高速道路と一般道路の最適交通分担

岡山大学工学部　正員　井上博司

1. はじめに

高速道路と一般道路という2つの異なる性格を有する道路の併存を前提にするとき，これらの社会資本を有効に活用するため両者の間に適正な交通分担関係を確立することが必要である。高速道路と一般道路の間の適正な交通分担関係は長期的にはそれぞれの道路の規模，よってそれぞれの道路の整備率を調整することによって，また短期的には高速道路の料金を調整することによって達成することができる。しかしより短期的にみると交通量は毎日変動しているものであり，また一旦設定された料金水準はある程度の期間は変更することができない。それゆえ，不規則的に生起する一時的な交通混雑に対して交通流状態を望ましい形に誘導するためには，何らかの交通流制御手段が必要であることはいうまでもない。本稿においてはこのような一時的な交通混雑に対して，交通流動を円滑にしかつ高速道路と一般道路との間の適正な交通分担関係を達成するために，高速道路への交通流入量を制御する方法について考察するものである。

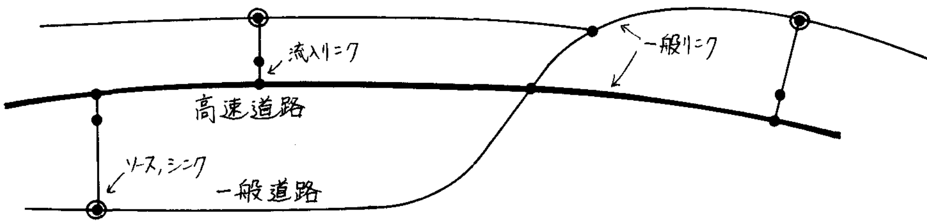
2. 制御理念

従来高速道路の交通制御法としては，事故が生起した時にそれに伴う交通混雑をいかに迅速に解消させるかに主眼を置いた制御方法がとられてきた．しかし昨今では高速道路の交通量の増加にともない，高速道路上での自然渋滞が頻繁に生起するに至っている。このため平常時においても高速道路への流入量を制御する必要性が高まってきている．高速道路への流入量を抑制すれば高速道路上の交通流動は円滑になることは明らかであるが，それに伴って一般道路の交通量が増加するから，一般道路の交通輻湊に拍車をかけることになる。それゆえ単純に高速道路の交通流を円滑にするため高速道路への流入量を抑制することは許されるものではない．高速道路への流入抑制が社会的に許容されるのは，これによって社会全体としての利益が促進される場合に限られると思われる。すなわち交通に要する総費用がこれによって社会全体としては減少する場合にはじめて高速道路への流入量の抑制が許容されるものである。したがって制御の評価関数としては道路網におけるトリップ費用の総和の最小化が考えられねばならない。

ところで交通制御方法を検討する場合，強制的な制御方法たとえば各車に行き先によって経路を細かく指示するようなことは，現状ではそのための体制がまだ十分整っていないことなどからその効果はあまり期待できない。また時刻によって細かく流入量を制御したり，目的地別にあるいは車種別に優先的に流入させることなどもその実施は不可能に近い．現実に行いうるのは高速道路への流入量を直接に制御することではなく，高速道路の入口で流入ゲートの数を時間単位ぐらいで調節することによって間接的に流入量を制御することである。つまり利用者に強制的な指示を行うのではなく，ある状況を設定し，利用者がその状況下で判断を行うに必要な情報を提供し，その行動を利用者の自由な意志の判断にまかせるということである。この場合利用者は与えられた状況に対して多分に不確定な要素を含みながら，自己の効用が最大もしくは自己の損失が最小になるような行動を採るであろう。したがって交通管理者は，高速道路および周辺の一般道路の交通状況に関する十分の情報を所持していることが必要であり，利用者の行動様式を十分に計算に入れた上で，社会的にみた最適な戦略をとることが要請される。ここでは2つの価値観を有する競争者がおり，競争者1（交通管理者）は高速道路および周辺一般道路の交通状況に関するすべての情報をもっており，また競争者2（利用者）がそのおかれた状況に対して採る行動様式を知っており，それらを考慮した上で全体として交通による損失が最小となるように高速道路の流入ゲートの数を調節することが要請される。これに対して競争者2（利用者）は競争者1が競争者2に対して提示する情報しかもっておらず，競争者1のとる戦略に対して自己の効用が最大すなわち自己のトリップによる損失が最小

になるように行動を行うものと考えられる。この場合競争者1が主導権を握っており，その最適戦略を先に決定することができる。

3. 定式化



いま高速道路および一般道路よりなる道路網を考える。ただしここでは一般道路は高速道路と並行している代替的な機能を有する道路および高速道路との連絡路だけを考える。道路網への交通需要量は高速道路への転換の可能性のある交通量すなわち所与の料金下で高速道路を利用する交通量だけを対象として，それ以外の交通量は固定して考える。車種は簡単のため一車種とする。

ノード i から j への交通需要量を S_{ij}，i から j への第 p 番目の経路の交通量を x_{ij}^{p}，この経路がリンク ℓ を通るとき $\delta_{ij,\ell}^{p}=1$，通らないとき $\delta_{ij,\ell}^{p}=0$ とする。またこの経路の高速道路の通行料金を C_{ij}^{p} とする。道路網のリンクを一般の道路区間を意味する一般リンクと高速道路への入口を意味する流入リンクに分け，前者の集合を L_n，後者の集合を L_i とする。一般リンク ℓ 上の高速道路に関係のない固定された交通量を $X_{\ell 0}$，全交通量を X_ℓ とする。一般リンクの走行所要時間 T_ℓ は当該のリンク交通量 X_ℓ の単調増加関数であるとし，これを $T_\ell = f_\ell(X_\ell)$ で表わす。一方流入リンク ℓ 上の交通量を F_ℓ とし，また流入リンクの走行所要時間 G_ℓ はその交通量 F_ℓ および流入ゲートの交通容量 y_ℓ の双方の関数であるとし，これを $G_\ell = g_\ell(F_\ell, y_\ell)$ で表わす。y_ℓ は流入ゲートの数によって決まるから，実際には離散的な変数であるが，便宜上これを連続変数とみなすことにする。関数 $g_\ell(F_\ell, y_\ell)$ は流入ゲートにおける待ち行列によって生じる遅れ時間を表わしており，したがって F_ℓ に対して単調増加，y_ℓ に対して単調減少な関数である。

ここで道路の利用者は自己のトリップに要する費用（損失時間の価値＋高速道路通行料金）が最小になるように行動するものとしよう。このとき道路網上の交通流の分布は等価な時間に換算された通行料金を所要時間に含む等時間原則による均衡交通分布となる．これはゲート容量 y_ℓ が与えられたときに目的関数

$$J(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \sum_{\ell \in L_n} \int_0^{\sum_{ij}\sum_{p} x_{ij}^{p}\delta_{ij,\ell}^{p} + X_{\ell 0}} f_\ell(X)\,dX + \sum_{\ell \in L_i} \int_0^{\sum_{ij}\sum_{p} x_{ij}^{p}\delta_{ij,\ell}^{p}} g_\ell(F, y_\ell)\,dF + \sum_{ij}\sum_{p} \frac{x_{ij}^{p} C_{ij}^{p}}{\lambda} \quad \cdots\cdots(1)$$

を制約条件

$$\sum_{p} x_{ij}^{p} = S_{ij} \quad (\text{for all } ij \in O)\ (2), \quad x_{ij}^{p} \geqq 0 \quad (\text{for all } ij \in O,\ p \in P_{ij}) \quad \cdots\cdots(3)$$

のもとで最小化する数理計画問題と等価である。ここに λ は選択者の時間価値，O はODペアーの集合，P_{ij} はODペアー ij の経路の集合である。

一方交通管理者は道路の利用者が自己のトリップに要する費用を最小にするように行動するということを計算に入れた上で，社会的に最適な戦略，すなわち交通による総損失が最小になるように流入ゲートの数を調節するものとする。総損失としては時間損失と通行料金の道路網における総和を考える。ところで一般に高速道路を利用するのは時間価値の高い，社会的にも重要なトリップであると考えられるので，一般道路の利用トリップに対

してある程度の重みをかけるのが適当であろう。そこで高速道路の利用トリップの損失時間に対する対貨幣価値重み係数を w_h，一般道路利用トリップのそれを w_r とする。このとき交通による総損失は

$$T(\boldsymbol{y},\boldsymbol{x}) = \sum_{\ell\in L_n}\Big(w_\ell x_{\ell 0} + \sum_{ij}\sum_p w_{ij}^p x_{ij}^p \delta_{ij,\ell}^p\Big) f_\ell\Big(x_{\ell 0} + \sum_{ij}\sum_p x_{ij}^p \delta_{ij,\ell}^p\Big)$$

$$+ \sum_{\ell\in L_i}\sum_{ij}\sum_p w_{ij}^p x_{ij}^p \delta_{ij,\ell}^p\, g_\ell\Big(\sum_{ij}\sum_p x_{ij}^p \delta_{ij,\ell}^p,\ y_\ell\Big) + \sum_{ij}\sum_p x_{ij}^p c_{ij}^p \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

となる。ここにODペアーijの経路pが高速道路を経由するとき $w_{ij}^p = w_h$，経由しないとき $w_{ij}^p = w_r$，リンク ℓ が高速道路のリンクのとき $w_\ell = w_h$，一般道路のリンクのとき $w_\ell = w_r$ とする。

ここで流入ゲートの容量 y_ℓ は当然非負であり，また全ゲートを開けたときの容量 $\bar{y}_\ell$ 以下でなければならないので，

$$0 \leqq y_\ell \leqq \bar{y}_\ell \quad (\ell\in L_i) \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

よって交通管理者は，利用者が制約条件(2)，(3)のもとで目的関数(1)を最小にするように行動するという条件および条件(5)のもとで評価関数(4)を最小にするようにゲート容量 y_ℓ $(\ell\in L_i)$ を設定することになる。このときこの問題は次のようなStackelberg計画問題となる。

$$\left.\begin{array}{l} T(\boldsymbol{y}^*, \hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{y}^*)) = \min\limits_{\boldsymbol{y}} T(\boldsymbol{y}, \hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{y})) \\ \quad\text{subject to} \quad 0 \leqq y_\ell \leqq \bar{y}_\ell \quad (\ell\in L_i) \end{array}\right\} \quad (\mathrm{I})$$

$$\left.\begin{array}{l} J(\boldsymbol{y}, \hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{y})) = \min\limits_{\boldsymbol{x}} J(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}) \\ \quad\text{subject to} \quad \sum_p x_{ij}^p = S_{ij} \quad \left(\begin{array}{l} ij\in O \\ p\in P_{ij} \end{array}\right) \\ \qquad\qquad\qquad x_{ij}^p \geqq 0 \end{array}\right\} \quad (\mathrm{II})$$

ここに $\boldsymbol{y}^*$ は最適ゲート容量，$\hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{y})$ はゲート容量 $\boldsymbol{y}$ が与えられたときの下位問題(II)のパラメトリック最小解である。明らかに $\hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{y})$ は点対点写像であり，また下位問題が許容であるすなわち適当な走行時間関数 $f_\ell(X)$ および $g_\ell(F, y)$ のもとで需要交通量の全てを道路網に流すことが可能であるとするとStackelberg解が存在する。

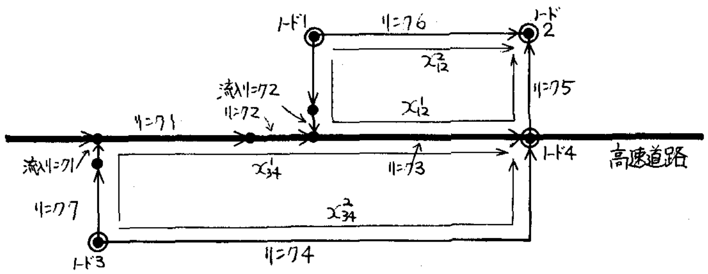
Stackelberg解を求めるための計算法については，与えられた $\boldsymbol{y}$ のもとで下位問題(II)を解くというステップと下位問題(II)の最適性条件を用いて上位問題(I)の目的関数の勾配値を計算し，これより適当な最適化手法を用いて上位問題(I)を解くというステップの繰り返しを行うことになる。下位問題の計算法は等時間原則配分法として知られるいくつかの計算法を用いることができる。たとえばRosenの勾配射影法を用いる計算法などが適用できる。上位問題の解法については，制約条件が単に各変数の領域を独立に設定するだけのものであるため比較的簡単な数理計画問題となり，たとえば最大傾斜法のような容易な最適化手法の適用が可能である。

なおここではゲート容量 y_ℓ は実数値をもつものとして取り扱っているが，実際にはゲートの数によって決る離散的な変数と考えられる。この場合にはゲート容量 y_ℓ の値のいくつかの組み合せに対して評価関数 $T(\boldsymbol{y}, \hat{\boldsymbol{x}})$ の値を計算し，そのうちの最小値を与える $(\boldsymbol{y}^*, \hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{y}^*))$ を最適解とすればよい。これには組合せ最適化の手法を用いることができよう。

4. 計算例

いま次のような簡単な道路網を考える。ここで需要交通量としてはノード1から2およびノード3から4への交通量 S_{12}，S_{34} だけを考える。その他の交通量はすべて固定して考える。高速道路への流入リンクは2つあるとし，それぞれのODペアーに対して高速道路を利用する経路と一般道路を利用する経路の2本の経路を考える。

あるゲート容量 y_1，y_2 のもとでの等時間のフローパターンは図に示すようなものであるとすると，下位問題



の均衡条件は

$$x_{12}^1 + x_{12}^2 = S_{12}$$
$$x_{34}^1 + x_{34}^2 = S_{34}$$
$$G_2 + T_3 + T_5 + C_{12}^1 = T_6$$
$$T_7 + G_1 + T_1 + T_2 + T_3 + C_{34}^1 = T_4$$

となる。これを4変数 $x_{12}^1, x_{12}^2, x_{34}^1, x_{34}^2$ に対する連立方程式と考えると，陰関数

$$x_{12}^1 = \eta_1(y_1, y_2),\quad x_{12}^2 = \eta_2(y_1, y_2),\quad x_{34}^1 = \eta_3(y_1, y_2),\quad x_{34}^2 = \eta_4(y_1, y_2)$$

が存在する。その勾配は，

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_{12}^1}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_{12}^2}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_{34}^1}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_{34}^2}{\partial y_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{\partial g_2}{\partial F_2} + \frac{dT_3}{dX_3} + \frac{dT_5}{dX_5} & -\frac{dT_6}{dX_6} & \frac{dT_3}{dX_3} & 0 \\ \frac{dT_3}{dX_3} & 0 & \frac{dT_7}{dX_7} + \frac{\partial g_1}{\partial F_1} + \frac{dT_1}{dX_1} + \frac{dT_2}{dX_2} + \frac{dT_3}{dX_3} & -\frac{dT_4}{dX_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial g_1}{\partial y_1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_{12}^1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_{12}^2}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_{34}^1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_{34}^2}{\partial y_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{\partial g_2}{\partial F_2} + \frac{dT_3}{dX_3} + \frac{dT_5}{dX_5} & -\frac{dT_6}{dX_6} & \frac{dT_3}{dX_3} & 0 \\ \frac{dT_3}{dX_3} & 0 & \frac{dT_7}{dX_7} + \frac{\partial g_1}{\partial F_1} + \frac{dT_1}{dX_1} + \frac{dT_2}{dX_2} + \frac{dT_3}{dX_3} & -\frac{dT_4}{dX_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial g_2}{\partial y_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる。一方交通による総損失は

$$\begin{aligned} T = {} & w_h(X_{10} + x_{34}^1)T_1 + w_h(X_{20} + x_{34}^1)T_2 + w_h(X_{30} + x_{12}^1 + x_{34}^1)T_3 + w_r(X_{40} + x_{34}^2)T_4 \\ & + (w_r X_{50} + w_h x_{12}^1)T_5 + w_r(X_{60} + x_{12}^2)T_6 + w_h(X_{70} + x_{34}^1)T_7 + w_h(F_{10} + x_{34}^1)G_1 \\ & + w_h(F_{20} + x_{12}^1)G_2 + x_{12}^1 C_{12}^1 + x_{34}^1 C_{34}^1 \end{aligned}$$

となる。よってその勾配は

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y_1} = F_1 \frac{\partial g_1}{\partial y_1} + \begin{bmatrix} w_h\left(T_3 + X_3 \frac{dT_3}{dX_3}\right) + w_h T_5 + (w_r X_{50} + w_h x_{12}^1)\frac{dT_5}{dX_5} + w_h G_2 + w_h F_2 \frac{\partial G_2}{\partial F_2} + C_{12}^1 \\ w_r\left(T_6 + X_6 \frac{dT_6}{dX_6}\right) \\ w_h\left(T_1 + X_1 \frac{dT_1}{dX_1}\right) + w_h\left(T_2 + X_2 \frac{dT_2}{dX_2}\right) + w_h\left(T_3 + X_3 \frac{dT_3}{dX_3}\right) + w_h\left(T_7 + X_7 \frac{dT_7}{dX_7}\right) + w_h G_1 + w_h F_1 \frac{\partial G_1}{\partial F_1} + C_{34}^1 \\ w_r\left(T_4 + X_4 \frac{dT_4}{dX_4}\right) \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{12}^1}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_{12}^2}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_{34}^1}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_{34}^2}{\partial y_1} \end{bmatrix}$$

$$
\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y_2} = F_2 \frac{\partial g_2}{\partial F_2} + \begin{bmatrix} w_h\left(T_3 + X_3 \frac{dT_3}{dX_3}\right) + w_h T_5 + \left(w_r X_{50} + w_h x_{12}^1\right)\frac{dT_5}{dX_5} + w_h G_2 + w_h F_2 \frac{\partial G_2}{\partial F_2} + C_{12}^1 \\ w_r\left(T_6 + X_6 \frac{dT_6}{dX_6}\right) \\ w_h\left(T_1 + X_1 \frac{dT_1}{dX_1}\right) + w_h\left(T_2 + X_2 \frac{dT_2}{dX_2}\right) + w_h\left(T_3 + X_3 \frac{dT_3}{dX_3}\right) + w_h\left(T_7 + X_7 \frac{dT_7}{dX_7}\right) \\ \quad + w_h G_1 + w_h F_1 \frac{\partial G_1}{\partial F_1} + C_{34}^1 \\ w_r\left(T_4 + X_4 \frac{dT_4}{dX_4}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{12}^1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_{12}^2}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_{34}^1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_{34}^2}{\partial y_2} \end{bmatrix}
$$

となる。最適性の必要条件は，ゲート容量 (y_1, y_2) に対して

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y_\ell} &\leqq 0 \qquad (y_\ell = \bar{y}_\ell \text{ のとき}) \\
\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y_\ell} &= 0 \qquad (0 < y_\ell < \bar{y}_\ell \text{ のとき}) \\
\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y_\ell} &\geqq 0 \qquad (y_\ell = 0 \text{ のとき}) \qquad ,(\ell = 1,2)
\end{aligned}
$$

である。もし $y_\ell < \bar{y}_\ell$ であり，かつ $\partial\tilde{T}/\partial y_\ell < 0$ であればゲート容量 y_ℓ を大きくすることによりさらに総損失を小さくすることができるから，ゲート容量を大きくするという戦略が採られねばならない。もし $y_\ell > 0$ であり，かつ $\partial\tilde{T}/\partial y_\ell > 0$ であればゲート容量 y_ℓ を大きくすることにより総損失を小さくすることができないことを意味するから，ゲート容量 y_ℓ を小さくするという戦略を用いることができる。

いま $S_{12} = 400$ 台/h，$S_{34} = 800$ 台/h とし，また各リンクの走行時間関数を一般リンクに対して $f_\ell(X) = a_\ell + b_\ell X^4$，流入リンクに対して $g_\ell(F, y) = 0.25\,F/(y - F)$，流入リンクの最大容量を $\bar{y}_1 = 3000$ 台/h，$\bar{y}_2 = 1500$ 台/h として最適解を計算してみた。計算で用いた他のパラメーターの値は次に示す通りである。

リンク	a_ℓ (分)	b_ℓ	$X_{\ell 0}$(台/h)	備考
1	6.3	1.008×10^{-14}	3900	高速道路 片側2車線 容量5000台/h
2	1.38	2.208×10^{-15}	4000	
3	14.34	2.294×10^{-14}	4000	
4	45.5	1.777×10^{-13}	3300	一般道路 片側2車線 容量4000台/h
5	3.0	1.172×10^{-14}	3500	
6	26.5	1.035×10^{-13}	3400	
7	5.25	1.280×10^{-14}	4000	都市高速 2車線 4500台/h

$F_{10} = 2200$ 台/h，　$F_{20} = 950$ 台/h

$w_h = 4000$ 円/h，　$w_r = 1000$ 円/h，

$\lambda = 2000$ 円/h

ゲートの初期容量を $y_1 = 2800$ 台/h，$y_2 = 1200$ 台/h としたときの均衡交通量は

$x_{12}^1 = 32$，　$x_{12}^2 = 368$，　$x_{34}^1 = 282$，　$x_{34}^2 = 518$

台/h，総損失は 22074660 円/h である。

下位問題に Rosen の勾配射影法，上位問題に最大傾斜法を適用して最適化計算を行った結果，最適ゲート容量は

$y_1^* = 3000$ 台/h，　$y_2^* = 1294$ 台/h

となり，またこのときの均衡交通量は

$x_{12}^1 = 45$ 台/h，$x_{12}^2 = 355$ 台/h　($t_{12}^1 = t_{12}^2 = 47.1$ 分)，$x_{34}^1 = 306$ 台/h，$x_{34}^2 = 494$ 台/h

($t_{34}^1 = t_{34}^2 = 82.3$ 分) となった。総損失は 21955216 円/h となった。この例では流入ゲート1は全開に，流入ゲート2は若干交通量を制限する方が総損失が小さくなることを表わしている。等時間原則のパターンは初期ゲート容量のときも，最適ゲート容量のときも変わらなかった。

5. おわりに

高速道路への流入口でゲートの数を調節し，流入量の制御を行う手法について述べた。この制御法では道路の利用者が与えられた状況のもとで自己の損失を最小にしようとする合理的な判断を行うものと仮定されている。このためには道路の利用者に道路の混雑状況，所要時間の見込み等について具体的かつ適確な情報が提供される必要がある。今後本制御法を事故時等にも適用できるよう改良を図りたい。