数量化理論II類の意識調査への適用に関する研究

徳島大学　正会員　青山吉隆
明石高専　正会員　○大橋健一

1. はじめに

土木計画における意識調査分析あるいはモデル推定の段階において、多変量解析は多くの分野で使用されており、なかでも数量化理論は最もよく用いられる多変量解析の一手法である。数量化理論の中でII類と呼ばれている分析モデルは、定性的な説明変数（独立変数）と定性的な外的基準（従属変数）の相関比を最大とするように、説明変数のアイテムカテゴリーを数量化するものである。そして、II類分析の結果は、アイテムカテゴリーに与えられたカテゴリースコアーで、適合度は相関比で示され、定性的な説明変数の要因分析とか、外的基準の予測など容易に行なうことができるという点で大変優れた分析手法といえよう。

II類は、一般に、母集団から無作為に抽出したサンプルに適用されており、サンプル数が少なくても、アイテムカテゴリーに反応があれば解析も可能となるが、その反面、アイテムカテゴリーの取り方とか、サンプル数の取り方によって相関比スコアーが真値から変動し、得られる情報に差異が生ずることが考えられる。このため、II類の適用に当っては、分析者の経験とか主観により判断される面も多い。一方、相関比スコアーの分析に必要なデータ数もサンプリング理論などから解析的に求めることは困難と思われる。

本研究では、II類を適用する場合、母集団における相関比の大小、アイテムカテゴリー数、サンプル数などの変化によって、得られる相関比スコアーが真値からどのように変動するかについて考察を行なう。このため、相関比・スコアーの変動に影響する要因を分析し、次いでサンプル数を変化させた場合に、II類適用の信頼度がどのように変動するか調べる。そして最後に、土木計画における適用例として、住民意識調査を取り上げ、サンプル数の変化によって得られる情報にどのような違いが生ずるか、また分析に必要なサンプル数などについて考察する。

2. モンテカルロ法によるサンプルの抽出

II類の計算は、カテゴリー間のクロス表 $f_{lm}(jk)$ と、外的基準とカテゴリー間のクロス表 $g^i(jk)$ から行われ、アイテム間に相関がないと仮定した場合、$g^i(jk)$ を決定すればスコアーも求まる。すなわち、母集団からサンプリングによって $g^i(jk)$ を決定することに他ならない。母集団における $g^i(jk)$ の割合を母確率 P^i_{jk} とした場合、N個のサンプルを抽出することは、母確率に従って一様乱数からN個のデータ（外的基準と各アイテムのカテゴリー）を決定することと同一である。従って本研究では、母確率 P^i_{jk} より任意のサンプルのアイテムカテゴリーをモンテカルロ法で決定する。ここで P^i_{jk} は外的基準iのjアイテムkカテゴリーに属する母集団の確率で、$\sum_k P^i_{jk}=1$ である。またアイテム間に相関がある場合は、相関があるアイテムのどちらかを母確率から先に決定し、残ったアイテムは先決したアイテムとの相関の度合から決定することにより、母集団から任意の標本を抽出することができる。

3. 信頼度に影響する要因

II類適用の一般的な要因として、母集団における相関比（相関比の真値）の大小、サンプル数、アイテム数、総カテゴリー数を取り上げ、これらの要因がII類適用の信頼度にどう影響するか分析する。要因とその水準を示したのが表-1である。

表－1　要因と水準

要因	A サンプル数	B 相関比	C 総カテゴリー数	D アイテム数
水準０	５０	０.５００	８	２
水準１	２００	０.８００	１２	３

ここで、信頼度を示す特性値として、母集団における真のスコアーと要因を組み合わせた実験値を比較すればよいのであるが、アイテムカテゴリーの水準を実験ごとに変化させたため、実験間でスコアーを一様に比較することは困難となった。そこで、相関比に着目し、真値と実験値の差を特性値として要因分析を行なう。ただし、特性値が零となっても真のスコアーに一致するとは限らないが、相関比により全体的な傾向が把握できるものと思われる。

表－２　実験計画表

実験番号	要因 A	要因 B	要因 C	要因 D	特性値 相関比(差)
1	50	0.50	8(3,5)	2	X_1
2	200	0.50	8(3,5)	2	X_2
3	50	0.80	8(3,5)	2	X_3
4	200	0.80	8(3,5)	2	X_4
5	50	0.50	12(5,7)	2	X_5
6	200	0.50	12(5,7)	2	X_6
7	50	0.80	12(5,7)	2	X_7
8	200	0.80	12(5,7)	2	X_8
9	50	0.50	8(2,3,3)	3	X_9
10	200	0.50	8(2,3,3)	3	X_{10}
11	50	0.80	8(2,3,3)	3	X_{11}
12	200	0.80	8(2,3,3)	3	X_{12}
13	50	0.50	12(3,4,5)	3	X_{13}
14	200	0.50	12(3,4,5)	3	X_{14}
15	50	0.80	12(3,4,5)	3	X_{15}
16	200	0.80	12(3,4,5)	3	X_{16}

また、実験の効率を上げるために$L_{16}(2^{15})$直交表を使用して、要因と水準を表-2のように割り振り、繰り返し数20回で、16通りの実験を行なった。表-3に分散分析表を示す。サンプル数・母相関比の要因が他の要因を圧して大きく、次いで総カテゴリー数が大きく影響している。一方、アイテム数の影響は小さくなっており、アイテムがカテゴライズされた結果である総カテゴリー数の要因に含まれたものと考えられる。

表－３　分散分析表

要因	変動	自由度	分散比
A	0.225	1	37.92**
B	0.184	1	30.93**
A×B	0.043	1	7.22**
C	0.078	1	13.07**
A×C	0.032	1	5.43*
B×C	0.002	1	0.39
D	0.005	1	0.86
A×D	0.003	1	0.46
B×D	0.008	1	1.37
C×D	0.000	1	0.04
e	1.834	309	
計	2.414	319	

なお、表-2に示す要因は、いずれも2分的なものではなく、実験を容易にするために水準を2としたものであり、水準の取り方によっても、結果は当然変化する。このため、これら要因効果の普遍的な推定はできないものの、要因間の相対的な比較は可能と思われる。

以上の結果より、母相関比は、対象とする数量化問題固有のもので、Ⅱ類適用時に何ら操作性を持たない要因であり未知なものでもある。また、アイテム数・カテゴリー数は、適用時に先決される要因である。このため、Ⅱ類分析に当って、信頼性に影響する操作可能な要因はサンプル数であり、Ⅱ類適用の信頼度を保つことは、他の要因が先決された後、サンプル数をいかほどにするかということに帰結するものと思われる。

表－５　分析例の母集団確率 (P^i_{jk})

ケース	外的基準	アイテム 1		アイテム 2			アイテム 3				
		1	2	1	2	3	1	2	3	4	5
1	1	0.600	0.400	0.500	0.300	0.200	0.300	0.250	0.200	0.150	0.100
	2	0.400	0.600	0.200	0.300	0.500	0.100	0.150	0.200	0.250	0.300
2	1	0.800	0.200	0.600	0.300	0.100	0.400	0.250	0.200	0.100	0.050
	2	0.200	0.800	0.100	0.300	0.600	0.050	0.100	0.200	0.250	0.400
3	1	0.700	0.300	0.520	0.300	0.180	0.288	0.244	0.200	0.156	0.112
	2	0.300	0.700	0.180	0.300	0.520	0.112	0.156	0.200	0.244	0.288

4. サンプル数と信頼度

相関比の真値・アイテムカテゴリーを予め固定しておいて、簡単化した母集団から、サンプル数を除々に増加した場合、相関比・スコアーがどのように変動するか考察する。なお、サンプル数$N=20\sim2500$の範囲で30回繰り返し実験するが、サンプル数の増加は、累積させていくのではなく、任意のサンプルで、その全てのデータを母集団確率から逐一決定する。また、アイテムカテゴリー数に比較してサンプル数が少ないときは、Ⅱ類の結果の変動も大きく、サンプルが多くなれば変動も小さくなることが予想される。このため、実験の頻度も、サンプルが少ないときは密に、サンプル数の増加とともに疎となるように行なった。そして、相関比については、平均と標準偏差を、スコアーについては、個々のカテゴリーの平均と標準偏差、全カテゴリーの真値に対するRMS誤差を検討した。

表－４　分析例

ケース	母相関比	総カテゴリー数	アイテム相関
1	0.499	10(2,3,5)	なし
2	0.787	10(2,3,5)	なし
3	0.576	10(2,3,5)	なし
4	0.500	10(2,3,5)	あり

分析例は、表-4に示すように、いずれのケースもアイテムカテゴリーは同一とし、相関比の大小、アイテム相関の有無の4ケースである。分析例のア

表－６　アイテム相関　（ケース４）

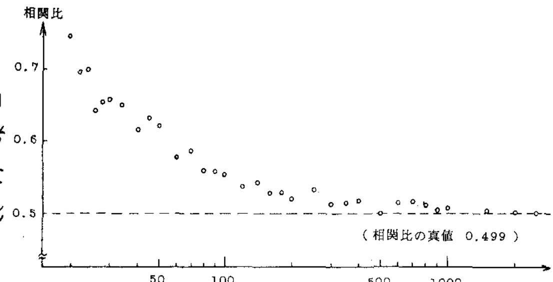
アイテム カテゴリー		(2) 1	(2) 2	(2) 3
(1)	1	0.700	0.300	0.
	2	0.100	0.300	0.600

イテムカテゴリーと外的基準をクロスさせた母集団確率を表-5に示す。ただし、ケース4の母集団確率は、ケース3と全く同じであり、

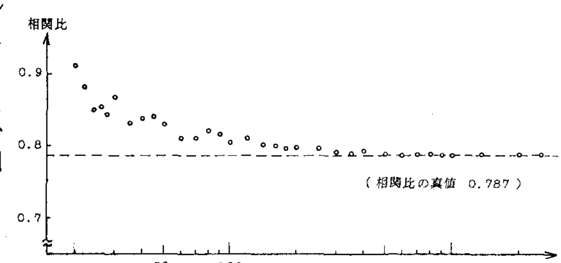
表－7　カテゴリースコアー・相関比の真値

ケース	アイテム 1		アイテム 2			アイテム 3					相関比
	1	2	1	2	3	1	2	3	4	5	
1	-0.106 (0.212)	0.106	-0.251 (0.502)	0.	0.251	-0.292 (0.584)	-0.146	0.	0.146	0.292	0.499
2	-0.209 (0.418)	0.209	-0.248 (0.495)	0.	0.248	-0.261 (0.522)	-0.144	0.	0.144	0.261	0.787
3	-0.228 (0.455)	0.228	-0.278 (0.556)	0.	0.278	-0.233 (0.466)	-0.116	0.	0.116	0.233	0.576
4	-0.161 (0.321)	0.161	-0.216 (0.433)	0.	0.216	-0.297 (0.594)	-0.149	0.	0.149	0.297	0.500
4(a)	-0.291 (0.581)	0.291				-0.297 (0.594)	-0.149	0.	0.149	0.297	0.479
4(b)			-0.312 (0.624)	0.	0.312	-0.261 (0.523)	-0.131	0.	0.131	0.261	0.483

アイテム1と2の間に表6に示す相関を仮定した。これらケースの母集団における真の相関比スコアーを、表-7に示す。ケース4のアイテム1と2の相関は、属性相関のクラマーのコンティンジェンシー係数で0.585と高く、このためケース4の相関比がケース3と比較して減少している。レンジについても、ケース3と比較して、ケース4のアイテム1と2は減少しており、アイテム3のレンジが相対的に上昇している。そして、外的基準と説明変数間の因果関係を定量化するモデルにおいては、一般に説明変数相互の関係は独立でなければならず、相関のあるアイテムを除いて、相関比・スコアーを求めたのが表7の(a)と(b)である。相関関係にあるいずれのアイテムを除いても、適合度を示す相関比はさほど減少していない。



図－1（1）　相関比の平均（ケース1）



図－1（2）　相関比の平均（ケース2）

(1) 相関比の変動

母集団確率表-5,6に従ってモンテカルロ法から、サンプル数Nを増加していき、それぞれのサンプルでII類計算を行なう。このときの相関比の変動を示したのが、図-1の(1)～(4)である。これらの結果より、真値の高いケースほど、より少ないサンプルで真値に近づき、真値が低いほど多くのサンプル数を必要とする。また、相関比の真値の大小にかかわらず、いずれのケースとも、サンプル数が少ないときは1に近く、サンプル数の増加とともに真の相関比に逓減している。すなわち相関比の実験値ηは、サンプル数Nによって、1から真値η^*の間を指数的に変化するものであり、次式によって表わせるものと思われる。

$$\eta = (1-\eta^*)\,EXP[-aN^b] + \eta^*$$

ここで、a・b は未知パラメーターであり、回帰分析によって求めたが、総カテゴリー数など他の要因によっても影響されるであろう。この式のパラメーターを示したのが表-8であり、回帰の相関も全て0.9以上と高い。また、相関比の標準偏差も指数的に逓減しており、指数式で回帰することができる。平均と同様に、母集団の相関比の真値が高いほど標準偏差は小さく、低いほど標準偏差も大きい。

表－8　相関比の回帰パラメーター

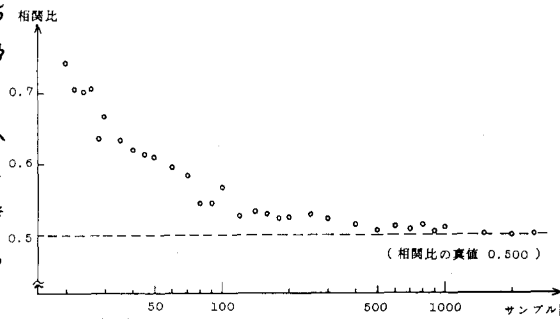
ケース	η^*	a	b	相関係数
1	0.4993	0.258	0.444	0.973
2	0.7868	0.224	0.478	0.943
3	0.5756	0.219	0.493	0.966
4	0.4999	0.271	0.427	0.965

任意のサンプルで繰り返し求めた相関比が正規分布であるとするならば、相関比の平均と標準偏差が回帰により求められているため、許容誤差に入る相関比の確率も求まる。これらの確率は、相関比の真値の大小によって相当変化しており、例えば、サンプル数N＝200とした場合、相関比の許容誤差0.05内に入る確率は、4ケースそれぞれ、0.58, 0.92, 0.67, 0.56であり、N＝500とした場合、0.85, 1.00, 0.89, 0.83となる。一方、許容誤差0.05内に相関比の95％が入るサンプル数は、それぞれ、880, 250, 750, 950,となる。このように、ケースごとにII類適用の相関比からみた信頼度も大きく変化しており、必要とされるサンプル数に大きな差が生じている。

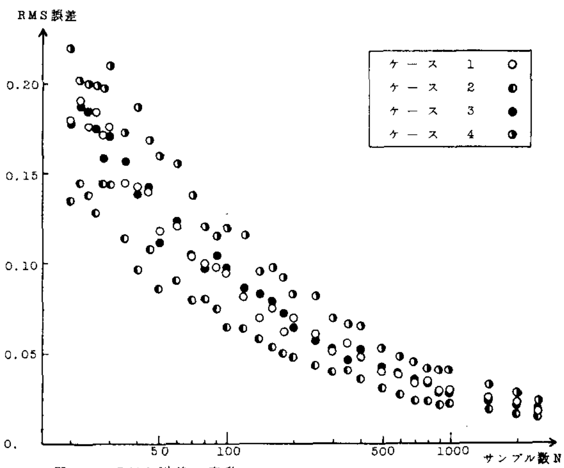
(2) カテゴリースコアーの変動

アイテムカテゴリーがどのように変動するかを示したのが、図-2（ケース2と4）である。縦軸はサンプル数N、横軸にカテゴリースコアーを取り、10個のスコアーの変動を示す。これらの結果より、いずれの場合もサンプルの少ないときはスコアーが図の中心の零の方に偏っており、真のスコアーと大きくかけ離れている。そして、サンプルの増加とともに大きなバラツキを示しながらも、真値へと特化していく。従って、アイテムの影響力を示すレンジでみるならば、サンプルが少ないとき、レンジは真値に余り関係なくランダムな値となり、サンプルの増加につれて真のレンジに近づく。つまりサンプルが少ないときレンジは均等化され、大きなアイテムは小さめに、小さなアイテムは大きめに表れる。

スコアーの変動をそれぞれのケースで比較するならば、相関比の場合と同様に、真の相関比が高いケースほど早く真値に近づいている。ケース4は、アイテム1（カテゴリー①と③）とアイテム2（カテゴリー③,④,⑤）に相関があるため、アイテム相関のないケース3と比較して、①と③カテゴリーあるいは、③と⑤カテゴリーの違いが表れにくい。すなわち、アイテム1と2の特性の違いが、ケース3はサンプル数約120で、ケース4は約400で表れている。このようにカテゴリーを個々にみるならば、着目するカテゴリーによって信頼度も変化しており、相関のあるアイテムに比較して、独立したアイテムの信頼度は高い。



図−1（4） 相関比の平均（ケース4）



図−3 RMS誤差の変動

スコアーの標準偏差についても、相関比の高いケースほど小さくなっており、相関比の場合と同様である。そして標準偏差を個々にみるならば、カテゴリー数の多いアイテムに属するものほど大きく、カテゴリー数の少ないアイテムほど小さくなっている。これは、アイテムの情報がカテゴリーのスコアーで示され、カテゴリーの多いアイテムほどカテゴリーに反応するデータは少なくなり、サンプルから得られるカテゴリーの情報が減少するからであろう。また、独立したアイテムと比較して、アイテム相関の高いカテゴリーは、大きくなっている。

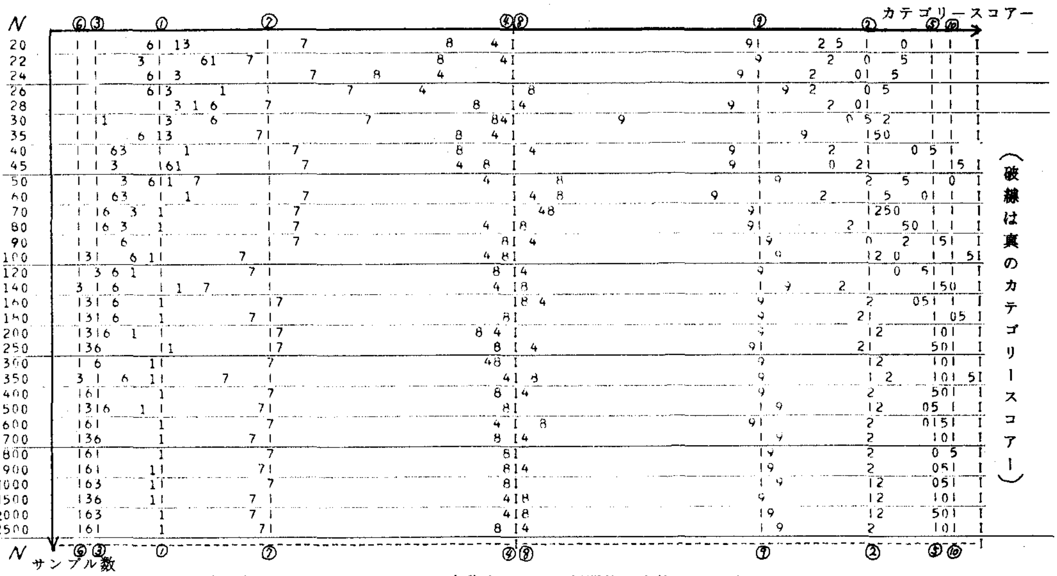
カテゴリースコアーは相関比と比較して、バラツキが大きいため、スコアーを個々にみるよりもスコアー全体の変動を把握する必要があろう。このため、スコアーの真値と実験値のRMS誤差を求め、全カテゴリーの変動傾向を示す指標とした。RMS誤差の平均を示したのが図-3であり、相関比の場合と同様に、サン

プルの増加とともに指数的に減少している。このように、個々に大きくばらついているスコアーも、RMSでみるならば、一様に変化しており、スコアーをRMS誤差で判断できるものと思われる。

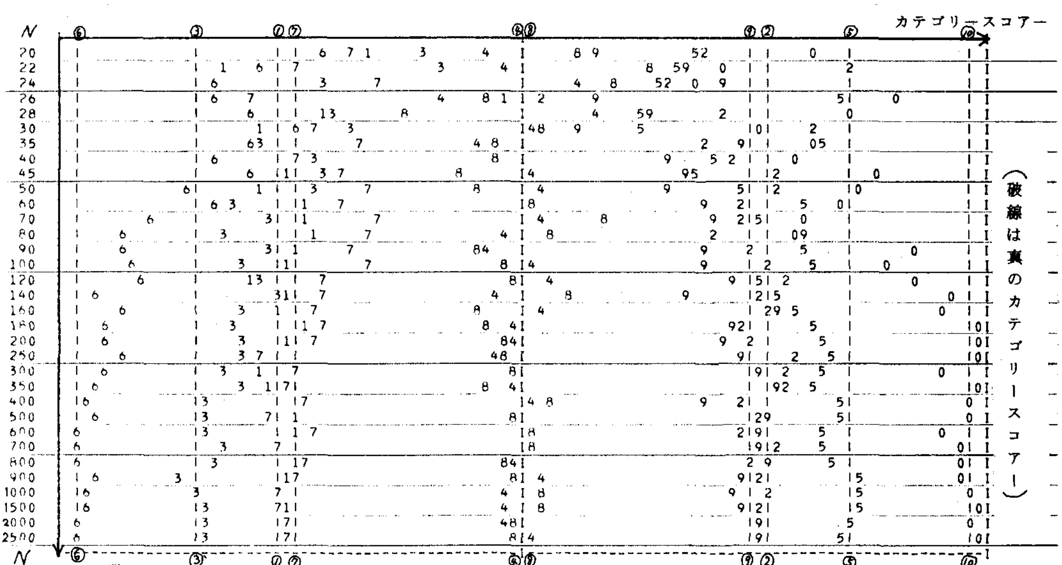
また、RMS誤差の平均を回帰することにより、サンプル数とRMSの対応関係を求めることができる。例えば、RMSを0.05とした場合に必要となるサンプル数は、4ケースそれぞれ、354, 197, 379, 650となる。相関比の場合と同様に、カテゴリースコアーのRMS誤差からみた信頼度も、ケースごとに大きく変化している。そして、母相関比が同一であるケース1と4を比較すると、相関比の信頼度は同一であるが、RMS誤差の信頼度は、アイテム相関のあるケース4が劣っている。

5. 住民意識調査への適用

これまでの分析から、サンプル数による適用の信頼度の大きな変化が明らかとなったが、これらはいずれも特定の要因の影響を調べるために、総カテゴリー数



図－2（1）　カテゴリースコアーの変動（ケース2相関比の真値0.787）



図－2（2）　カテゴリースコアーの変動（ケース4相関比の真値0.500アイテム相関あり）

10と非常に簡単化したものである。また、ほとんどの場合、アイテムを独立としてカテゴリーを決定したり、アイテム相関を考えた場合も、固有のアイテムにだけ高い相関を仮定し、他は独立としたが、現実には、多くのアイテム相互に相関関係が存在しているのが一般的である。

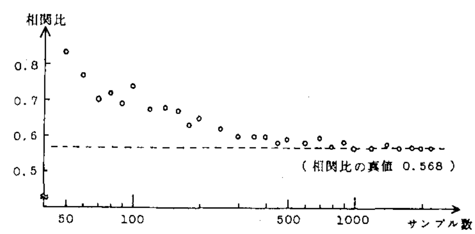
このため、徳島市で行なわれた「行政に関する市民意識調査」の住環境に関する項目について、Ⅱ類の信頼度分析を行なった。意識調査の有効サンプル数は、2230、説明要因は26アイテムであるが、相関の高いものを除いて、10アイテム、総カテゴリー数30を母集団とした。この場合の結果を表-9に示す。各アイテムのカテゴリーは（1.満足、2.普通、3.不満）であり、外的基準も同様の3分類である。住環境に影響する要因として、最も身近な「現在の住まい」が大きく表れており、「日あたり・風とおし」などの要因と合わせ、住宅事情の劣悪さが表れたものと思われる。全般的には、「日あたり・風とおし」、「川や池の水のきれいさ」、「ほこり・ばい煙・排気ガス」などの快適性とか保健性に関する要因が大きく、利便性に関する要因が小さい。また、「風紀」、「防犯」、「夜道の照明」などの治安に関する要因が大きくなっている

表−9 Ⅱ類による住民意識の分析結果（相関比0.5678）

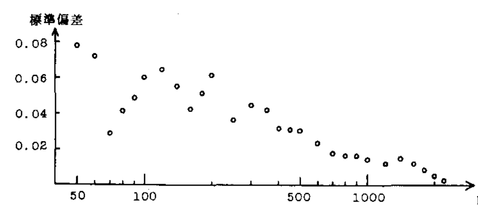
アイテム・カテゴリー		データ数	スコアー	レンジ
1．日あたり・風とおし	1	1610	-0.023	0.150
	2	490	0.040	(5)
	3	130	0.127	
2．川や池の水	1	400	-0.022	0.068
	2	997	-0.026	(8)
	3	833	0.042	
3．ほこり・ばい煙・排気ガス	1	1035	-0.068	0.185
	2	966	0.045	(3)
	3	229	0.118	
4．医療施設	1	1120	-0.039	0.169
	2	893	0.179	(4)
	3	217	0.130	
5．道路舗装	1	947	-0.020	0.076
	2	958	0.001	(7)
	3	325	0.056	
6．風紀	1	832	-0.097	0.344
	2	1266	0.038	(2)
	3	132	0.247	
7．防犯	1	799	-0.049	0.141
	2	1198	0.015	(6)
	3	233	0.093	
8．夜道の照明	1	579	-0.029	0.047
	2	768	0.002	(10)
	3	883	0.018	
9．雑草	1	662	-0.043	0.061
	2	774	0.018	(9)
	3	794	0.018	
10．現在の住まい	1	778	-0.308	0.728
	2	1239	0.121	(1)
	3	213	0.421	

点も注目される。

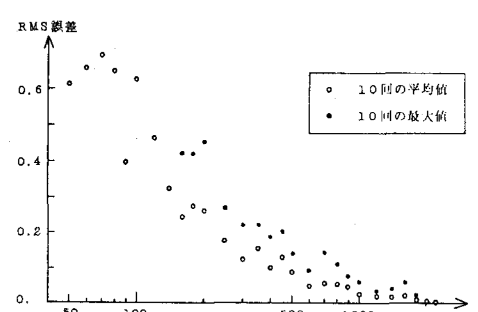
ここで、26アイテムを用いた相関比が0.576に対し、10アイテムは0.568で、過半数以上の情報を捨てたことに比較して、相関比はさほど減少していない。この母集団に対し、サンプルを増加していった場合の、相関比・RMS誤差の10回の平均、偏差を図-4,5に示す。簡単化したケースと同様に、指数的に減少して真値に近づいている。相関比の標準偏差も、N=500付近で急激に減少している。スコアーは、N=500付近まで真値と大きく離れており、N=1000付近から真値に近づく。ただし、この場合のスコアー相関比の真値はN=2230の値を仮定したものであり、相関比の変動式より、真



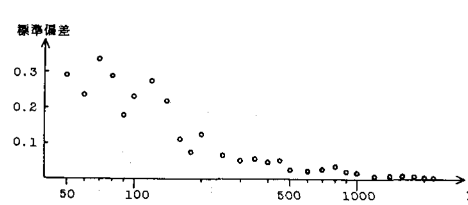
図−4（1） 住民意識調査の相関比の変動（平均）



図−4（2） 相関比の変動（標準偏差）



図−5（1） 住民意識調査のRMS誤差の変動（平均）



図−5（2） RMS誤差の変動（標準偏差）

値を推定した結果は、次のとおりである。

$$\eta = (1-0.5676)\,EXP[-0.0430N^{0.708}] + 0.5676 \qquad (R=0.970)$$

一方、RMS誤差については、相関係数とか相関比のようによく使われる指標でもなく、判断しにくい面がある。このため、スコアーの真値と実験値の乖離状態と、RMS誤差を示したのが図-6である。許容値は、本来、II類をどのように使うかによって決まるものであるが、図-6から判断すると、0.05程度であれば無視して差し支えないものと思われる。またRMS誤差は、いかに少ないデータを母集団としても、このように分析したRMSは必ず零に近づくものであり、このため、明らかに少ないと思われる標本を母集団とした場合の分析も同様に行なった。N=200, 500, 1000の場合の一例を図7,8,9に示す。この結果、相関比はN=2230の場合とほぼ同様に変動しているのに比較して、N=200とか500において、RMS誤差は母集団としたサンプル数付近で急激に減少しており、サンプル数が不足していることを示している。すなわち、相関比・スコアーの真値が未知な場合、II類分析のサンプル数が十分かどうかは、相関比・スコアーのサンプル数に対する変化率から判断しなければならないであろう。

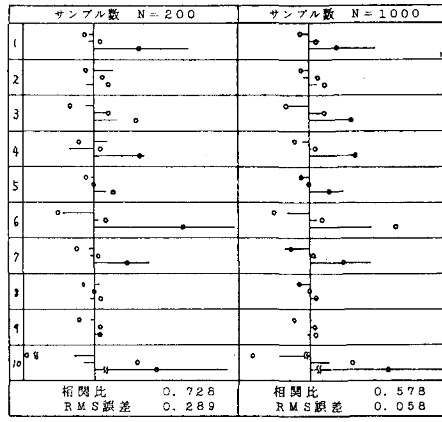
6. おわりに

数量化理論II類を適用する場合の信頼度を、相関比とスコアーから検討した。モンテカルロ法を用いてII類分析することは、計算に要する時間も膨大で、必ずしも効果的な方法とはいえないが、このような分析により、II類を適用する場合の母相関比の大小、アイテム相関などによって、得られる情報に大きな差があることが明らかとなった。なお、実証例として、住民意識調査に適用したが、相関比・スコアーの真値は未知であり、必要なサンプル数を事前に知ることは困難であった。しかし、このような信頼度分析を相関比・総カテゴリー数の色々なケースについて行ない、結果が蓄積されるならば、II類に必要とするデータ数のおおよその推定も可能になるものと思われる。

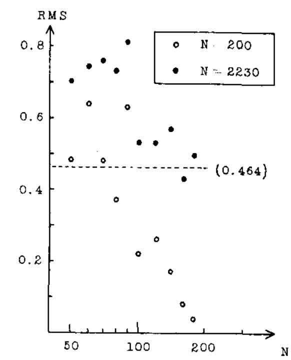
〔参考文献〕

1) 大橋・青山「数量化II類の適用に関する一考察」土木学会第35回学術講演会概要集IV, 1980.

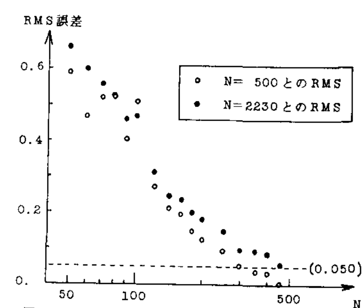
2) 大橋・青山「モンテカルロ法による数量化理論II類の信頼性について」土木学会第36回学術講演会概要集IV, 1981.



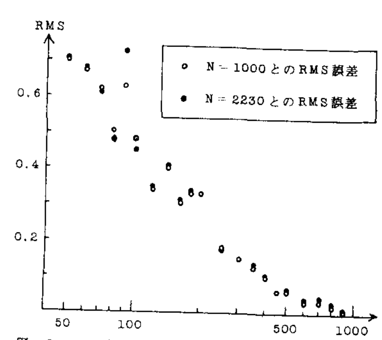
図−6 カテゴリースコアーとRMS誤差（○は真のスコアー）



図−7 RMS誤差の変動（N=200）



図−8 RMS誤差の変動（N=500）



図−9 RMS誤差の変動（N=1000）