水環境計画における数理計画法の適用性に関する一考察

㈱日本水道コンサルタント　正員　萩　原　良　巳
㈱日本水道コンサルタント　正員　中　川　芳　一
㈱日本水道コンサルタント　正員　森　野　彰　夫
㈱日本水道コンサルタント　正員○渡　辺　晴　彦
㈱日本水道コンサルタント　正員　蔵　重　俊　夫

1. はじめに

地域における水利用の進展とそれを支えるための水資源開発行為は、一部の地域で、公共用水域の水質汚濁をひきおこしている。これは、自然界における水の浄化機能の容量を超えて水利用を行ったり、その浄化機能のメカニズムを人為的に変更したことの結果であろう。さらに、これと同じ図式で、自然の容量としての水資源賦存量を無視した水利用が行なわれたことにより、慢性的な渇水の危険性をはらんでいるような地域もあらわれてきている。

このような状況に対し、筆者らは、地域における水利用には、その自然条件にもとづく一定容量が存在し、その範囲で人間活動を行なう必要があると考え、自然と人間の水を媒介にした相互関係を水環境としてとらえ、それを望ましい形とする計画 ── 水環境計画 ── について検討を行ってきた。[1)2)] この計画における基本理念は、自然条件による一定容量という制約条件のもとで、人間活動という目的関数を最適化するという数理計画的な考え方である。しかしながら、地域における水環境計画は、1つの数理計画問題としてとりあげるには、自然と人間の相互関係があまりに大規模で、多面性を有しており、その望ましさもまた、地域に応じて異る。このため、筆者らは、問題が定式化された場合に、代替案の選定を容易にするという数理計画法の利点を部分的な水環境計画において適用し、その定式化をどうするか、そして、得られた結果をどう解釈し、利用するかという検討を行ってきた。

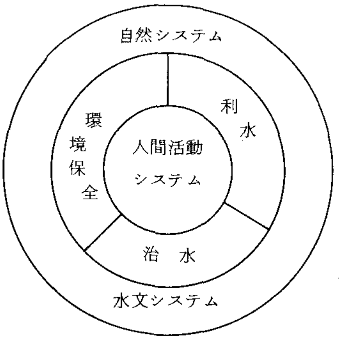
本稿では、筆者らが、これまでに水環境計画の中で、数理計画法によるアプローチを用いた事例を紹介し、どのような計画場面で、いかなる定式化を行い、結果をどう利用してきたかという点を中心に考察する。

2. 水環境計画の概念と数理計画法

地域における人と水の関りあいは、治水的側面と利水的側面、そして環境保全に関する側面の3つの目的により構成される。すなわち、自然界の水文サイクルに対し、地域における人間は洪水の危険性に対処しながら水を利用して生命を維持し社会経済活動を行いつつ美しい環境を求めるという関係にあるものと考えられる。このような関係は、基本的に、自然の持つ一定容量の範囲で構成されるべきものであり、その条件が阻害されると洪水・渇水・水質汚濁といった問題が生起する。我々なりに水環境計画を改めて定義しなおすならば、治水・利水・環境保全という3つの軸およびそれらの総合的な関連を人間にとって望ましいものとする地域計画ということができよう。この計画の遂行においては、手段として、土木施設の建設などによるwell-defined な方法と、制度や意識の変更といったill-defined な方法があるが、以下では、前者を中心にして考えていくこととする。

さて、水環境を構成する治水・利水・環境保全の3つの側面は、対象とする現象に着目すれば、明らかに時空間オーダーが異る。しかしながら、これに人間がどのように対処するかという観点、すなわち、計画論的な立場からは、同一の土俵に乗せていくことが必要と考えられる。筆者らは、3つの側面を統一的にとらえる視点として、水環境の持つ一定容量を地域的にどう配分するかという配分概念をとりあげている。これは、たとえば、治水に関しては洪水危険度の配分を、利水に関しては供給可能量や渇水危険度の配分を、そして環境保全に関しては環境基準の配分などを意図したものである。洪水・渇水・水質汚濁といった水環境

を阻害する現象はゼロにすることはできないという仮定のもとに、それらを最小にするための費用・エネルギーも有限であることから、いかに3つの側面を総合的に計画していくか、また、そのときの地域活動はどのように変化していくかを検討することが水環境計画の主題であると考えている。



図－1　地域における人と水とのかかわりあい

このような配分を具体化する土木的手段は水の流れを対象にするものであり、それは機能的に大きく分けてみると「貯溜」「輸送」「質の変換」という人為的所作である。「貯溜」機能の代表はダムであり、「輸送」機能は、河道・管路に代表され、「質の変換」機能は上下水道の処理施設に代表される。治水・利水・環境保全という側面に対し、水環境計画は、これらの機能を組みあわせて水の流れに対するプロセスシステムを設計しその運用を検討することになる。このプロセスシステムは自然における水文サイクルを中心とした水の状態を、人間活動にとって望ましい状態にもっていくためのものであり、その設計・運用においては自然界の水の状態の時空間的不安定性やその容量を前提に、人間活動にとって望ましい水の状態を考え、その結合のためのプロセスシステムについて技術や費用の面から検討するということが要求される。

数理計画法は、このプロセスシステムの設計・運用において用いられており、研究事例も多い。[3] ここでは、筆者らの行ってきた事例をもとに、その適用について述べることとする。筆者らが行った事例はプロセスシステムの設計・運用に対し、次の3つの分析に整理することができる。

1) プロセスシステムを規定する水文システム・人間活動システムの数学モデル化
2) プロセスシステムの規模に関する計画目標値の設定
3) プロセスシステムの設計・運用としての配分に関する分析

まず、対象とする側面についてプロセスシステム全体を規定する水文システム・人間活動システムの把握が要求される。水文システムについては、降雨・流出・環元といった水の流れに対し、そのメカニズムを解明することが必要となり、水理学・水文学・河川工学の分野からのアプローチを前提に、地域の地形・地質・気象などの固定された要因と、土地利用・取排水形態など人為的で可変な要因と水の流れの関連を求めねばならない。これは、流出モデル・還元モデルなどの検討により水文システムを数学モデル化することになる。このとき、モデルパラメータの同定において、筆者らは非線形計画法を中心にしたアプローチが試みている。

一方、人間活動システムについては、たとえば水需要予測・負荷発生量予測として人間の水利用における行動を数学モデル化することになる。人間活動システムをも水環境計画の評価対象にするときには、さらに、水需要による経済効果や、社会的影響などを検討する必要が生じ、水の価値を考察することになる。これらの検討においては、統計的分析や行動科学的分析によるシステム構造の分析が行なわれる。[4) 5)]

次に計画目標値の設定は、対象とするプロセスシステムの計画フレームを与えることであり、たとえば利水の側面において、上下水道に関し計画人口が、水資源開発計画では必要開発水量が採用される。これらについては、人間活動システムにおける予測値を用いることが多いが、本来は、その予測値に何らかの評価を下す必要があり、将来の不確実性を評価しておかねばならない。このとき、不完全情報下における意志決定のための数理計画法として、ゲーム論的アプローチを用いることができる。

さて、プロセスシステムの設計・運用のための分析は、これが、治水・利水・環境における配分の具体化をさすものであり、この検討のためには、プロセスの入出力の内容や範囲が明確となっていることが要求される。すなわち、水文システム・人間活動システムとの関連や、プロセスの計画目標値を与えることにより、計画の前提が明示化されることになる。数理計画法は、このような配分問題に対して有効性を発揮し、援用された事例も多い。手法の選択は、対象とする状況により異なるが、[6] 筆者らは、表－1のような条件のもとで、

線形計画法以外のモデル化を行っている。

表－1　手法の選択

モデル形状	内容（LPの場合）	手　　法	選　択　条　件
関数形	非線形（線形）	非線形計画法	水質の定義式、貯水池容量と開発水量の関連式・費用関数
変数位相	離散（連続）	整数計画法	建設の有無、規格品の使用
不確実性	確率的（確定的）	確率的計画法	降雨の検討
多段階性	多段階（単一）	動的計画法・最大原理	建設順序、施設管理
多目的性	多目的（単一）	多目的計画法	水質保全と経済効果のトレードオフ

3. 水循環システム解析における数理計画法の適用例

ここでは、水環境を規定する場となる水文システム・人間活動システムのとりあつかいのうち、水文システムについて、数理計画法によるアプローチを試みた事例を示す。水文システムのとりあつかいにおいては、運動方程式・連続方程式を基本に、力学的システムモデルを構成し、そのパラメータを同定するという検討が必要となる。これらを通してプロセスシステムへの入力・出力・かく乱の状態を明らかにすることになるが、問題となるのは、パラメータ同定であり、その1手法としての準線形化手法とその適用について、水循環システムを対象に高水解析・低水解析・水質解析を行った事例を示す。

3－1　準線形化手法によるアプローチ[7]

準線形化手法は、Bellmanらが体系づけた準線形化理論と、非線形計画法を組みあわせた手法であり、そのアルゴリズムは、次のように要約される。（図－2参照）。

1°　対象とするシステム方程式を次の標準型にする。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) \tag{1}$$

2°　第n－1次近似解　$\boldsymbol{x}^{(n-1)}(t)$，$t \in [0, T]$ を設定する。

3°　$\boldsymbol{x}^{(n-1)}(t)$ を用いて、元の方程式系を次のように線形化する。J はヤコビアンである。

$$\dot{\boldsymbol{x}}^{(n)}(t) = A(t)\,\boldsymbol{x}^{(n)}(t) + B(t) \tag{2}$$

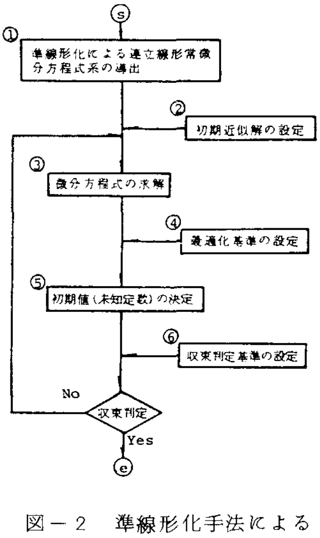
$$A(t) = J\left[\boldsymbol{x}^{(n-1)}(t)\right] \tag{3}$$

$$B(t) = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}^{(n-1)}(t)\right) - J\left[\boldsymbol{x}^{(n-1)}(t)\right]\boldsymbol{x}^{(n-1)}(t) \tag{4}$$

4°　線形化した方程式系の特別解および基本解を求め、観測時点の値を保存する。

5°　観測時点での計算値と、観測値による誤差関数を作成する。

6°　誤差最小となる初期値　$\boldsymbol{x}^{(n)}(0)$ を求め、(2)式を解き、収束の判定をし、不十分であればステップ 2°へ、十分であれば打ちきる。



図－2　準線形化手法による定数決定

このステップ 4°において、パラメータに制約をつけた場合には、一般的な非線形計画問題となり、そうでないときにはLagrange法により求解する。この手法により、微分方程式系のパラメータ同定は、試行錯誤を免がれ、パラメータ以外の変数について初期条件が与えられない場合もその決定が可能となる。

3－2　高水解析の事例[8)9)]

治水計画においては、流域の都市化などによる土地利用の変化が、洪水流出量に影響を及ぼしてきており土地利用規制などによる流域の管理も治水手段とする総合的な治水対策が必要となってきている。このため、土地利用形態と洪水流出量の関係について把握する目的で、洪水流出モデルを物理的検討から設定し、その

モデルパラメータと流域特性との関連を分析した事例を示す。まず、洪水流出モデルを降雨が一旦地下浸透し浸透流を経て有効降雨として地表に湧出するプロセスと、有効降雨が地表流として流域末端に流出するプロセスの２つにより構成されるものとし、前者をタンクモデル、後者を貯留関数モデルで記述しそれぞれダルシー則、マニング則による水の運動を示すものとした。図－３にモデルイメージを示す。

$$\dot{Re}=e(R-Re) \tag{5}$$

$$e \propto k \cdot i_b \cdot \ell^{-1} \tag{6}$$

但し、Re：有効降雨量、e：定数、R：実降雨、 k：透水係数、 i_b：動水勾配、ℓ：流下距離

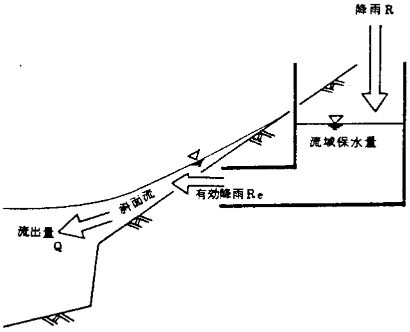
$$\dot{S}=\frac{A}{3.6}\cdot Re-Q \tag{7}$$

$$\dot{S}=KQ^{P} \tag{8}$$

$$P=0.6 \tag{9}$$

$$K\propto n^{0.6}\cdot is^{-0.3}\cdot A^{0.4}\cdot \ell^{0.6} \tag{10}$$

S：貯留量、A：流域面積、Q：流出量、K：定数、n：粗度係数、 is：地表勾配



図－３　洪水流出モデル概念図

このモデルでは、eとKが未知パラメータとなり、これを流域特性の関連をみるため、１２流域を対象に準線形化手法によりパラメータ同定を行った。得られたパラメータに対して、流域面積・流域延長・流域勾配・土地構成地（市街地・田畑・山林）との関連分析を行い、土地構成比の中では、市街地面積比率とパラメーターの関連が高いことを確めている。

３－３　低水解析の事例[10)11)]

低水管理における流出モデルの検討においては、降雨の流出のみならず、農水の還元をも考慮する必要があると考えられる。特に、農水については、環元量の観測資料が不足しており、これまで、概略的にとりあつかわれてきたが、ここでは、取水量から環元量の推定を可能とするモデルを構成した事例を示す。モデル式は次の微分方程式系となる。

$$\dot{Q}ra=Qag+(1+\alpha e^{-\beta r})\dot{Q}ar+\alpha\beta\dot{r}e^{-\beta r}\cdot Qar \tag{11}$$

$$\dot{Q}ag=d(Qsa-Qag) \tag{12}$$

$$\dot{Q}sa=\alpha be^{-\beta r}\cdot Qar+b(r-Qsa)-b\cdot\varepsilon a \tag{13}$$

但し、 Qra：総環元量、Qag：地下環元量、 Qsa：地下浸透量、 r：降雨、Qar：取水量、 $b\cdot d$：地下浸透量・地下環元量のてい減係数、$\alpha\cdot\beta$：未定定数

このモデルのパラメータ同定においては、物理的検討から、パラメータの値について非負条件などの制約をつけ、非線形計画問題を内部化した準線形化手法を援用している。ここで得られたモデルにより流域の水循環ラミュレーションを行ったところ、農水は、水消費型というより、貯水池に類似した河川流量の平滑化の機能を有していることがわかった。

３－４　水質解析の事例[12)]

流域における季節オーダーでの負荷流出特性とその地域特性との関連について検討した事例を示す。具体的には、まず、支流域の負荷流出特性をL（負荷）－Q（流量）曲線にあらわれる貯溜効果により地域分類し、分類に寄与する地域特性として支川数や農地面積という要因を得た。一方、負荷の貯溜効果を次式に示す一次反応型モデルとして記述し、そのパラメータ同定を準線形化手法により行った。ここで未知パラメータは、kとDである。

$$\dot{P}=D-L \tag{14}$$

$$L=kPQ \tag{15}$$

但し、D：発生負荷量、P：貯溜負荷量、L：流出負荷量、Q：流量、k：定数

この未知パラメータによる分類は、先の$L-Q$特性による分類と一致し、負荷流出特性と地域特性の関連は、支川数や農地面積をみることが重要であるという結果を得た。

4. 水環境計画目標値設定における数理計画法の適用例

水利用プロセスの制御においては、ここで示す計画フレームの設定を受けてすすめられることになる。この計画フレームとなるのが一般には人口などであるが、その目標値を設定する場合、単に統計的な将来予側値を用いるには問題があり、計画入力としての評価が必要となる。ここでは、将来の状況は不完全情報下にあるという前提のもとに経済的評価を行うゲーム論的アプローチをとりあげ、事例として、治水計画・上水道計画・下水道計画を示す。

4－1 ゲーム論的アプローチの方法[13)]

計画フレームになる指標をxとする。このxに対する経済的評価は、それをまかなうための施設費用と、将来の値がx以下になったときの機会損失や、xを超えたときのペナルティと合わせた総費用として考える必要があろう。これらを数式化すれば、次の2とおりの記述ができる。

$$E\left[C_1(x)\right]=A(x)+\int_x^{\infty} B(y-x)f(y)dy \qquad (16)$$

$$E\left[C_2(x)\right]=A(x)+\int_x^{\infty} B(y)f(y)dy \qquad (17)$$

$C_1(x)$：機会損失を考慮した総費用、$C_2(x)$：ペナルティを考慮した総費用、x：計画規模、$\int_x^{\infty}B(y-x)f(y)dy$：機会損失、$\int_x^{\infty}B(y)f(y)dy$：ペナルティ、$f(y)$：フレーム指標の確率分布

ここで、$f(y)$がその期待値$\bar{y}$と偏差σのみが既知で分布形が未知とすると、計画主体にとって最悪の（つまり総費用期待値を最大にする）分布が出現すると安全側にみておき、それを最良の（逆に最小にする）計画規模x^*をとるという意見決定を考えれば、それぞれ

$$\min_x \max_f E\left[C_1(x)\right],\quad \min_x \max_f E\left[C_2(x)\right] \qquad (18)(19)$$

というモデルとなる。これは、計画主体xと、自然（もしくは人間活動の）不確実性fによる2人ゲームとみることができる。どちらの評価を行うかは、計画内容により異るが、機会損失型は経営的評価であり、ペナルティ型は社会的評価といえよう。

このモデルの解法については、$x=\bar{y}+k\sigma$ とおき、kを変数として展開しチェビシェフの不等式を利用して近似化することにより$\max_f E\left[C(x)\right]$を$k$の関数としたうえで、$k$について最小化するものである。

4－2 計画高水流量の設定事例[14)]

治水計画の対象である洪水は、'生起頻度のきわめて小さい極大値近傍の水文事象であり、観測の困難性や統計資料の不十分さにより、生起確率分布の推定が問題となる。このため、治水計画の基本となる計画高水流量の設定において、洪水のピーク流量の確率分布に対し、次のようなペナルティ型の経済性の検討を含めた意志決定モデルを作成した。

$$\min_q \max_{h(D)} E\left[C(q)\right] \qquad (20)$$

$$E\left[C(q)\right]=G(q)+r\int_q^{\infty} D(y)f(y)dy \qquad (21)$$

但し、q：計画高水流量規模、$C(q)$：計画規模qのときの総費用、$G(q)$：計画規模qのときの事業費、r：年平均洪水生起回数、$D(y)$：高水流量yのときの想定被害額、$f(y)$：高水流量yの生起分布、$h(D)$：$f(y)$にもとづく被害額の分布形

4－3 計画給水人口の設定事例[15)]

水道施設の拡張計画における給水人口の決定について、拡張工事費と機会損失費および水道料金収入による総費用を評価して次のようにモデル化した。

$$\min_{x}\ \max_{f} E\left[C_1(x)\right] \quad (22)$$

$$E\left[C_1(x)\right]=(x-\alpha)e+aq\int_x^{\infty}(y-x)f(y)dy-\{qa(x-\alpha)+q\alpha(a-a_0)\} \quad (23)$$

但し、x：計画給水人口規模、$C_1(x)$：計画規模xのときの総費用、a：水道単価、q：計画１人１日平均給水量、e：人口１人あたり拡張工事費、α：現在給水人口、a_0：現在の水道単価、$f(y)$：人口の生起分布

４－４　計画取り入れ人口の設定事例[16)]

下水処理場の建設規模を設定するための計画取り入れ人口の決定について、処理場建設費および施設整備の遅れによる生活の不快さ、河川汚濁に対するペナルティを評価し、次のようにモデル化した。

$$\min_{x}\ \max_{f} E\left[C_2(x)\right] \quad (24)$$

$$E\left[C_2(x)\right]=M(qx)+K\int_x^{\infty}f(y)dy \quad (25)$$

但し、x：計画取入れ人口規模、$C_2(x)$：計画規模xのときの総費用、$M(x)$：計画規模xのときの建設費、K：施設整備がおくれたときのペナルティ、　$f(y)$：人口の生起分布、q：処理水原単位

このモデルの場合には、ペナルティKが、現時点では、社会的費用として議論されているが、明確に与えられず、パラメトリックに検討した。

5. 水環境計画における配分に関する数理計画法の適用例

５－１　配分問題における数理計画法

水環境計画において、自然と人間をつなぐ関係は、土木施設を中心とした水の流れのプロセスシステムである。この設計・運用は、具体的には施設建設計画や管理計画を指すものであるが、この検討は、２で述べたように「配分」という概念を基本としている。すなわち、治水・利水・環境保全に関しての施設規模や運用の効果で時空間的に配分することがプロセスシステムの設計・運用とみなせるわけである。この配分問題は、数理計画法により定形化しやすく、筆者らも多くの事例を通して検討してきた。

配分問題の定形化においては、配分するものに何をとりあげるかが重要となる。ここでは、後で示す筆者らの研究事例を整理しておこう。まず、治水に関しては計画高水流量を指標とし、その上下流バランスに関して公平性・効率性の目的をもとに検討している（５－２）。次に利水に関しては、水道計画において需要量を対象に浄水場や送水管へ水量の配分を費用最小の目的で行った事例（５－３(1)）や、ダム建設における開発規模の空間的配分を費用最小で考え（５－３(2)）た後に、そのスケジューリングとして時間的配分を考えた事例（５－３(3)）、そして、渇水時においてダム放流量を指標にし、被害最小のもとで時空間的配分を考えた事例（５－３(4)）がある。環境保全については、利水との関連を意図しており、海域の水質規準から逆算して流域の許容負荷量やそのための空間的水配分量を求めた事例（５－４(1)）や、これを時間的配分に拡張した事例（５－４(2)）がある。

５－２　治水計画における事例[17)]

流域内の想定はんらん区域に対する治水計画規模を決定する際には、公平性・効率性を検討する必要があり、これは多目的問題となる。公平性・効率性を評価する指標には種々あるが、次に示す４つの指標が経験的・物理的にとりあげやすい。

① 年平均はんらん確率(F)　　$F=\int_x^{\infty}f(\theta)d\theta$　(26)

② 流量倍率(Y)　　$Y=log(x)/v$　(27)

③ 年平均想定被害額$(\overline{D})$　　$\overline{D}=\int_x^{\infty}f(\theta)D(\theta)d\theta$　(28)

④ 年平均想定単位被害額$(\overline{U})$　　$\overline{U}=\overline{D}/P=\frac{1}{P}\int_x^{\infty}f(\theta)D(\theta)d\theta$　(29)

但し、x：計画高水流量規模、$f(\theta)$：年最大洪水のピーク流量生起確率、$D(\theta)$：流量規模別想定被害

額、v：年最大洪水のピーク流量（$\ell og\theta$）の平均値、P：想定はんらん区域内資産数

これらの指標に対し、図－4のような地域では、多目的問題としての定式化は次のようになる。

$$\min \quad F_1(x_1)-F_2(x_1, x_2, x_3) \tag{30}$$

$$\min \quad \bar{D}_1(x_1)+\bar{D}_2(x_1, x_2, x_3)+\bar{D}_3(x_2, x_3) \tag{31}$$

$$\text{s.t.} \quad x_i \geqq x_i^*(i=1, 2, 3) \tag{32}$$

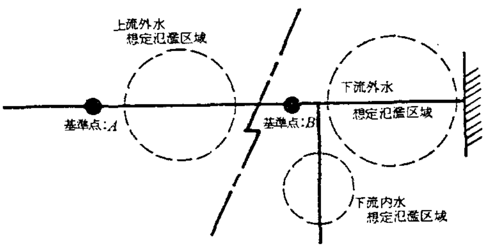
$$F_i \leqq F_i^*(i=1, 2) \tag{33}$$

$$\bar{D}_i \leqq \bar{D}_i^*(i=1, 2)$$

$$0 \leqq F_1-F_2 \leqq F_1^*-F_2^* \tag{35}$$

$$0 \leqq \bar{D}_1-\bar{D}_2 \leqq \bar{D}_1^*-\bar{D}_2^* \tag{36}$$

$$\sum_{c=1}^{3} C_i(x_i-x_i^*) \leqq C \tag{37}$$



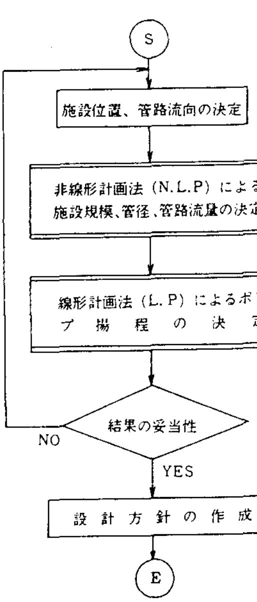
図－4　治水計画モデル流域

但し、x_i：計画規模、x_i^*：現在規模、C_i：建設費原単位、C：予算額であり、F_i、$\bar{D}_i$ は、下流において上流の計画 x に影響を受ける。

5－3　利水計画における事例

(1)　非線形計画法による広域設水道施設計画モデル [18]

新設の浄水場と市町村への送水管の位置が与えられたときの施設規模決定について、需要条件・送水管ネットワークにおける流量収支・エネルギー収支を制約条件とし、総建設費を最小とする最適化モデルを作成した。このモデルは、費用関数が非線形であり、エネルギー収支やポンプ揚程について非線形となる。このため図－5に示すように、需要と流量収支の2条件で費用最小となる非線形計画モデルと、エネルギーとポンプ揚程の制約によるポンプ費最小となる線形計画モデルとに分け、2段階で繰り返して検討するモデルに編成することにより、非線形計画問題をLagrange法により簡単に解ける形としている。



図－5　送水システムの検討フロー

(2)　整数計画法によるダム規模配置計画モデル [19]

ダム建設候補地がいくつか与件とされたとき、その規模配置においては、次の2つの条件を考慮しなくてはならない。①ダムの開発水量は当該ダムの貯水容量と上流部の貯水容量の大小により影響を受ける。②ダム建設においては規模の経済性が作用し、また小規模のダムは技術的経済的に不利であり、つくるとすれば最低規模が設けられる。これらの条件は、本質的にダムをつくる、つくらないという組みあわせ問題となり、整数計画法の適用が考えられる。今、図－6に示すような地域で、ダムと取水施設の規模配置を考えると、これは混合整数計画問題として次のように定式化される。

$$\min \sum_{i=1}^{M} \mu_i g(v_i)+\sum_{j=1}^{N} \xi_j h_j(w_j) \tag{38}$$

$$\text{s.t.} \quad q_i=f_i(v_i, V_i), \quad V_i=\{v_e \mid \ell \in I_i\} \tag{39}$$

$$V_i^{min}\mu_i \leqq v_i \leqq V_i^{max}\mu_i \tag{40}$$

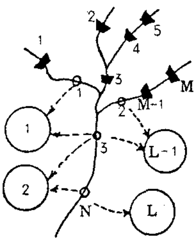
$$Q_j=\sum_{k\in Ej} q_k-\sum_{k\in Hj} w_k \geqq r_j+w_j \tag{41}$$

$$W_j^{min}\xi_j \leqq w_j \leqq W_j^{max}\xi_j \tag{42}$$

$$w_j=\sum_{k\in Gj} x_{jk} \tag{43}$$

$$d_k=\sum_{j\in Fk} x_{jk} \tag{44}$$

$$\mu_i, \xi_i \equiv 0 \pmod 1 \tag{45}$$



図－6　ダム建設モデル地域

但し、q_i：ダム i の開発水量、v_i：ダム容量、I_i：i ダムに影響するダム集合、V_i^{min}, V_i^{max}：ダム建設の上・下限値、Q_j：取水点流量、E_j：j より上流のダム集合、H_j：j より上流の取水点集合、W_j^{min}, W_j^{max}：取水施設の上・下限値、x_{jk}：取水地点 j から需要地 k への送水量、G_j：j から取水する需要地集合、d_k：k 需要地の需要、F_k：k 需要地の取水先集合、μ_i・ξ_j：ダム・取水施設をつくるか否かを示す0－1変数である。

(3) 動的計画法によるダム建設順序計画モデル[19]

ダム建設の規模配置が与件であるとき、その建設順序を検討するときには、ダムの開発水量は、他のダムの建設順序に影響を受けることに注意しなくてはならない。ここでは、需要の増加を制約として、建設費用の最終年度価格を最小化する問題として、動的計画法により定式化したモデルを示す。

今、M 個のダムを T 期内に建設するものと考える。ダム i を t 期に建設するか否かを x_{it} で示し、

$$x_{it} = \begin{cases} 1：i\text{ ダムを } t \text{ 期に建設する} & (i=1\cdots\cdots\cdots M,\ t=1\cdots\cdots\cdots T) \\ 0：\text{そうでない場合} \end{cases}$$

とすると、当然次式が成立する。

$$\sum_{t=1}^{T} x_{it} = 1 \quad (i=1\cdots\cdots\cdots M) \tag{46}$$

t 期までのダム建設パターンは、これを $\hat{\boldsymbol{x}}^t$ で表現し、$\hat{\boldsymbol{x}}^t=\sum_{t=1}^{t}\boldsymbol{x}_t$ と定義する。また、$\hat{\boldsymbol{x}}^t$ に対する i ダムの開発水量を $h_i(\hat{\boldsymbol{x}}^t)$ で表わす。このとき、t 期に $\boldsymbol{x}_t$ のダム建設によるコストを $g(\boldsymbol{x}_t)$とし、

$$g(\boldsymbol{x}_t)=(1+r)^{T-t}\boldsymbol{c}\boldsymbol{x}_t \tag{47}$$

と定義する。但し、r は利子率であり、$\boldsymbol{c}=(c_1,\ c_2\cdots\cdots\cdots c_i\ \cdots\cdots\ c_M)$ は、各ダムの建設コストである。以上の準備により、t 期までの建設費用 $f_t(\hat{\boldsymbol{x}}^t)$ は、DPにもとづいて

$$f_t(\hat{\boldsymbol{x}}^t)=\min\left[g(\boldsymbol{x}_t)+f_{t-1}(\hat{\boldsymbol{x}}^t-\boldsymbol{x}_t)\right] \tag{48}$$

$$\sum_{i=1}^{M} h_i(\boldsymbol{x}^t) \geqq q^t \tag{49}$$

$$f_T(\boldsymbol{x}^T)=f_T(1) \tag{50}$$

と定式化される。ここで q^t は、t 期の需要水量と維持流量の総和である。

(4) 確率的貯水池群操作モデル[20]

渇水期における貯水池群操作は、不確実性を伴う貯水池流入量に対し、渇水被害を少くするように放流量を決めることである。ここで、貯水池流入量を確率変数としてとらえ、ある期以降終端までの渇水被害の和の期待値$f_t(S)$を最小化するよう目標放流量を決定するという問題とし確率DPにより定式化する。図－7のおける3ダムの場合には

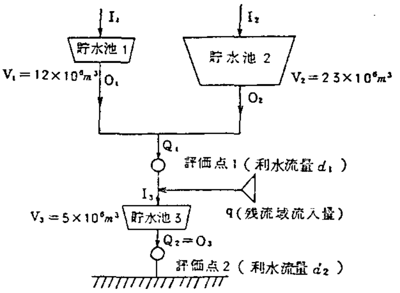
$$\begin{aligned} & f_t(S_1, S_2, S_3)=\min_{G(t)} \sum_{\mathrm{II}} \{R(Q(t))+f_{t+1}(S_1', S_2', S_3')\}\ P_t(E) \\ & G=(G_1, G_2),\ \ Q=(Q_1, Q_2),\ \ E=(I_1, I_2, q) \end{aligned} \tag{51}$$

但し、S：貯水量、Q：評価地点流量、G：目標放流量、E：貯水池流入量、$R(Q(t))$：t 期の渇水被害関数、$P_t(E)$：入力Eの確率分布である。さらに、t 期の貯水量 S と $t+1$ 期の貯水量 S'の関係および貯水池放流ルールは線形決定ルールと呼ばれる次のものである。V_i は貯水池容量である。

$$S_i'=S_i+I_i-O_i \tag{52}$$

$$O_i=\begin{cases} G_i(0\leq\ \theta_i\leq V_i) \\ I_i(\theta_i<0) \\ G_i+\theta_i-V_i(\theta_i>V_i) \end{cases} \tag{53}$$

$$\theta_i=S_i+I_i-G_i \tag{54}$$



図－7　貯水池操作計画モデル流域

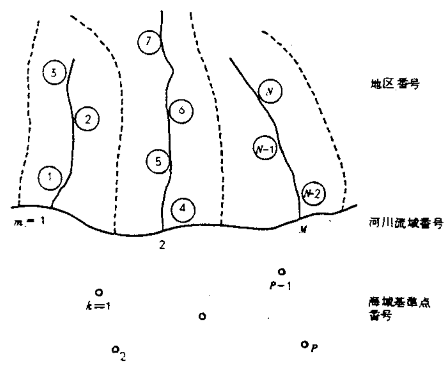
以上により定式化されたモデルは、各期において貯水状態に応じて最適目標放流量を逐次決定することになり、最終期までの流入量の確率分布および計画配分水量の情報を用いていることとなる。こ

のことから、モデルは、流況予測を用いたフィードフォワード方式の確率制御システムを示していることになる。実流域への適用においては、被害関数 $R(Q(t))$ と入力の確率分布 $P_i(E)$ の設定が問題となる。

5－4　環境保全計画の事例

(1)　分解原理による水質保全を考慮した多階層水配分モデル [21]

水質保全の対象を河川と海域にとり、それぞれの水質基準を満たすような水配分を行うため、次のような最適化モデルを線形計画法により記述した。まず、図－8に示すような複数河川と海域に対しての水配分量を計画変数とし、河川における流量・負荷量、海域における水質のシステム方程式を設定した。次いで制約として、海域での水質・河川での水質と流量・ブロック内利水可能量・利用可能土地面積・エネルギー・用途別地区別利水下限量の7つを設定し、目的関数としては生活用水による収容人口・工業用水による生産量・農業用水によるかんがい面積の3つの重みづき平均を最大化する形とした。これを一般化して示せば、次式となる。

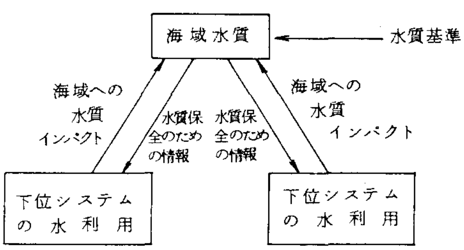


図－8　対象流域図

$$\max \sum_{j=1}^{M} C_j X_j \tag{55}$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{j=1}^{M} A_j X_j \leqq \boldsymbol{b},\ B_j X_j \leqq \boldsymbol{b}_j,\ X_j \geqq D_j (j=1\cdots M) \tag{56}$$

但し、 X_j：地区の水配分ベクトル、 C_j：評価ベクトル、b：海域の水質基準ベクトル、 A_j：海域へのインパクトベクトル、 b_j：技術的社会的資源制約ベクトル、 B_j：技術的社会的係数行列であり、ここでインパクトベクトル A_j は、海域における負荷の挙動についてNavier－Stokesの式を渦方程式に直して解き、河川からのBOD投入負荷に対する海域基準点でのCOD変化について線形近似して得ている。



図－9　海域水質保全の2階層システム

このモデルを分解原理により解くことは図－9に示すように各地区が、制約 b_j のもとで C_jX_j を最大化するのに対し、それを統括する計画者（海域管理者）は、海域へのインパクトを b 内に押えるように調整し、全体として経済効果の最大化を求めている。

(2)　多目標水配分過程モデル [22]

対象とした流域を図－10に示す。この流域において市町村 i $(i=1\cdots N)$ への水配分を行いつつ、海域への汚濁流入を最小にする場合を考える。システム方程式としては基準点 $m(m=1\cdots M)$ での流量およびBOD負荷量の年次変化に関し次式を得る。

$$\frac{dQ_m(t)}{dt} = \sum_i \alpha_{mi}(t)\ \theta_i(t) + \frac{dQ_o(t)}{dt} \tag{57}$$

$$\frac{dL_m(t)}{dt} = \sum_i \beta_{mi}(t)\ \theta_i(t) \tag{58}$$

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = \theta_i(t) \tag{59}$$

$$\frac{dV_{N+1}(t)}{dt} = V(L(t), Q(t)) = \max\left\{\left|\frac{J_1^S - J_1}{J_1^S - J_1^P}\right|, \left|\frac{J_2^S - J_2}{J_2^S - J_2^P}\right|, \left|\frac{J_3^S - J_3}{J_3^S - J_3^P}\right|\right\} \tag{60}$$

但し、Q_m：流量、L_m 負荷量、θ_i：i 地区への新規配分水量、α_{mi}、β_{mi}：固有流量・流出率、下水道整備率・流達率・負荷強度・下水処理放流水質・農水取水量により規定される流域特性、Q_o：上流ダムによる水資源量、V_i：水配分量、V_{N+1}：評価関数である。

ここで、J_1、J_2、J_3は、評価項目であり、次の意味をもち(60)式のP,Sは、許容、満足の水準を示す。

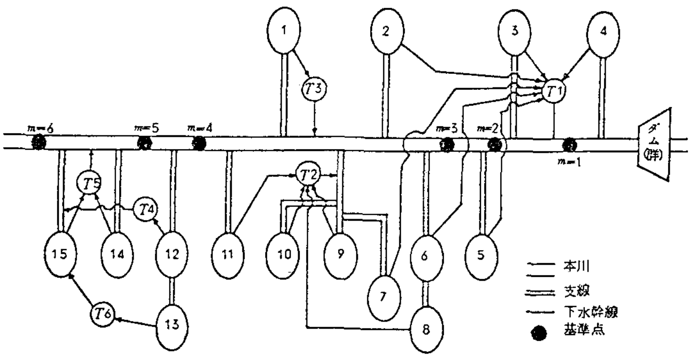
J_1 ： 生活用水による受水人口 ——→ max

J_2 ： 工業用水による出荷額 ——→ max

J_3 ： 海域への流出負荷量 ——→ min

また、θ_iに対して制約条件は、t年度における流域全体の新規水配分量が新規開発量より小さいこと、および、各需要地への水配分量が需要の上限を超えないことの２つである。

以上でモデルが作成され、この解法として最大原理を用いれば、結局１個の未知パラメータ（最下流基準点の状態に対応する）に対して、線形目標計画法を計画年数T回だけ繰り返して解くことに帰着される。



図－１０　多目標水配分対象モデル流域図

6. おわりに

本稿では、水環境計画において、数理計画手法がどのような形で適用されているかを筆者らの事例研究を通して紹介した。しかしながら、事例の多くは水配分が中心となり、２で述べた渇水危険度の配分や環境基準の配分については言及していない。これらを含めた水環境計画論の展開については、今後の課題として考えていく所存である。このためには、まず水環境計画における計画場面の体系化が必要となり、そのうえで不十分な点を整備していくことになろう。

ここで、筆者らが数理計画法を用いて検討してきた中で実感として得たことについて述べておく。数理計画法は、数学的にエレガントであり、問題を定形化することにより、一般的な議論に持ち込みやすい面があり、思想として用いたときにも有効である。しかし、そのエレガントさは、土木のもつどろどろした部分を切り捨てることにもなりかねず、問題の定形化においては、現象合理性が要求される。数理計画モデルを作成する場合には、基本的には目的合理的にすすめられるが、現象をいかに解釈し、本質的な情報を失なわずに近似化して数学モデル化するかという点にその妥当性がかかっている。従って、本稿で述べたような配分概念による水環境計画においては、５で示したような問題の定形化を行うために、３、４で示した分析がその近似化の妥当性を検討するものとして位置づけられる。

最後に、個々の研究において御指導をいただいた京都大学吉川和広教授、京都大学岩佐義朗教授、大阪大学末石冨太郎教授、名古屋工業大学長尾正志教授に謝意を表わすとともに、本稿のとりまとめにあたり、有益なコメントを下された日本水道コンサルタントシステム開発室の上田・高橋・西沢・徳田・今田の各氏に感謝いたします。

〔参考文献〕

1) 萩原良巳：水環境計画に関するシステム論的研究、京都大学博士学位論文、１９７６

2) 萩原良巳・内藤正明：水環境のシステム解析、環境情報科学９－１、１９８０

3) 萩原良巳他：水利用計画と数理計画手法、*NSC*研究年報、*Vol.*6、№2、1978
4) 萩原良巳・渡辺晴彦・西澤常彦：多階層システムモデルによる都市圏水需要変化過程の分析、第4回土木計画学研究発表会講演集、1982
5) 志水茂明・三村希一郎・渡辺晴彦：都市パターンに応じた水需要予測法、第2回水資源に関するシンポジウム前刷集、1982
6) *OR*事典編集委員会：*OR*事典、日科技連、1975
7) ベルマン・カラバ（小田中・中山訳）：準線形化とその応用、東京図書、1972
8) 森野彰夫・中川芳一・蔵重俊夫：流域の土地利用形態を考慮した洪水流出解析(1)、第25回水理講演会論文集、1981
9) 中川芳一・森野彰夫・蔵重俊夫：流域の土地利用形態を考慮した洪水流出解析(2)、第26回水理講演会論文集、1982
10) 萩原良巳・中川芳一・蔵重俊夫：準線形化手法の適用による農業用水を考慮した流域水循環システム解析、*NSC*研究年報、*Vol.*8、№1、1980
11) 萩原良巳・中川芳一・徳田裕平・蔵重俊夫：低水流出モデルとその同定、*NSC*研究年報、*Vol.*9、№1、1981
12) 萩原良巳・蔵重俊夫・渡辺晴彦：水資源計画における水循環モデル分析、第4回土木計画学研究発表会講演集、1982
13) 松田正一他：*OR*のための基礎数学5（ゲームの理論と決定理論）、丸善、1965
14) 中川芳一・飯塚敏夫・梅本良平：治水規模の決定に関するゲーム論的研究、第23回水理講演会論文集、1979
15) 萩原良巳・小泉明・中川芳一：水道計画のための給水人口決定に関する一考察、水道協会雑誌509号、1977
16) 堤武・萩原良巳・小泉明・中川芳一・高橋邦夫：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅸ ――とくに計画人口の決定について―― 、第13回衛生工学研究討論会講演論文集、1977
17) 中川芳一・森野彰夫：治水計画の策定手法に関する研究、*NSC*研究年報、*Vol.*8、№1、1980
18) 萩原良巳・小泉明・辻本善博・今田俊彦：広域的水道施設規模決定に関する一考察、*NSC*研究年報、*Vol.*6、№2、1978
19) 萩原良巳・中川芳一・渡辺晴彦：ダム建設計画に関する一考察、第2回土木計画学研究発表会講演集1980
20) 辻本善博・萩原良巳・中川芳一：確率分布をもった型紙による渇水期貯水池群操作、第23回水理講演会論文集、1979
21) 渡辺晴彦・萩原良巳・中川芳一：分解原理による水質保全を考慮した地域水配分、第34回土木学会年次学術講演集Ⅳ、1979
22) *Hagihara, Y., Hagihara K., Nakagawa Y. and H. Watanabe*: *A Multiobjective Optimal Water Resources Allocation Process, Proceedings of IFAC* Ⅷ *Congress*, 1981