

1. はじめに

都市内の交通混雑、渋滞は自動車交通の増加とともに、て慢性化し、年々深刻になっているようにみうけられる。筆者の居住している甲府市を例にとると、中心市街部における渋滞は通勤時間帯の午前8時台だけでなく、業務時間帯である午後2時台にも時折起きるようになってきている。このような混雑現象の根本的な解決策は道路の新設、拡幅等による道路容量そのものの増加に伴ったものではない。右折禁止、一方通行等の交通規制を実施することによって交通の円滑化をはかるのも有効な手法の一つといえるであろう。

このように新規に交通規制を実施しようとする場合には、それかちえる影響についてあらかじめ検討する必要がある。その検討に際しては車輛にちえる影響だけでなく、それに附随して起きる市民生活、沿道商店街等にちえる影響についても考慮する必要がある。しかし、交通規制のちえる影響のいいたいのめやすをつけるという点かういえば、交通規制実施後の街路交通量を求めれば実用上は十分であろう。

街路交通量を予測する場合、従来よく用いられている配分手法(例えば分割配分手法)に従えば、まず現在のOD交通量、ODごとの経路交通量を調査する必要があるが、信頼性の高いデータを得るためには多くの人力、費用、時間を必要とすることになる。そこで、もっと簡便に交通規制実施後の街路交通量を求めるために、「吸収マルコフ連鎖による街路交通量推計モデル」適用の可能性について検討を行、たのでここに報告する。

2. 吸収マルコフ連鎖による街路交通量推計モデル

2-1. 概説

以下に本研究で検討した街路交通量推計モデルについて簡単に説明する。詳細については文献^{1,2)}を参照されたい。

ここで考える街路網のモデルを図-1に示す。街路網への連絡道路には背後地を代表する交通発生源、吸収源が1個ずつ設けてある。交差点間でも交通量の発生吸収は当然あるわけであるが、交差点間の発生吸収交通量を観測することは事実上不可能なので、交差点間には発生源吸収源は設けないものとする。

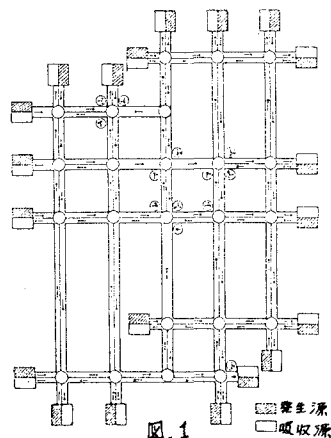


図-1

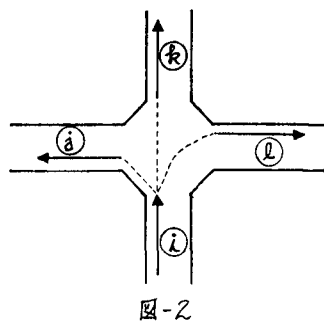


図-2

いま発生源からこの街路網に流入した車輛は、いずれかの吸収源に吸収されるまで、交差点の右左折率および直進率に支配されて全クラムに街路から街路へと移動すると仮定しよう。図-2に示すように、交差点から交差点へ向う状態を1本のアークで表わすことにすれば、各交差点の進入方向別右左折率および直進率で、アーク間の遷移確率を定めることができる。図-2で、アーク*i*からアーク*a, b, c*への遷移確率をそれぞれ*P_{ij}*, *P_{ib}*, *P_{ic}*とすれば、これらはアーク*i*の右折率、直進率、右折率で与えられるわけである。

発生源、吸収源の個数をそれぞれ*n*, アークの個数を*m*とする。行列の左上から吸収源、発生源、アークの順になうやうな遷移確率行列は、

$$P = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_1 \\ R & 0 & Q_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

と表わすことができる。ここに Π は $(r \times r)$ の行列で単位行列、 R は $(m \times r)$ の行列でアークから吸収源への遷移確率行列、 Q_1 は $(r \times m)$ の行列で発生源からアークへの遷移確率行列、 Q_2 は $(m \times m)$ の行列でアーク間の遷移確率行列、 $\mathbf{0}$ は r 個の零行列である。言うまでもなく式(1)の右辺の行列の行和は1である。

アーク i の交通量 x_i は、「街路網へ流入した全車輛がいずれかの吸収源に吸収されるまで、アーク i を訪問する回数の期待値として求められる」と定義すれば各アーク（街路）の交通量は、 $(1 \times m)$ の行ベクトル：

$$X = U Q_1 (\Pi - Q_2)^{-1} \quad (2)$$

で与えられる。ここに

$$X \equiv (x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$$U \equiv (u_1, u_2, \dots, u_r) \quad u_j \text{ は発生源 } j \text{ より街路網へ流入する交通量}$$

である。式(2)の右辺の $(m \times m)$ 行列 $(\Pi - Q_2)^{-1}$ の ij 要素は、アーク i を出発した車輛がいずれかの吸収源に吸収されるまでアーク j を訪れる確率を、また $(1 \times m)$ の行ベクトル $U Q_1$ の i 要素はアーク i を出発する交通量を表わしている。また各吸収源に吸収される交通量は $(1 \times r)$ の行ベクトル

$$V = X R = U Q_1 (\Pi - Q_2)^{-1} R \quad (3)$$

で与えられる。ここに

$$V \equiv (v_1, v_2, \dots, v_r) \quad v_j \text{ は吸収源 } j \text{ に吸収される交通量}$$

である。式(3)の右辺の $(r \times r)$ の行列 $Q_1 (\Pi - Q_2)^{-1} R$ の ij 要素は発生源 i より流入した車が吸収源 j に吸収される確率を表わしている。従って発生源を起点、吸収源を終点とした時のOD交通量は $(r \times r)$ の行列

$$OD = U^* Q_1 (\Pi - Q_2)^{-1} R \quad (4)$$

で与えられる。ここに

$$U^* \equiv \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & u_r \end{pmatrix}$$

$$OD \equiv \begin{pmatrix} od_{11} & \dots & od_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ od_{r1} & \dots & od_{rr} \end{pmatrix} \quad od_{ij} \text{ は発生源 } i \text{ から吸収源 } j \text{ への交通量}$$

である。

2-2 実測街路交通量と計算街路交通量

図-1に示されるような街路網で、単位時間内に発生源から流入した車は各運転者が選択した経路に従って運行し、単位時間内に全車が吸収源に吸収されたとしよう。この時各交差点で進入方向別に右左折交通量直進交通量を観測し、各街路（アーク）の実測交通量および右左折直進率（アーク間の遷移確率）の値を得られたとすると、式(2)で求められる計算交通量の値と実測交通量の値が一致することを以下に示そう。

2-1と同様に、発生源・吸収源の個数はそれぞれ r 、アーク（街路）の個数は m とする。説明の便宜のために発生源につながる街路には発生源の番号と同じ番号をわりあてることにしよう。すると発生源からアークへの遷移確率行列 Q_1 、アークからアークへの遷移確率行列 Q_2 は、次の式

$$Q_1 = (\Pi \quad \mathbf{0}) \quad , \Pi \text{ は } (r \times r) \text{ の単位行列, } \mathbf{0} \text{ は } r \times (m-r) \text{ の零行列} \quad (5)$$

$$Q_2 = (\mathbf{0} \quad Q_2^*) \quad \mathbf{0} \text{ は } m \times r \text{ の零行列, } Q_2^* \text{ は } m \times (m-r) \text{ の行列} \quad (6)$$

で表わすことができる。行列 Q_2 は非負行列で行和が1以下であることを注意しておく。

アーク（街路）の実測交通量ベクトルを X 、発生交通量ベクトルを U とする。ただし

$$X \equiv (x_1, x_2, \dots, x_m) \quad x_i \text{ はアーク } i \text{ の実測交通量}$$

$$U \equiv (u_1, u_2, \dots, u_r) \quad u_i \text{ は発生源 } i \text{ の発生交通量}$$

である。各街路の実測交通量の間には、明らかに次の関係式が成立している。

$$X U = U Q_1 \quad (7) \quad , \quad X A = X Q_2 \quad (8)$$

ここに、 $X_a \equiv (0, x_{m1}, \dots, x_m)$ 0 は $(1 \times r)$ の零ベクトル

$X_u \equiv (x_1, \dots, x_r, 0)$ 0 は $1 \times (m-r)$ の零ベクトル

である。アーク(街路) i の式(2)によって求めた計算街路交通量を X_i とし

$$X' \equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_m), \quad X'_u \equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_r, 0), \quad X'_a \equiv (0, x'_{m1}, \dots, x'_m)$$

としたとき、 X' , X'_u , X'_a の間に式(7), (8)と同じ方程式

$$X'_u = U Q_1 \quad (7'), \quad X'_a = X' Q_2 \quad (8')$$

が成立すれば、 Q_1, Q_2 のランクがそれぞれ $r, m-r$ であることから、 X'_i ($i=1, 2, \dots, m$) の値は一意的に定まり、 $X = X'$ であることがわかる。従って式(2)より式(7'), (8') が導かれることを示せばよい。

Q_2 が非負行列で、行和が 1 以下であることから、 $n \rightarrow \infty$ のとき Q_2^n は零行列に収束する。よって

$$(I - Q_2)^{-1} = I + \sum_{k=1}^{\infty} Q_2^k \quad (9)$$

である。これを式(2)に代入すると

$$X' = U Q_1 (I - Q_2)^{-1} = U Q_1 (I + \sum_{k=1}^{\infty} Q_2^k) \quad (10)$$

$$(1) \text{ 式 } \Delta X'(0) \equiv (\Delta x'_1(0), \Delta x'_2(0), \dots, \Delta x'_m(0)) \equiv U Q_1 \quad (11)$$

$$\Delta X'(k) \equiv (\Delta x'_1(k), \Delta x'_2(k), \dots, \Delta x'_m(k)) \equiv U Q_1 Q_2^k \quad (k=1, 2, \dots) \quad (12)$$

と定義すると

$$X' = \Delta X'(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \Delta X'(k) \quad (13)$$

である。式(5), (6)に注目すれば、 $\Delta x'_{m1}(0) = \Delta x'_{m2}(0) = \dots = \Delta x'_m(0) = 0$, $\Delta x'_1(k) = \Delta x'_2(k) = \dots = \Delta x'_r(k) = 0$ であることは明らか。従って式(13)の右辺の各項は

$$\Delta X'(0) = (\Delta x'_1(0), \Delta x'_2(0), \dots, \Delta x'_r(0), 0), \quad \sum_{k=1}^{\infty} \Delta X'(k) = (0, \sum_{k=1}^{\infty} \Delta x'_{m1}(k), \dots, \sum_{k=1}^{\infty} \Delta x'_m(k))$$

と書き表わすことができ、 $X' \equiv X'_u + X'_a$ であることと、上の X'_u, X'_a の定義式より

$$\Delta X'(0) = X'_u \quad (14), \quad \sum_{k=1}^{\infty} \Delta X'(k) = X'_a \quad (15)$$

である。また、

$$\Delta X'(k) = U Q_1 Q_2^k = U Q_1 Q_2^{k-1} \cdot Q_2$$

$$\text{より } \Delta X'(k) = \Delta X'(k-1) \cdot Q_2 \quad (k=1, 2, \dots) \quad (16)$$

Q_2^k が $k \rightarrow \infty$ のとき零行列に収束することから、 $k \rightarrow \infty$ のとき $\Delta X'(k)$ は零ベクトルに収束する。よって式(13), (16)より

$$\sum_{k=1}^{\infty} \Delta X'(k) = \left(\sum_{k=1}^{\infty} \Delta X'(k-1) \right) Q_2 = X' Q_2 \quad (17)$$

である。

$$\text{式(11)と式(14)より } X'_u = U Q_1, \text{ 式(15)と式(17)より } X'_a = X' Q_2$$

が成立するので、実測街路交通量と計算交通量は一致する。すなわち、交差点間で交通の発生吸収がない場合には、街路網に流入する発生交通量と交差点における右左折直進率とが正しく与えられれば、吸収マルコフ連鎖モデルにより、街路交通量を求めることができる。

2-3 実際の街路網への適用

実際に街路を流れている交通について考えると、交差点間で交通の発生吸収があるので式(2)により求めた街路交通量の値と実測値との間には誤差が生じる。昭和55年10月に甲府市中心市街部を対象に調査を行い、街路交通量の計算値と実測値の適合度について調べてみた。調査対象街路網は図-1に示すとおりで、街路網内に含まれる交差点数は23、方向別街路数は101である。計算値と実測値とを比較した結果を図-3に示す。計算値と実測値との誤差が30%以上ある街路が5個、20%~30%の街路が7個あるが、他のほとんどの街路については誤差は10%以内におさまっている。このモデルの現実の街路網に対する適合度は十分であると判断できる。

3. 交通規制実施後の街路交通量

前節での検討によって、このモデルの現状の街路交通量の分布を再現する能力については問題のないことがわ

か、た。ここでは交通規制実施後の各交差点の右左折率および直進率をどのように与えようかについて考えてみよう。

右折禁止を例にして考えると、最も簡便な方法は従来その交差点で右折していた車輛はそのまま直進すると仮定して、その交差点の右左折直進率を決定し他の交差点の右左折直進率是不変と仮定する方法である。この方法にもとづいて、交差点⑬の北行の交通を右折禁止にした場合について計算した例を図-4に示す。交通規制を実施すれば当然他の交差点での右左折直進率も変化すると考えられるが、それを考慮することは結局経路配分の問題の解決にまたねばならないから、不変と仮定して交通量算定を行うのである。

最後にこのモデルはきわめて短期的な街路交通量予測モデルであるという事を指摘しておかねばならない。交通規制が実施されると従来の均衡パターンかくずれ、一定期間過渡的な状態が続き、やがて新たな均衡パターンが生まれるであろうかこのモデルではモデルの構築上そのような均衡パターンを予測することは不可能である。

4. おわりに

本報文で「吸収マルコフ連鎖による街路交通量推計モデル」で交通規制実施後の街路交通量が求められる可能性のあることは明らかにすることができた。筆者は考えている。今後は交通規制実施後の右左折直進率の与え方について検討を加えていく予定である。最後に調査資料のとりまとめならびに街路交通量の計算に御力いただいた、篠原高司(現 前田建設工業) 永石淳悟(現 千葉市役所) 感謝の意を表します。

5. 参考文献

- 1) 佐佐木 親: 吸収マルコフ過程による交通量配分理論, 土木学会論文報告集第121号, PP.28~32, S. 40
- 2) 佐佐木 親: 都市交通計画, 国民科学社, PP.356~364
- 3) 松井 寛: Theory of traffic distribution through continuous-time absorbing Markov process, 名古屋工業大学学報, 第21巻, PP.317~325, S. 44

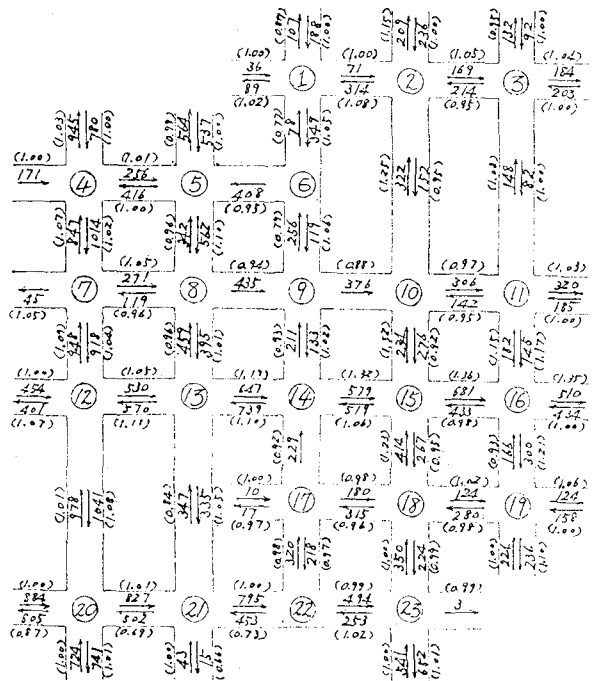


図3 甲府市中心市街部の計算街路交通量、()内は計算値/実測値

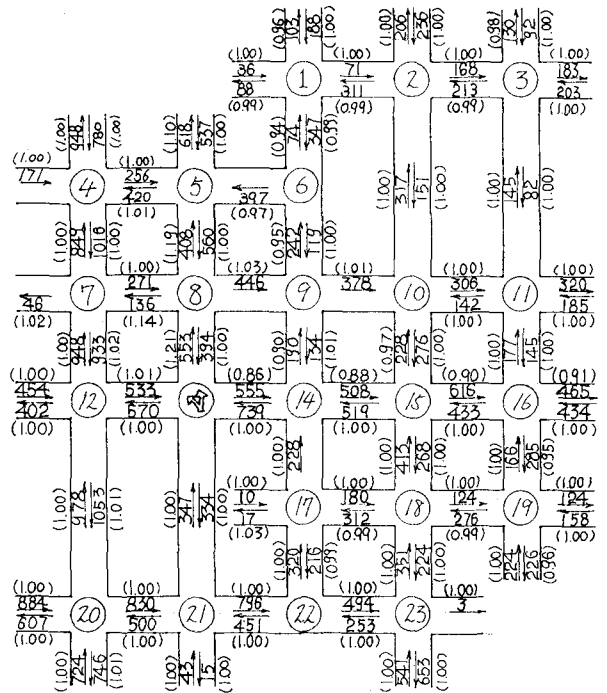


図-4 交差点⑬の北行右折禁止のときの計算街路交通量 ()内の数値は 右折禁止の計算交通量/図3の計算交通量