

道路網の感度分析について

苫小牧工業高等専門学校 正員 ○ 榎 谷 有 三
北海道大学工学部 加 来 照 俊

1. まえがき

本研究は、道路網の交通処理能力を表す道路網容量を通して道路網の感度分析を試みものである。道路網容量はネットワーク特性およびフロー特性などによって規定される。そこで、道路網容量を規定する要因として道路網のリンク（道路区間）の交通容量およびOD交通量を取り上げ、これらの要因が変化したとき道路網容量がどのような影響を受けるかを定量的に分析することによって感度分析を行なうものである。これらの分析は、交通需要の増加に伴って生じる交通混雑や渋滞あるいは道路環境の悪化などに対していかに対応するか、また降・積雪、交通規制、道路工事あるいは交通事故、消火活動などによる幅員減少、車線閉塞が道路網の運用上どのような影響を及ぼすかなど各種の道路交通問題に応用できる。

道路網の感度分析に関する研究としては、カットに基礎をおき、フローに対する最小カット（道路網容量）に変化を与え、リンク容量の変化の範囲から考察する方法の研究がある。本研究においては、各リンクの容量増加に関する変数と各OD交通の配分交通量に関する変数を各リンクの交通容量制限式に組み込んだ道路網容量増強を線形計画問題（以下LP問題という）として定式化し、LP問題の相補性定理および感度分析より考察する。

2. 道路網容量と感度分析について

道路網容量については、従来から実際の交通流に則したときの最大容量を求めようという点から各種の交通量配分手法を利用した方法、LP法あるいはカット法のように交通量配分を種ないで唯一の最適解を得る方法など種々の研究が紹介されている。道路網の感度分析も各リンクの容量あるいはOD交通量が増変したときの道路網容量を求めて、既存道路網容量との差から各要因の影響度を考察するものである。従って、種々の道路網容量に関する研究を利用して感度分析を行なうこともある範囲内では可能であるが、実際リンク容量の変化を通して考え、以下の様な問題点がある。1) 既存道路網容量に達したときに発生する最小カットに含まれるリンクについては、容量の変化が道路網容量に及ぼす影響度を知ることができない。しかし容量増加の場合、どの程度までの増加が道路網容量に影響するかという増加の影響範囲についてまで言及できない。2) 一方、最小カットに含まれないリンクの容量を単独に増加しても道路網容量には何ら影響しないので、これらのリンクの容量増加に伴う感度分析はできない。また容量減少の場合、道路網容量に影響しない範囲が必ずしも交通容量からリンク交通量を引いた値ではなく、さらに容量減少が可能の場合もある。これらの点については、OD交通に対して最もOD交通量が最小カットを通過するフローがあるかどうかによって同様の議論ができる。そこで、前述のカットを基礎においた研究はカット容量の大小順に並べたカット行列を作り、このカット行列を通してリンク容量変化の道路網容量に及ぼす影響範囲と限度などを考察している。しかし、この研究ではすべてこのカットを対象としているので、莫大本カットからいかに効率よく感度分析に必要なカットを探索することができないか、またOD交通のように対象とするフローが多品種流(multi-commodity flow)であることから単品種流(single commodity flow)のように単純にカットのみから考察できない場合があるなどの問題点が指摘される。本研究は次のような方針で行なう。1) 道路網容量増強問題をLP問題として定式化して、道路網容量を逐次増強するためのパラメトリックLP問題を行なう。2) LP問題の相補性定理および各リンクの容量増加に関する変数の値から感度分析に必要なカットを求め、カット行列を作成する。3) このカット行列を用いて各リンクの容量あるいは各OD交通の変化に伴う感度分析を行なう。このとき、カット行列のみで分析できない点はLP問題の感度分析を利用する。

3. 線形計画問題による定式化

いま、道路網上に g 個の O-D 交通が存在するものとし、 k 番目の O-D 構成比を P_k とする。このとき、各 O-D 交通の配分交通量の変数としてはルート交通量あるいはリンク交通量を考えられるが、次の点からルート交通量を用いる。(1) すでに多くの O-D 交通が道路網上に於いて走行経路を有していること。(2) ルート交通量はリンク交通量に比べて取扱う変数や条件式の数を大幅に減少させることができる。(3) 配分対象経路を指定できまた各 O-D 交通の走行便益を考慮することができるなどである。しかし、事前に各 O-D 交通の走行経路の探索という手間を必要とし、またその経路の指定の仕方によって感度分析にも影響を与える。 k 番目の O-D 交通の走行可能本経路の本数を M_k 、そのうちあるルート r に配分される交通量を Y_{rk}^i とする。まず、制約条件としては (1) 式の O-D 交通に関する連続条件、(2) 式の各リンクの交通容量制限に関する条件、さらに (3) 式の総建設距離に関する条件などが考えられる。また、(4)、(5) 式の各変数に関する条件もある。そして、(6) 式の道路網容量（処理交通量） F を目的関数とする道路網容量増強問題を LP 問題として定式化する。(2) 式の容量制限式において

$$\sum_{k=1}^g Y_{rk}^i = P_k \cdot F \quad (k=1, 2, \dots, g) \quad \text{--- (1)} \quad \sum_{k=1}^g \sum_{r=1}^{M_k} y_{rk}^i \cdot Y_{rk}^i \leq C_{ij} + c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (ij=1, 2, \dots, m) \quad \text{--- (2)}$$

$$\sum_{k=1}^g \sum_{r=1}^{M_k} d_{ij} \cdot x_{ij} \leq L \quad \text{--- (3)} \quad Y_{rk}^i \geq 0 \quad (k=1, 2, \dots, g; r=1, 2, \dots, M_k) \quad \text{--- (4)}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (ij=1, 2, \dots, m) \quad \text{--- (5)} \quad F \rightarrow \text{最大化} \quad \text{--- (6)}$$

ここで、 y_{rk}^i : k 番目の O-D 交通の r 番目のルート交通量がリンク ij を通過するとき、 i, j ではないとき 0 を取る定数、 C_{ij} : 既存道路網におけるリンク ij の交通容量、 d_{ij} : リンク ij の距離

c_{ij} : 単位幅員あたりの交通容量

各 O-D 交通の配分交通量に関する変数 Y_{rk}^i と各リンクの容量増加に関する変数 x_{ij} が定式化できる。また、(3) 式において変数 x_{ij} を定式化している。これらの式において変数 x_{ij} を導入したのは、前述の最小カットに含まれていないリンクの感度分析を行なうために必要なカットを探索するためである。すなわち、既存道路網容量を越える F を求めようとするときには、最小カットも含めて F より小さいフロー水準のカットのいずれかのリンクを容量増強しなければ F を処理することができないからである。そうすると、既存道路網容量は (3) 式の右辺の L を 0 としたときに来られ、さらに L の値を増加させると既存道路網容量を越える道路網容量 F が求められる。従って、 L をパラメータとするパラメトリック LP を行なうと、逐次道路網のいずれかのリンク容量増加に伴う道路網容量の増強を行なうことができる。そして、このとき道路網容量の増強に伴って最小カットも含まれたカットが逐次発生する。これらのカットの探索の方法として、各リンクの配分交通量が交通容量に達しているかどうか調べて容量に達しているリンクの組合せから求める方法がある。しかし、この方法はひとつの配分結果を参考に探索するもので、配分の仕方によってかはらずとも容量に達していないリンクもあるのでこの点十分注意される必要がある。そこで、本研究においては次章で述べる LP 問題の双対問題から容易にカットを探索する方法を考察する。

4. カットの探索について

3. で定式化された LP 問題（主問題）の双対問題も定式化すると次のようになる。 π_k を (1) 式、 w_{ij} を (2) 式、 ℓ を (3) 式のそれぞれ双対変数とすると、(7) ~ (11) 式の制約条件の下で、(12) 式の目的関数を最小化する問題

$$\pi_k + \sum_{i,j=1}^m y_{rk}^i \cdot w_{ij} \geq 0 \quad (k=1, 2, \dots, g; r=1, 2, \dots, M_k) \quad \text{--- (7)} \quad -\sum_{k=1}^g P_k \cdot \pi_k \geq 1 \quad \text{--- (8)}$$

$$-C_{ij} \cdot w_{ij} + d_{ij} \cdot \ell \geq 0 \quad (ij=1, 2, \dots, m) \quad \text{--- (9)} \quad w_{ij} \geq 0 \quad (ij=1, 2, \dots, m) \quad \text{--- (10)}$$

$$\ell \geq 0 \quad \text{--- (11)} \quad \sum_{i,j=1}^m C_{ij} \cdot w_{ij} + L \cdot \ell \rightarrow \text{最小化} \quad \text{--- (12)}$$

題となる。そして、(2) 式のスラック変数も λ_{ij} とすると、相補性定理より双対変数 w_{ij} との間に (13) 式の関係式も

$$\lambda_{ij} \cdot w_{ij} = 0 \quad \text{--- (13)}$$

得る。すなわち、(2)式の各リンクの容量制限式が最適解において余裕をもつならば（既存道路網におけるリンクの交通容量以下に配分されない状態） λ_{ij} は正値となり、その双対変数 w_{ij} は0となる。一方、交通容量に達するまで配分されると λ_{ij} は0となり、 w_{ij} は正値をとる。そして、双対変数が正値を取るリンクが臨路区間となり、これらのリンクの集合がノード集合を排他的な2つの集合に切断するカット・セットを形成する。従って、主問題から得られた配分結果において容量に達しているリンクは、その双対変数が正値を取ればカットを形成するリンクであることが判定される。双対変数が0のときは、そのリンクに配分されている交通量の一部を他のルートに配分することによって容量以下に抑えることも可能である事を意味する。また、双対変数 w_{ij} の値は(2)式の右辺の交通容量を1単位変化させたときの目的関数の増減値を表わすので、目的関数に同じ影響を与えるリンクごとリンクを分類すると、既存道路網容量を越える下を処理しようとするために発生するこれらの異なるカットが求められる。そこで、感度分析に必要なカットすなわちカット行列は、先に述べた主問題のパラメトリックLP問題とこのとき得られる双対変数の値から次のような手順で求めた。(1)パラメータ L を逐次増加させたときの双対変数の値の変化からこれらのカットを求める。(2)(1)で求められたカットの種々の組合せから他のカットを求める。(3)(1)においていずれのカットにも含まれていないリンクに対しては、各カットのフロー水準を増加させるために容量増加されたリンク（変数 x_{ij} が正値を取るリンク）との組合せでカットを探索する。(4)(1)～(3)で求められたカットをフロー水準の小丈順に並びかえてカット行列を作成する。そして、このカット行列を用いて各リンクの容量変化が道路網容量に与える影響を分析する。また、OD交通の変化に対しても各OD交通がいずれのカットも通過するかどうかによって分析することができよう。

5. 計算例

簡単な例題を通じて道路網の感度分析を行なう。図1の既存道路網（図中の数字はリンク番号）、表1のOD構成比およびリンク距離を与えて行なう。また、各リンクの容量を12,000台とする。なお、各OD交通の走行可能な経路は最短経路を中心に3～4本選定した。まず、先に定式化された道路網容量増強問題において L をパラメータとするパラメトリックLPを行なうと、表2に示されるような各リンクの双対変数 w_{ij} が逐次変化して求

れらる。このとき、 $L=0$ においても $L=5.0$ のときと同じ値が得られ、これから既存道路網容量は図2に示されるリンク1、7からなるカット1（最小カット）によって(4)式から(15)式の値となる。

$$R_L = \sum_{i \in R_L} C_{ij} / \sum_{k \in R_L} P_k$$

$$R_L = 24,000 / 0.344 = 69,767 \text{ 台}$$

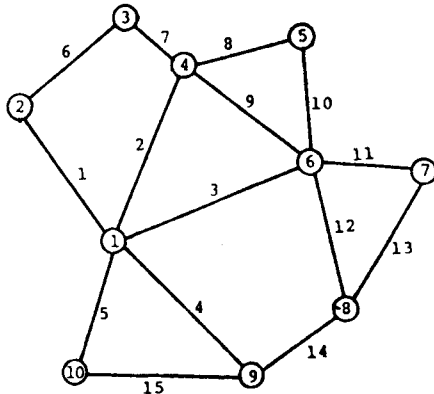
——(14)

——(15)

表1 / OD構成比とリンク距離

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	5.0		0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
3	8.0	5.0		0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.0	0.003
4	8.0	6.0	3.0		0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	4.0	3.0		0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	6.0	∞	∞	6.0	4.0		0.032	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	6.0	2.0		0.013	0.005	0.001
8	10.0	∞	∞	∞	∞	5.0	6.0		0.011	0.001
9	6.0	∞	∞	∞	∞	7.0	∞	5.0		0.004
10	4.0	8.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7.0	

図1 / 既存道路網



ここで、 R_L ：カット L の処理可能交通量、 R_L ：カット L に含まれるリンクの集合、 P_k ：カット L を通過するOD交通の集合。表2の双対変数の変化から、図2に示されるカット2、3、4、11から求められ、これらのカットの組合せからカット5、6、12も求められ、カット5はカット1と2、カット6はカット2、3と4、カット12はカット4と11からとれと心得られる。また、他の7、8、9、10のカットはそれぞれカット1～4およびカット11にも含まれていないリンクと容量増加されたリンクとの組合せで求めたものである。 L が75.0のとき、変数 x_{ij} が正値を取るリンクが1、2、7、14本の2、たとえばリンク

ク13とリンク1, 2でカット7が, リンク11とリンク1, 2でカット8などから得られる。そして, これらのカットの処理可能交通量(フロー水準)を(4)式で求めた水準に並べると図-3のカット行列が得られる。この行列を用いて以下感度分析を行なう。

(4) 各リンクの感度分析

まず, カット1を構成するリンク1, 7の容量変化は直接的に道路網容量に影響を及ぼす。そして, 表-2に示される双対変数によつて交通容量1台あたり2.9068台の割合で道路網容量が変化する。容量減少の場合はこの割合でたえず道路網容量は減少する。一方, 増加の場合はカット2の容量に達するまでの割合で容量増加が影響し, その範囲は(16)式で求められる。しかし, リンク1は

$$\{80267(\text{カット2のフロー水準}) - 69767\} \times 0.344 = 3612 \text{ 台} \quad \text{--- (16)}$$

はカット2にも含まれるため, 単純にさらにカット3までの容量増加が可能である。このときのカット2からカット3までの1台あたりの道路網容量の増加は2.244台となる。他のリンクの容量増加の影響は, たとえばリンク3と4はリンク1あるいはリンク7との組合せでカット3まで可能である。しかし, 同じカット2を構成するリンク2はさらにカット10の道路網容量に達するまで影響する。またリンク6はカット1とカット2に含まれ含まれるリンクとが組合せで可能となる。他のリンクはさらにいくつかのリンクとの組合せで始めて道路網容量に影響を及ぼす。一方容量減少の場合, リンク1と7以外のリンクは一般に当該リンクを含むカットの容量が既存道路網容量に達するまでの容量減少は何ら影響しない。たとえば, リンク2はカット2に含まれるので, (17)式で示される値までの減少は影響を及ぼさないが, これ以上の減少は影響を与える。一方, リンク5はカット行列を基礎に計算すると, リンク5を除去しても影響を与えないようであるが, 実際LP問題の感度分析を行なうと除去することは不可能であり, 少なくとも279台の容量が必要であることが求められる。

(2) 各OD交通の感度分析

各OD交通の変化が道路網容量に及ぼす影響は, 各OD交通が図-2に示されるいずれのカットをかならず通過しなければならぬことによる。たとえば, カット1を通過するOD交通の交通量を(16)式で求めた値まで減少させると道路網容量はカット2の容量まで増加させる。次に, これらのOD交通を増加させると道路網容量は, OD交通量1台あたり2.9068台道路網容量を減少させる。一方, カット1を通過しないOD交通に対しては, OD交通が通過する最も小さいカットの容量が既存道路網容量に達するまでの増加は影響しないが, さらにOD交通を増加させると容量を減少させる。また, カット1を通過しないOD交通の減少はカット1を通過するOD交通との組合せで道路網容量に影響を与える。

以上, 本研究はLP問題を基礎に感度分析を試みた。今後にはさらに, これらの感度分析を各種の道路交通問題に適用することについても考えを進めたい。

参考文献 西村 昇: 区間容量変化が道路網容量に与える影響について, 交通工学, Vol.11, No.6, 1976

表-2 各リンクの双対変数

L	各リンクの双対変数の値
5.0	$w_1 = w_7 = 2.9068$
10.0	$w_1 = 2.2442, w_2 = w_3 = w_{14} = 0.8977$ $w_7 = 1.3465$
15.0	$w_1 = w_2 = w_3 = w_{14} = 1.2707,$ $w_6 = w_7 = 0.7624$
75.0	$w_1 = w_3 = w_{14} = 0.9964, w_2 = 1.5943$ $w_6 = w_7 = w_9 = w_{10} = 0.5979$

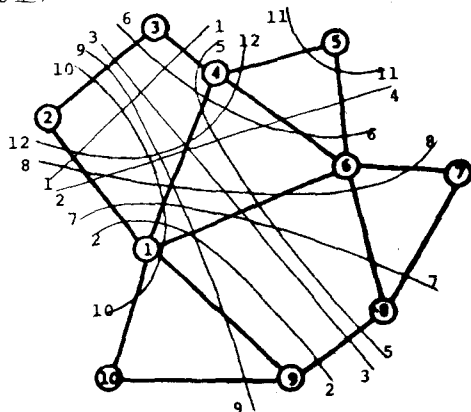


図-2 感度分析に用いられるカット

	123456789101112131415	F1
1	10000010000000000	69767
2	111000000000010	80267
3	011001000000010	84358
4	110000001100000	85561
5	011000100000010	88561
6	010001001100000	97165
7	111000000000110	100000
8	011001000011000	102041
9	011101000000001	104530
10	011111000000000	105633
11	000000010100000	106667
12	110000011000000	106667

図-3 カット行列と各カットのフロー水準