k\in N$ ----⑲

ここに，$u^k_{max} = \max\{u^k(g^k),\ u^k(r^k)\}$ であり，制約⑯，⑲は，初期条件による配分の制約を意味する。

〔P1〕，〔P2〕ともに，提携のもつ不満の最小化を目的関数としており，〔P1〕では提携T全体としての不満を，〔P2〕では提携Tに参加するメンバーひとりあたりの不満の最小を与える配分が解となる。

解として得られた効用の配分は，競合の結果の均衡解であり，土地市場においてより有利な取り引きを目標として各主体が行動した結果，落ちつくであろう均衡状態に対応する。

よって，ゲームの解である配分は，効用の配分であって床の配分ではない。そこで，数学的厳密性は十分ではないが，効用の配分を効用関数の逆関数を用いて床の配分に変換することにより，競合の結果各主体が獲得，あるいは処分する床の量 Δx^k を求めるものとする。Δx^k は言い換えれば床の変動量であり，新規（t+1期）の土地利用形態 $X(t+1)$ は，

$$X(t+1) = X(t) + \Delta X.$$

として表わされる。ここに，$X(t)$ は現況（t期）の土地利用形態，ΔX は Δx^k を成分とする変動量のベクトルである。

このようにして得られた土地利用形態は，一時的な均衡を表わしており，さらに，この土地利用を前提とした変動が連続するものと考えられる。

なお，ε-コア，δ-コアにもとづく均衡解のうち，どちらがより妥当であるかについては現在のところ明らかでないため，ここでは両者を併記するものとし，4.の例を通じて両者を比較，検討する。

4. 立地競合の例

土地市場を構成する条件である効用関数，初期手持ち量が所与の場合について，簡単な例を用いて具体的に市場ゲームの流れを説明する。

特性関数を計算するために必要な諸量を表-1に示す。主体の数は5，そのうち需要側が3主体，供給側が2主体である。市場は全体として需要過剰に設定しているが，供給過剰の場合でもゲームの定式化に本質的な差はない。効用関数は，減少型危険回避的効用関数の $u^k(y^k) = \sqrt{s^k \cdot y^k}$ とした。

提携Tと丁に対応する特性関数の値 v(T) を表-2に示す。提携パターンは，各主体が提携に加わる（1）か，加わらない（0）かによって，$2^5 = 32$ 通りのパターンが存在する。提携Tに需要側，供給側の両方から主体が参加しない限り取り引きは成立せず，したがって，v(T) = 0 となることがこの表より読みとれる。

表-3に，3-3で述べた〔P1〕，〔P2〕のLP問題の解，すなわち，ゲームの解である効用の配分と（epsi および delt），効用の配分を床の配分に変換した結果（X）を示す。〔P1〕，〔P2〕の結果はよく似かよっており，この例に関するかぎり均衡状態を与える床の配分はコアの性質にそれほど依存せず，かなり安定した配分であることがうかがわれる。

表-1 特性関数計算のための諸量

主体 k	相対ポテンシャル s^k	潜在需要量 g^k	潜在供給量 r^k
1	3.00	1000.	0.
2	2.00	1000.	0.
3	1.00	1000.	0.
4	-1.00	0.	50.
5	-2.00	0.	100.

表-2 提携パターンと特性関数の値

1	2	3	4	5	V(T)	1	2	3	4	5	V(T)
0	0	0	0	0	0.0	1	0	0	0	0	0.0
0	0	0	0	1	0.0	1	0	0	0	1	31.46
0	0	0	1	0	0.0	1	0	0	1	0	19.32
0	0	0	1	1	0.0	1	0	0	1	1	42.43
0	0	1	0	0	0.0	1	0	1	0	0	0.0
0	0	1	0	1	24.14	1	0	1	0	1	34.14
0	0	1	1	0	14.14	1	0	1	1	0	21.21
0	0	1	1	1	33.46	1	0	1	1	1	45.71
0	1	0	0	0	0.0	1	1	0	0	0	0.0
0	1	0	0	1	28.28	1	1	0	0	1	36.50
0	1	0	1	0	17.07	1	1	0	1	0	22.88
0	1	0	1	1	38.53	1	1	0	1	1	48.60
0	1	1	0	0	0.0	1	1	1	0	0	0.0
0	1	1	0	1	31.46	1	1	1	0	1	38.64
0	1	1	1	0	19.32	1	1	1	1	0	24.39
0	1	1	1	1	42.43	1	1	1	1	1	51.21

表-3 ε-コア，δ-コアと床の配分

k	epsi	X	delt	X
1	14.29	68	14.26	67
2	10.39	53	10.37	53
3	5.32	28	5.37	28
4	7.07	-50	7.07	-50
5	14.14	-100	14.14	-100

5. おわりに

ゲームの理論は，競合関係を内包する社会システムの解析に有効な手法であり，ゲームの理論を用いて市場構造を解析することは主に数理経済学の分野で従来より研究が進められてきたが，具体的な問題への適用例は必ずしも豊富ではなく，ゲームの理論の実用性を確認するための研究の必要性が叫ばれている。本稿では，都市地域の空間利用形態の変化を土地市場における経済主体間の床の取り引きの結果としてとらえ，この立地競合問題の記述に対してゲームの理論の適用を試みた。

その結果，数学的な厳密性は必ずしも十分ではないが，簡単な例を用いて，ゲームの理論により主体間の競合問題を記述しうることが明らかになった。もちろん，本稿で展開した議論には多くの重要な仮定が含まれており，これら諸仮定の妥当性の検証のためには，実際の都市地域のデータに対してモデルの適用が必要であることは言うまでもない。

参考文献

1) Albers,W. ;"Core and Kernel variants based on Imputations and demand profiles",O.Moeschlin and D.Pallaschke (eds.),GAME THEORY AND RELATED TOPICS,North-Holland,1979
2) Aumann,R.J.,and M.Maschler:"The bargaining set for cooperative games,"Dresher,M.,L.S.Shapley(eds.) Advances in Game Theory,Ann. of Math.Studies,No52,Princeton Univ. Press,1964
3) Shapley,L.S. and M.Schubik,:"Quasi-cores in a monetray ecomomy with non convex preferences" Econometrica,vol34, 1966
4) R.L.Keeney and H.Raiffa,:Decision with Multiple Objectives,John Wiley & Sons,1976（高原，高橋，中野 訳.，多目標問題解決の理論と実例，構造計画研究所，1980）
5) 朝倉，佐佐木：“大都市における土地利用の変動過程に関する一考察” 第4回土木計画学研究発表会 講演集，1982.
6) 岡田：“ゲーム論的アプローチによる多目的ダムの費用割り振りの方法について” 第35回土木学会年次学術講演会概要集，1980.
7) 鈴木編：ゲーム理論の展開（第2章，4章），東京図書，1973
8) 安田；“市場経済のコアとゲーム理論 II ——市場経済のコアと完全競争——”，オペレーションズ リサーチ，Vol 15，No 4，1970.